

EXPOSITION
DES
DÉCOUVERTES
PHILOSOPHIQUES

DE M. LE CHEVALIER NEWTON.

PAR M. MACLAURIN, DE LA SOCIÉTÉ ROYALE
de Londres, &c.

Ouvrage traduit de l'Anglois par M. LAVIROTTE, Docteur
en Médecine. D. L. F. D. M.



A PARIS,

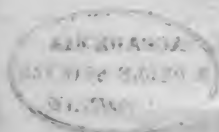
Chez { DURAND, rue S. Jacques, au Griffon;
PISSOT, Quay des Augustins, à la Sagesse.

M. DCC. XLIX.

Avec Approbation & Privilège du Roi.

RECOVERIES

THE NEW YORK PUBLIC LIBRARY
ASTOR LENOX TILDEN FOUNDATION
1215 6TH AVENUE
NEW YORK, N. Y.



THE NEW YORK PUBLIC LIBRARY

ASTOR LENOX TILDEN FOUNDATION

1215 6TH AVENUE

NEW YORK, N. Y.

1911



A
M O N S I E U R
D E M A I R A N ,

L'UN DES QUARANTE DE L'ACADÉMIE
FRANÇOISE, Membre & ancien Secrétaire de
l'Académie Royale des Sciences, de la Société
Royale de Londres, de celles d'Edinbourg & d'Wpsal,
de l'Académie de Petersbourg, de celle de l'Institut
de Bologne, &c.



M O N S I E U R ,

*Il est si flatteur de voir un nom célèbre
à la tête de son Ouvrage, qu'on aura lieu*

ÉPI TRE.

de croire que l'amour-propre a beaucoup de part à l'hommage que je vous rends ; j'y suis cependant porté par de bien plus puissans motifs. Aussi jaloux de faire honneur à la mémoire de votre illustre Ami, que de contribuer de toute maniere au progrès de la Physique, vous m'avez encouragé à travailler à cet Ouvrage ; & même vous en avez aplani les difficultés en m'aidant de vos conseils. Toutes les bontés dont vous m'avez comblé m'ont trop pénétré de réconnoissance pour ne pas saisir avec empressement l'occasion de la rendre publique. Egalemeut habile à pénétrer ce que les Mathématiques ont de plus profond, à dévoiler ce que la Physique a de plus caché, & à faire jouer tous les ressorts

E P I T R E.

de l'Eloquence , vous faites admirer en vous des Qualités qui ne se trouvent presque jamais réunies : je n'aurai pas cependant la témérité d'entreprendre un Eloge que vous desapprouveriez , Eloge qui d'ailleurs n'ajouteroit rien à votre gloire. Mais ce que j'oserai dire sans que votre Modestie puisse s'en offenser , c'est que tous ces Talens sublimes sont encore moins dignes de louanges que ce caractère doux & liant qui vous est particulier , & qui d'un Sçavant fait un Homme aimable. Il semble que vous n'ayez forcé la Nature à vous découvrir ses secrets que pour en rendre aux autres l'accez plus facile. C'est en effet l'usage le plus noble qu'on puisse faire de l'autorité qu'on s'est acquise ; mais

EPITRE.

c'est un Mérite rare & qui n'est que le partage des Grands-Hommes.

J'ai l'honneur d'être avec respect,

MONSIEUR,

Votre très-humble & très-
obéissant Serviteur,

LAVIROTTE.



AVERTISSEMENT DU TRADUCTEUR.

QUOIQ'IL y ait un grand nombre de Traités de Physique & d'Astronomie, dans lesquels la Doctrine de M. NEWTON se trouve répandue, il semble cependant qu'il manquoit en France un Ouvrage qui exposât en particulier, avec autant de clarté que d'exactitude, la Philosophie de ce Grand-Homme. Il l'a traitée d'une manière si sublime dans son Livre des Principes, qu'il n'y a que le petit nombre de Sçavans pour qui les Mathématiques n'ont rien de trop élevé, qui puissent se flatter d'y atteindre. On conviendra donc aisément de l'utilité d'un Livre tel que celui-ci, pour procurer à la plupart de ceux qui s'addonnent aux Sciences l'avantage de connoître une si excellente Philosophie. Il est certain que de tous les Disciples de M. Newton il n'y en a eu aucun de plus propre à exécuter

AVERTISSEMENT.

cette entreprise que M. Maclaurin, qui par la supériorité de son génie & la profondeur de ses connoissances a mérité un des premiers rangs parmi les Sçavans qui ont illustré les Mathématiques. Il a jugé que pour mieux faire sentir l'importance des Découvertes de son illustre Maître , il étoit à propos de donner une Histoire abrégée du commencement & des progrès de la Philosophie jusqu'à lui ; afin qu'en comparant les différens Etats de cette Science , on pût appercevoir combien il s'est élevé au-dessus de tous ceux qui l'ont précédé. Après avoir exposé en peu de mots les Opinions des anciens Philosophes, il s'arrête principalement à réfuter le Systême de Descartes. On trouvera sans doute que cet Illustre François n'y est pas traité avec tous les égards qu'il mérite: il paroît que M. Maclaurin, tout circonspect qu'il étoit, n'a pu s'empêcher de marquer une certaine partialité Nationale dans les conséquences qu'il a tirées de ce Systême. Il est ordinaire en effet à tous ceux qui embrassent un Parti avec cha-

AVERTISSEMENT.

leur de ne croire jamais déprimer assez les Opinions contraires.

Né avec un génie trop sublime pour languir sous le joug qui tenoit les hommes asservis depuis si long-tems, Descartes eut la hardiesse de se frayer lui-même une nouvelle route, avec une ardeur que les plus grands obstacles ne faisoient que ranimer. Il vint à bout de dissiper des erreurs qu'une Autorité, sacrée pour tout autre, avoit accoutumé à regarder comme autant de vérités fondamentales. Si n'ayant de guide que son génie, il s'est quelquefois égaré, ne devons nous pas en accuser la foiblesse de l'Esprit humain qui ne peut prendre un certain essor sans courir le risque de s'écarter à chaque instant du chemin qui conduit à la vérité? Jusqu'où n'a-t'on pas lieu de présumer qu'il seroit parvenu, si après avoir porté la Géometrie au plus haut point d'élévation, il eut pu s'appuyer de toutes les Expériences dont tant d'habiles Physiciens ont enrichi notre Siècle. Mais c'en est pas ici le lieu de faire une Apologie de

AVERTISSEMENT.

ce grand Philosophe ; il a d'ailleurs été si souvent célébré que je ne pourrois que tomber dans d'ennuyeuses répétitions.

M. Maclaurin s'est particulièrement attaché dans le premier Livre à faire remarquer à combien d'erreurs on s'expose, lorsque perdant de vûe les Expériences, qui seules peuvent nous conduire dans les Labyrinthes de la Nature, on prétend dévoiler ses secrets à l'aide de quelques Hypothèses ou de certaines spéculations purement Métaphysiques. Il ne pouvoit pas citer d'exemple plus propre à nous convaincre du danger qu'il y a, même avec l'esprit le plus étendu, de se briser contre cet écueil, que celui du fameux M. Leibnitz.

Après ce Préliminaire, qui met le Lecteur en état de mieux juger de la prééminence de la Philosophie de M. Newton, il emploie les trois Livres suivans à en faire l'exposition. Il étoit surtout à craindre qu'en voulant faciliter l'intelligence, de cette Philosophie M. Maclaurin n'en

AVERTISSEMENT.

donna qu'une idée superficielle ; je laisse au Lecteur à décider s'il n'a pas gardé ce juste milieu : on verra d'ailleurs qu'il y a ajouté plusieurs démonstrations sur différens sujets, qui lui étoient particulières, & grand nombre de réflexions que le plan de cet Ouvrage ne lui a pas permis d'étendre plus au long ; mais qui se trouvent développées dans son excellent Traité des Fluxions, de manière à ne laisser rien à désirer aux plus profonds Mathématiciens.

M. Maclaurin étant mort en 1746, M. Murdoch de la Société Royale a été chargé du soin de publier ce Livre sur les Manuscrits de l'Auteur. Il n'a paru à Londres que l'Année dernière, où on l'attendoit avec tant d'empressement qu'il se trouve plus de deux mille Souscripteurs dans le Catalogue qui est à la tête de cette Edition. J'ai cru me rendre utile au Public en travaillant à la Traduction que j'en donne aujourd'hui ; on peut la regarder comme très-exacte : j'ai eu soin de la faire aussi littérale que le différent génie des

AVERTISSEMENT.

deux Langues pouvoit me le permettre ; & je me suis flatté qu'on voudroit bien excuser les négligences de style qui pourront s'y rencontrer, convaincu que dans un Ouvrage Philosophique on cherche plutôt la clarté que l'élégance.

Il me resteroit maintenant à faire connoître plus particulièrement M. Maclaurin, si l'Editeur Anglois n'avoit pas recueilli l'Histoire de sa Vie qu'on voit ici traduite. Un simple détail des actions des Grands-Hommes fait mieux leur Eloge que tout ce qu'on pourroit en dire.





M E M O I R E S
SUR LA VIE ET LES ÉCRITS
DE M. MACLAURIN.



OLIN MACLAURIN étoit d'une ancienne Famille , qui a été long-tems en possession de l'Isle de Tirrie, sur les Côtes de la Province d'Argyle. Son Ayeul, Daniel, allant s'établir à Innerara , contribua beaucoup à réparer les dommages que cette Ville avoit soufferts , dans le tems des guerres civiles qui la ruinerent presque entièrement. Il paroît d'ailleurs par quelques Mémoires qu'il écrivit sur les affaires de son tems , que c'étoit un homme de mérite & doué de talens supé-

rieurs. Jean Maclaurin fils de Daniel, & Pere de notre Auteur, étoit Ministre de Glenderule ; où ils'est distingué non-seulement par toutes les vertus d'un Pasteur exact & vigilant, mais de plus il a laissé, dans les Registres de son Synode Provincial, des monumens éternels de son habileté dans l'administration des affaires Publiques. Il fut aussi employé par ce même Synode à finir la version des Pseaumes en Irlandois, laquelle est encore en usage dans tous les lieux de la Campagne où le Service divin se fait en cette langue. Il épousa une Femme de la noble Famille de Cameron dont il eut trois-fils ; Jean qui est encore vivant Ecclésiastique aussi, distingué par son sçavoir que par sa piété, l'un des Ministres de la Ville de Glasgow ; Daniel, qui mourut jeune, après avoir donné des preuves d'un génie bien au-dessus du commun ; & Colin, né à Kilmoddan au mois de Février 1698.

M. Maclaurin le Pere mourut six semaines après ; mais cette perte, toute considérable qu'elle étoit pour ces jeunes Orphélins, fut en grande partie réparée par les soins généreux de M. Daniel Maclaurin leur Oncle Ministre de Kilfinnan, & par la vertu & la prudente économie de Madame Maclaurin leur Mere. Cette Dame, après s'être arrêtée quelque tems dans la Province d'Argyle, où conjointe

ment avec ses sœurs , elle avoit une petite Terre qui lui venoit de ses Ancêtres , alla demeurer à Dumbarton , afin d'être plus à portée de donner une éducation convenable à ses Enfans : mais par sa mort qui arriva en 1707 , leur Oncle se trouva seul chargé du soin de les élever.

En 1709 Colin fut envoyé à l'Université de Glasgow , où il resta l'espace de cinq années , s'addonnant à ses études avec tout le succès que donnoient lieu d'attendre des talens tels que les siens , cultivés avec le plus grand soin & une application infatigable. On trouve parmi ses plus anciens Manuscripts , des fragmens d'un journal , où il tenoit chaque jour & presque chaque heure , un compte exact du commencement & du progrès de chaque genre d'Etude auquel il s'appliquoit , & de toutes les recherches particulières qu'il entreprenoit , de ses conversations avec les Sçavans , des questions qui y étoient agitées , & des raisons qu'on alléguoit de part & d'autre. On y trouve les noms des célèbres MM. Robert Simson , Johnstou & de plusieurs autres Sçavans , qui concouroient tous à l'envi à encourager notre jeune Philosophe , en lui ouvrant leurs Bibliothèques , & l'admettant à leurs entretiens les plus particuliers. Ses occupations ne lui laisserent pas assez de tems dans la suite pour continuer un Registre si exact de sa vie , mais il est certain que

sa maniere de vivre ne changea point pour cela , & qu'il ne se passoit pas d'heure où il n'eut matiere à faire quelques remarques qu'il auroit pu revoir ensuite avec plaisir.

Son génie pour les Mathématiques se manifesta de si bonne heure , qu'à l'âge de douze ans , ayant rencontré , par hazard , un exemplaire d'Euclide dans la chambre d'un de ses amis , il en comprit parfaitement en peu de jours les six premiers Livres sans aucun secours ; & delà , suivant son penchant naturel , il fit des progrès si surprenans , que nous le trouvons bientôt après engagé dans les Problèmes les plus curieux & les plus difficiles. Il est certain que dans sa seizième année , il avoit déjà trouvé plusieurs propositions qu'il publia dans la suite sous le titre de *Geometria Organica*.

Il prit à l'âge de quinze ans ses degrés de Maître-ès-Arts , avec beaucoup d'applaudissement ; & il composa & soutint publiquement à cette occasion une These sur la Pésanteur. Après avoir passé un an à l'étude de la Théologie , il quitta l'Université , & vécut la plupart du tems retiré dans une agréable maison de Campagne de son Oncle , jusque vers la fin de l'année 1717. Dans cette retraite il continua ses Etudes avec la même assiduité qu'il avoit fait à l'Université , se livrant surtout à ses recherches favorites en Mathématiques

tiques & en Philosophie, & lisant à de certaines heures les meilleurs Auteurs classiques pour lesquels il avoit naturellement un goût particulier.

Dans les intervalles de ses Etudes, les hautes Montagnes dont il étoit environné, l'exci-toient souvent à considérer les curiosités naturelles qu'elles renferment, & la variété infinie des Plantes qui y croissent, ou à monter jusqu'à leurs sommets pour y jouir du plaisir de la vûe la plus étendue & la plus diversifiée. Là son imagination étant échauffée par la grandeur & la magnificence des choses qu'il découvroit, il composoit quelque fois tout-à-coup, dans la vivacité de son transport, quelques pièces de vers sur la beauté de la Nature & sur les perfections de son Auteur. Il reste encore quelques fragmens de ces Poësies, qui, tout imparfaits qu'ils sont, annoncent cependant un génie capable d'aller beaucoup plus loin en ce genre. Il y a encore quelques autres productions de sa jeunesse, qui, quoique peu dignes de paroître en public, sont toujours très-précieuses pour ses amis; ne fut-ce que pour voir le progrès qu'il avoit fait alors dans les différentes parties des Sciences: que peut-il y avoir en effet de plus satisfaisant que d'observer le développement & la marche d'un esprit tel que celui de M. Maclaurin.

En 1717. il se présenta en qualité de Candidat pour la Chaire de Mathématiques, au College d'Aberdeen, qu'il obtint après l'avoir disputée pendant dix jours avec un très-habile Compétiteur. Etant fixé dans cette place, il y fit bientôt revivre le goût des Mathématiques, & il les porta à un période qu'elles n'avoient jamais atteint dans cette Université.

Pendant les vacances de 1719 & 1721, il alla à Londres, dans la vûe de se perfectionner & d'acquérir la connoissance des Sçavans les plus distingués de cette Ville. Dans son premier voyage, il fut non-seulement lié avec le Docteur Hoaldy alors Evêque de Bangor, le Docteur Samuel Charke & différentes autres personnalités d'un mérite éminent; mais la connoissance dont il se sentit le plus honoré, fut celle du Chevalier Isaac Newton, dont il regardoit l'amitié comme le plus grand bonheur de sa vie. Il fut reçu membre de la Société Royale, & donna deux Mémoires qui ont été insérés dans les Transactions Philosophiques; son Livre intitulé *Geometria Organica* fut imprimé dans le même tems, avec l'Approbation du Président.

A son second voyage à Londres en 1721, il fit la connoissance de M. Martin Folkes, Ecuyer, actuellement Président de la Société Royale, avec lequel il fut toujours lié depuis

de l'amitié la plus intime , & entretenit un fréquent commerce de Lettres , lui communiquant toutes ses vûes & toutes ses Découvertes dans les Sciences.

En 1722. Milord Polwarth , Plénipotentiaire du Roi de la grande Bretagne au Congrès de Cambray , engagea M. Maclaurin à accompagner son Fils aîné dans ses voyages en qualité de Gouverneur & d'Ami. Après avoir séjourné très-peu de tems à Paris & visité quelques autres Villes de France, ils s'arrêterent en Lorraine ; là outre l'avantage d'une Académie célèbre , ils eurent celui de jouir des agrémens d'une des Cours les plus polies de l'Europe. M. Maclaurin s'y attira l'estime des personnes les plus distinguées de l'un & de l'autre sexe , & en même tems il ajouta beaucoup aux manieres douces & affables qui lui étoient naturelles , tant par la disposition de son esprit , que par tous les avantages qui peuvent rendre une personne aimable. C'est là qu'il composa sa Pièce sur le Choc des Corps , qui remporta le Prix de l'Académie Royale des Sciences pour l'Année 1724 ; il a inféré la substance de cette Dissertation dans son Traité des Fluxions & au Livre II. Chap. II. du présent Ouvrage.

M. Maclaurin & son Disciple ayant quitté la Lorraine , avoient déjà avancé leur voyage

jusqu'aux Provinces Méridionales de France ; lorsque M. Hume fut saisi d'une fièvre dont il mourut à Montpellier. Un événement si triste auroit sûrement touché un cœur moins sensible & moins tendre que celui de M. Mac-laurin : dans quelques Lettres qu'il écrivit à ce sujet il en paroît entièrement inconsolable. La douleur qu'il ressentoit en particulier d'avoir perdu son Disciple , son Compagnon & son Ami ; son attachement pour une famille à laquelle il avoit de grandes obligations , & qui venoit de faire une perte irréparable dans la mort de ce jeune Seigneur , dont elle avoit lieu de concevoir les plus belles espérances , l'accablèrent de douleur. Ne trouvant plus alors que du dégoût & de l'ennui dans les voyages ni même partout ailleurs , il se livra , immédiatement après son retour , aux occupations de sa Chaire à Aberdéen.

Mais ayant acquis universellement la réputation d'un des plus grands Génies de son Siècle , quelques Directeurs de l'Université d'Edinbourg souhaiterent de l'engager à remplir les fonctions de M. Jacques Gregori, que l'âge & les infirmités avoient rendu incapable de professer. Plusieurs difficultés retarderent ce dessein pour quelque tems , surtout la concurrence d'un Mathématicien distingué par l'éminence de ses talens & favorisé d'une ma-

niere particuliere par les Chefs de l'Université, & d'ailleurs le manque d'un fonds sur-numéraire pour le nouveau Professeur; mais tous ces obstacles furent levés à la reception de deux lettres de M. le Chevalier Newton: dans l'une, adressée à M. Maclaurin avec permission de la faire voir aux Directeurs de l'Université, M. Newton s'exprime ainsi: « j'apprens avec beaucoup de satisfaction » que vous avez lieu d'espérer d'être associé à » M. Jacques Gregori, pour professer les Ma- » thématiques à Edinbourg, non-seulement » parce que vous êtes mon Ami; mais encore » plus à cause de vos Talens, sçachant que les » nouvelles Découvertes qui ont été faites dans » les Mathématiques ne vous font pas moins » connues que l'état primitif de ces Sciences. » Je vous souhaite de tout mon cœur un heu- » reux succès, & j'apprendrai votre élection » avec un sensible plaisir; je suis avec toute la » sincérité possible votre fidel Ami & votretres- » humble Serviteur. »

Dans une seconde Lettre adressée au Lord Prevôt d'Edinbourg, de laquelle M. Maclaurin n'eut aucune connoissance que quelques années après la mort du Chevalier Newton, ce dernier parle en ces termes: » je suis ravi d'ap- » prendre que M. Maclaurin est parmi vous » dans une haute réputation pour son habileté

„ dans les Mathématiques , car je le crois très-
„ digne de l'estime qu'il s'est acquise : Pour
„ vous convaincre que je ne le flatte pas , &
„ le porter à accepter la place d'Affocié à M.
„ Gregori , afin de lui succéder , je suis prêt ,
„ si vous voulez bien me le permettre , de con-
„ tribuer à ses honoraires pour vingt livres
„ sterling par an , jusqu'à ce que la place de
„ M. Gregori vienne à vacquer , si je vis af-
„ sez long-tems ; & je payerai cette somme à
„ son ordre à Londres. „

Il fut reçu dans l'Université au mois de Novembre 1725 , en même tems que son Sçavant Collègue & intime Ami le Docteur Alexandre Monro Professeur d'Anatomie. L'Ecole de Mathématiques devint bientôt très-nombreuse , car il y avoit d'ordinaire plus de cent Auditeurs qui suivoient exactement ses Leçons chaque année. Ces Etudiants étant de professions & de capacités différentes , il fut obligé de diviser son Ecole en quatre ou cinq Classes , à chacune desquelles il donna tous les jours une heure entière , depuis le premier de Novembre jusqu'au premier de Juin.

Dans la première ou la plus basse Classe , quelquefois divisée en deux , il enseignoit les six premiers Livres des Elémens d'Euclide , la Trigonométrie Rectiligne , la Géométrie Pratique , les Elémens de Fortification & une in-

troduction à l'Algèbre. Dans la seconde Classe, on étudioit l'Algèbre, l'onzième & le douzième Livre d'Euclide, la Trigonométrie Sphérique, les Sections Coniques & les Principes généraux d'Astronomie. Dans la troisième Classe il traitoit de l'Astronomie & de la Perspective; il y expliquoit une partie du Livre des Principes de M. Newton, & faisoit un cours d'Expériences pour les éclaircir: Il démontrait ensuite les Elémens des Fluxions. Ceux de la quatrième Classe étudioient le Traité des Fluxions, la Doctrine des Hazards & le reste du Livre des Principes de M. le Chevalier Newton.

M. Maclaurin se servoit d'une Méthode si lumineuse en traitant tous ces differens sujets; & s'exprimoit avec tant de clarté que ses Démonstrations avoient rarement besoin d'être répétées: tel étoit cependant son zèle pour l'avancement de ses Ecoliers, que si quelquefois ils paroissent ne l'avoir pas parfaitement entendu, ou si, en les examinant, il ne les trouvoit pas en état de démontrer promptement la proposition qu'il avoit prouvée, il étoit plus porté à soupçonner ses expressions d'obscurité, qu'à s'en prendre à leur manque de génie & d'attention; en sorte qu'il recommençoit sa Démonstration par quelque autre Méthode, afin d'essayer si, en l'exposant dans un différent jour,

il la leur feroit comprendre plus clairement.

Malgré les travaux de sa charge de Professeur public , il ne laissoit pas d'être souvent détourné par plusieurs autres occupations. Si le bruit se répandoit qu'on avoit fait quelque part une Expérience singuliere , les Curieux s'empressoient de la voir répéter par M. Maclaurin : s'il y avoit une Eclipsé ou une Comete à observer, ses Telescopes étoient toujours prêts. Les Dames mêmes s'entretenoient quelquefois avec lui sur ses Expériences & ses Observations ; & elles s'étonnoient de la facilité avec laquelle il leur donnoit la solution des Questions qu'elles lui propofoient. Il ne refusoit jamais ses avis ni son secours , surtout à ses jeunes Eleves , il étoit toujours prêt à les écouter , à l'exception de ses heures de Classes , qu'il regardoit comme sacrées. Des personnes de tous rangs & d'un mérite distingué rechercherent sa connoissance & son amitié ; elles trouvoient tant de plaisir dans sa compagnie qu'elles lui enleverent une grande partie de son tems , en sorte qu'il n'en étoit pas maître , même dans sa retraite à la Campagne. Malgré la multitude de ses occupations & les frequens obstacles qu'il rencontroit , il ne discontinua pas de suivre ses Etudes particulieres avec la plus grande assiduité , lisant tout ce qui paroissoit de
nouveau

nouveau , dès qu'il pouvoit en attendre quelque avantage. Mais afin d'avoir le tems de se livrer à des travaux si suivis & de composer ses Ouvrages , il fut obligé de prendre sur les heures destinées au sommeil l'équivalent de celles qu'il accordoit à ses Amis & à ses Eco-liers ; & il n'est pas douteux qu'il n'ait par là considérablement altéré sa santé.

M. Newton étant mort au commencement de l'année 1728 , son Neveu M^r. Conduitt se proposa de donner une histoire de sa vie , & il désira d'être aidé dans ce travail par M. Mac- laurin , qui pénétré de la plus vive reconnois- sance par son Illustre Bienfaiteur , entreprit avec ardeur , & finit en peu de tems l'histoire des progrès de la Philosophie jusqu'au tems du Chevalier Newton. Ce fut la premiere ébau- che de l'Ouvrage suivant , & aussi-tôt qu'elle pa- rut à Londres , elle y reçut l'approbation de quelques-uns des meilleurs Juges. Le Docteur Rundle, depuis Evêque de Derry , fut en par- ticulier si charmé de cet essai qu'il en par la au feu Roi. Sa Majesté se donna la peine de le li- re , & témoigna qu'elle desiroit que cet Ecrit fut rendu public ; mais la mort de M. Conduitt ayant prévenu l'exécution de la partie de l'Ouvrage dont il s'étoit chargé , M. Maclaurin retira son manuscrit. Il y ajouta dans la suite les preu- ves & les exemples les plus récents qu'il trou-
d

va, sur les sujets traités par M. Newton, & il le laissa dans l'état où il paroît actuellement.

M. Maclaurin vécut dans le Célibat jusqu'à l'année 1733; mais n'étant pas moins formé pour la Société que pour la contemplation; & désirant d'allier des plaisirs plus délicats & plus touchans à ceux de la Philosophie, il épousa Anne, Fille de M^r. Walter Stewart Procureur général du feu Roi pour l'Ecosse; il en eut sept enfans, dont cinq sçavoir deux fils, Jean & Colin, & trois filles lui ont survécu.

Le Docteur Berkley Evêque de Cloyne, ayant pris occasion, sur quelques disputes qui s'étoient élevées au sujet des fondemens de la Méthode des Fluxions, de rejeter la Méthode elle-même dans un Traite intitulé l'*Analyste* publié en 1734, & en même tems d'accuser les Mathématiciens d'infidélité en matière de Religion; M. Maclaurin jugea qu'il étoit nécessaire de défendre son Etude favorite, & de repousser une accusation dans laquelle il se trouvoit si injustement compris. Il commença une réponse au Livre de l'Evêque; mais à mesure qu'il avançoit, il fit un si grand nombre de Découvertes, trouva tant de nouvelles Théories, & résolut tant de Problèmes curieux, qu'au lieu d'une Pièce justificative, son Ouvrage s'accrut jusqu'à former un Traité complet des Fluxions, avec leur application

aux Problèmes les plus importans de Géométrie & de Physique.

Cet Ouvrage fut publié à Edinbourg en 1742, en deux volumes in quarto ; on ne sçait ce qu'on doit le plus y admirer, ou ses démonstrations solides & incontestables des fondemens de la Méthode elle-même , ou l'application qu'il en a faite à une si grande variété de Problèmes aussi curieux qu'utiles *.

Ses démonstrations furent communiquées , quelques années auparavant , au Docteur Berkley , & M. Maclaurin le traita avec tout le respect & tous les égards dus à sa dignité : malgré cela il ne laissa pas de revenir à la charge dans sa Dissertation sur l'Eau de Goudron , comme si on n'eut rien répondu ; par cette excellente raison que différentes personnes avoient conçu & exprimé la même chose de différentes manieres.

Une Société s'étant formée depuis quelques années à Edinbourg pour l'avancement de la Médecine , M. Maclaurin proposa aux Membres qui la composoient d'en rendre le Plan plus étendu ; en sorte qu'on y comprit toutes les Parties de la Physique & les Antiquités du Pays. Ce projet fut bientôt agréé , & à l'exemple de M. Maclaurin plusieurs personnes du premier rang & d'un mérite distingué , se

* Ce Traité des Fluxions paroitra dans peu traduit en François.

joignirent , à cet effet , aux Membres de l'ancienne Société. Le Comte de Morton leur fit l'honneur d'accepter la Charge de Président ; le Docteur Plummer Professeur de Chymie , & M. Maclaurin furent choisis pour Secrétaires , & plusieurs Sçavans de grande réputation , Anglois & Etrangers , désirerent d'être admis à cette Société. Aux assemblées qui se faisoient chaque mois , M. Maclaurin lisoit généralement quelque Mémoire ou quelque Observation dont il étoit l'Auteur , ou il leur communiquoit les Lettres qu'il avoit reçues des Sçavans étrangers ; ensorte que la Société se trouvoit informée de toutes les nouvelles Découvertes dont les Sciences s'enrichissoient.

Plusieurs de ses Mémoires , lus à cette Société , se trouvent imprimés dans le cinquième & le sixième volumes des Essays de Médecine. Il y en a aussi eu quelques-uns de publiés dans les Transactions Philosophiques , & M. Maclaurin eut occasion d'en insérer un beaucoup plus grand nombre dans son Traité des Fluxions , & dans son Exposition de la Philosophie de M. le Chevalier Newton. C'est ce qui a retardé la publication d'un nouveau Volume des Ouvrages de cette Société : mais on a lieu d'espérer qu'elle ne laissera pas de continuer ses travaux avec succès , malgré la perte qu'elle a faite à la mort de M. Maclaurin.

Il proposa aussi de bâtir un Observatoire Astronomique & une Salle convenable pour faire des Expériences dans l'Université; il en dressa un Plan où la commodité étoit réunie avec l'Elégance: & comme cet Edifice devoit être construit par le moyen des contributions particulières, il s'employa de tout son pouvoir pour ramasser la somme nécessaire à ce dessein; ce qu'il fit avec tant de succès, que sans ces malheureux désordres qui ont affligé ce Pays, ce bâtiment pourroit être actuellement fort avancé. Les Comtes de Morton & d'Hoptoun donnerent des preuves de leur libéralité, & de leur amour pour les Sciences, à cette occasion, ainsi que M. le Baron Clerk Vice-Président de la Société Philosophique. Plusieurs Personnes d'un rang distingué, qui avoient des instrumens d'une grandeur considérable, offrirent de les donner dès qu'on seroit en état de s'en servir à cet Observatoire.

Le Comte de Morton résolu de partir pour les Orcades & le Shetland en 1739, afin d'y visiter les Terres qu'il y possède, vouloit en même tems réformer la Géographie de ces Contrées, qui est très-fautive dans toutes nos Cartes, examiner l'Histoire naturelle du Pays, mesurer les Côtes, & y déterminer la valeur d'un degré du Méridien: dans cette vûe il souhaita d'être accompagné de M. Maclaurin.

Mais ses affaires de famille ne lui permettant pas d'entreprendre un pareil voyage , il ne put faire autre chose que de donner un Mémoire de ce qu'il jugeoit devoir être observé, de fournir les instrumens nécessaires , & de présenter en sa place M. Short fameux Opticien, comme très-capable de toutes ces entreprises. La relation qu'il reçut de ce voyage le persuada encore plus de l'imperfection de la Géographie de cette Contrée , qui a été la cause de tant de naufrages ; c'est pourquoi il employa plusieurs de ses Écoliers , alors établis dans les Provinces Septentrionales , à en mesurer les Côtes.

M. Bryce leva sur ces Observations une Carte de la Côte de Caithness & de Strathnaver , il y ajouta des remarques sur l'Histoire naturelle & les raretés du Pays, avec des routes pour les Navigateurs. Cette Carte fut présentée à la Société Philosophique à Edimbourg & publiée par son Ordre. M. Bonnar a levé pareillement une Carte des trois Isles les plus Septentrionales du Shetland, qui se trouve parmi les papiers de M. Maclaurin, & nous attendons dans peu la Géographie des Orcades corrigée par M. Mackenzie. C'étoit sur de semblables Observations faites par des Personnes habiles, aidées des meilleurs instrumens, que M. Maclaurin s'attendoit à voir lever une bonne Car-

te d'Ecosse ; & non sur les copies serviles des Marchands de Cartes ni sur une pénible collection d'anciens Plans de très-peu d'autorité, qu'il croyoit plus propres à perpétuer les erreurs qu'à les rectifier.

M. Maclaurin avoit encore un projet plus étendu sur la perfection de la Géographie & de la Navigation ; après avoir lû toutes les Relations qu'il put trouver des Voyages faits dans les Mers du Nord & du Sud, il imagina que l'Océan étoit ouvert dans le trajet du Groenland à la Mer du Sud par le Pole Septentrional. Il en étoit si persuadé qu'on lui a entendu dire que, si sa situation le lui permettoit, il entreprendroit ce voyage même à ses propres dépens. En 1744 on présenta au Parlement plusieurs Pièces à ce sujet, sur lesquelles M. Maclaurin fut consulté par des Personnes de grande autorité ; mais on se détermina à tenter la Découverte d'un passage au Nord-Ouest avant qu'il put finir le Mémoire qu'il se propoisoit d'envoyer ; & il fut très-faché de cette résolution, parce qu'il pensoit que ce passage, si on avoit à le trouver, ne devoit pas être éloigné du Pole. Tel étoit le zele de ce célèbre Philosophe pour le bien Public dans toutes les occasions ; la dernière & la plus remarquable est celle dont nous allons maintenant parler.

Lorsqu'on fut assuré, en 1745, que les Rébelles, après s'être avancés entre Edimbourg & les Troupes du Roi, continuoient leur marche vers le Midy, M. Maclaurin fut des premiers à ranimer le zele des Personnes attachées à notre heureux Gouvernement, & à les tirer de la funeste sécurité où elles avoient persisté jusques alors. Quoiqu'il n'ignorât pas que la Ville d'Edimbourg étoit non-seulement hors d'état de soutenir l'attaque d'une Armée reguliere, mais même de résister longtemps aux Troupes en désordre & mal-armées qui marchaient contre-elle; cependant prévoyant combien il seroit avantageux aux Rébelles de s'emparer de cette Capitale, & sçachant que les forces du Roi sous les ordres du Chevalier Jean Cope étoient attendues chaque jour, il leva les Plans des Murs, proposa plusieurs Rétranchemens, des Barrières, des Batteries & diverses autres défenses, qu'il pensoit qu'on pourroit tenir prêtes avant l'arrivée des Rébelles, & au moyen desquelles il esperoit que la Ville seroit en état de résister, jusqu'à ce que l'Armée du Roi fut arrivée à son secours. Tout le soin, non-seulement de donner le dessein, mais aussi de veiller à l'exécution de ces Fortifications, tomba en partage à M. Maclaurin; il fut occupé nuit & jour à lever des Plans & à courir de place
en

place ; l'inquiétude , la fatigue , & le froid auquel il fut ainsi exposé , altérant sa constitution naturellement foible , furent la première cause de la maladie dont il mourut.

Ce n'est pas ici le lieu de rapporter pourquoy ce Plan fut négligé , & de quelle manière les Rebelles se rendirent maîtres de la Ville. Ils s'en rendirent maîtres , dis-je , & leurs esprits animés par ce succès inattendu & par le secours d'armes & de provisions qu'ils en tirèrent , il désirèrent bientôt après l'armée du Roi à Preston-Pans. La modération qu'ils avoient affectée avant cette malheureuse bataille s'évanouit alors , & il falloit obéir à toutes les proclamations & à tous les ordres qu'il leur plaisoit de donner , sous peine d'exécution militaire. Parmi ces ordres despotiques , il y en eut un qui obligeoit tous ceux qui avoient servi comme volontaires à la défense de la Ville , de se présenter avant un tems prescrit devant leur Secrétaire d'Etat , & de signer une rétractation de tout ce qui s'étoit passé & une promesse de soumission à leur prétendu Gouvernement , sous peine d'être punis & traités comme Rebelles. M. Maclaurin s'étoit trop distingué parmi ces généreux Défenseurs , pour penser qu'il put échapper au traitement le plus sévère , s'il venoit à tomber entre les mains des Ennemis , après avoir négligé , de faire la

soumission qu'ils exigeoient: il se retira donc secrètement en Angleterre avant le dernier jour fixé pour recevoir les soumissions; mais il vint à bout auparavant de faire transporter un bon Telescope dans le Château, & trouva le moyen de fournir à la Garnison les Provisions dont elle avoit besoin.

Aussi-tôt que Milord Herring, Archevêque d'York fut informé que M. Maclaurin s'étoit retiré au Nord d'Angleterre, il l'invita de la manière la plus polie & la plus engageante, à prendre un Appartement chez lui durant son séjour en cette Contrée. M. Maclaurin accepta cet offre avec plaisir, & bientôt après il s'exprima ainsi dans une lettre à un de ses Amis, " je vis ici (dit-il) aussi heureusement que peut le faire un homme qui ignore l'état de sa Famille & qui voit la ruine de son Pays. „ Le Lord Archevêque, dont le mérite & les bontés restèrent toujours profondément gravés dans l'esprit de M. Maclaurin, entretenoit dans la suite avec lui une correspondance régulière; & lorsqu'on soupçonnoit que les Rebelles reprendroient une seconde fois possession d'Edinbourg, après leur retraite d'Angleterre, il invita son ancien Hôte à se réfugier de nouveau chez lui. On observa que durant son séjour à York il étoit plus maigre qu'à l'ordinaire, & qu'il avoit un air malade; ce-

pendant comme il ne sentit pas qu'il y eut alors aucun danger , il ne fit point appeller de Médecins : mais ayant eu le malheur de tomber de cheval & se trouvant d'ailleurs exposé , pendant son retour chez lui , (tandis que les Rebelles s'avançoient en Angleterre) aux plus grandes rigueurs de la saison , il se plaignit à son arrivée d'être fort incommodé. On découvrit en peu de tems que sa maladie étoit une Hydropisie ascite , & ce fut en vain qu'on employa tous les différens Remedes prescrits par les plus célèbres Médecins de Londres & d'Edinbourg , & qu'on lui fit trois fois la Ponction.

Il se comporta durant cette triste & longue maladie , comme il convenoit à un Philosophe & à un chrétien ; toujours tranquille , joyeux & résigné : ses sens & son jugement se soutinrent dans leur entiere vigueur jusqu'à peu d'heures avant sa mort. Ce fut alors que son Secrétaire auquel il dictoit le dernier Chapitre de l'Ouvrage suivant , (où il prouve la Sagesse , la Puissance , la Bonté & les autres Attributs de Dieu) s'aperçut pour la première fois qu'il hésitoit & tomboit dans des répétitions. On ne lui put trouver de Pouls , ses mains & ses pieds étoient déjà froids ; cependant malgré l'état extrêmement foible où il se trouvoit , il se tint sur sa chaise , & par-

la au Docteur Monro son Ami , avec sa sérénité & toute sa raison ordinaires, lui demandant l'explication d'un Phénomene qu'il observoit sur lui-même , sçavoir, que des traits de feu sembloient s'élancer de ses yeux , tandis que sa vûe s'affoiblissoit & qu'il pouvoit à peine distinguer les objets. Peu de tems après cette conversation il se fit mettre sur son lit, où, le Samedi quatorzième Juin 1746, âgé de 48 ans & quatre mois, il passa de ce Monde à cet état de bonheur, dont il avoit les plus hautes idées, & qu'il souhaitoit ardemment de posséder.

La douleur que causa la perte de cet Homme Illustre parmi les Personnes de tous rangs, fut aussi générale que l'estime qu'il avoit acquise; mais ceux qui l'avoient connu particulièrement en furent les plus vivement affligés; le Docteur Monro, dans un Discours prononcé à la premiere assemblée de l'Université après ce funeste événement (dont on a tiré en substance ce qu'on vient de rapporter) fait surtout une peinture très-touchante de la douleur que ressentit à cette occasion le feu Lord Président Forbes. Une conformité parfaite de caractère & d'inclinations les avoit étroitement unis durant leur vie, & malheureusement leur mort ne se suivit que de trop près : le Président, s'étant comme lui consumé au servi-

ce de son Pays , devint bientôt le sujet d'un regret universel.

Dans le même discours le Docteur fait voir, par un grand nombre d'exemples, que le génie sublime & le profond sçavoir ne faisoient pas le principal mérite de M. Maclaurin ; mais qu'il étoit encore plus éminemment distingué du commun des hommes par les qualités du cœur ; sa bienveillance universelle & sa piété exempte de toute affectation , enfin une chaleur & une constance dans l'amitié qui lui étoient particulières. Il assure aussi , qu'après une liaison intime avec lui pendant un si grand nombre d'années , il n'avoit connu qu'à moitié son mérite ; & qu'il ne se manifesta dans tout son lustre, que lorsqu'il se trouva dans cette terrible situation que tous les hommes doivent éprouver un jour , mais que les seules Ames préparées comme la sienne , armées de la vertu & d'une espérance chrétienne, peuvent supporter dignement.

Les bornes qui nous sont prescrites ne nous permettent pas de suivre de célèbre Professeur dans toutes ces agréables recherches , & la modestie des Amis de M. Maclaurin ne souffriroit pas un détail si particulier. Nous devons nous contenter de le considérer du côté qu'il s'est fait universellement connoître , en donnant une courte Exposition de ses Ou-

vrages & de la maniere dont il a cultivé les Mathématiques , en suivant , avec une application infatigable , des Etudes qui paroissent à la plûpart du monde plus curieuses qu'utiles.

Son premier Ouvrage fruit des travaux de sa jeunesse fut la *Géométrie Organique* , où il traite de la description des Courbes par un mouvement continu. La premiere & la plus simple des Lignes courbes se décrit par le mouvement d'une droite sur un Plan , autour de l'une de ses extrêmités. M. Newton avoit démontré que les Sections Coniques pouvoient toutes être décrites , en prenant deux Centres ou deux Poles dans un Plan , & mouvant autour de ces Points deux Angles donnés , en sorte que l'interfection de deux jambes soit toujours dans une ligne droite , dont la position sur ce même Plan est donnée ; car de cette maniere l'interfection des deux autres jambes décrira quelque Section Conique. Il décrit de même les Courbes du troisième genre qui ont un Point double, c'est-à-dire qui , rentrant en elles-mêmes , passent deux fois par le même Point ; mais M. Newton avoue que la Description d'un très-grand nombre de Courbes , qui n'ont pas un pareil Point , est un Problème d'une toute autre difficulté. La solution en étoit réservée à M. Maclaurin , qui non-seulement l'a donnée d'une maniere

complétte, mais qui de plus a fait de rapides progrès dans cette Méthode de décrire les Courbes. En prenant plus de Poles, ou en mouvant les Points Angulaires le long d'un plus grand nombre de lignes dont la position soit donnée, ou enfin en portant les intersections le long de quelques lignes Courbes au lieu de Droites, il a rendu cette Méthode aussi générale qu'elle pouvoit l'être, ou du moins il a donné le moyen d'y parvenir. Et parce que ces Descriptions de Courbes s'exécutent par le mouvement des Angles, combiné suivant que le cas l'exige, il les appelle du nom général d'Organiques. Lorsqu'il écrivit ce Traité, il se trouvoit dans le premier feu de son imagination, & continuellement excité par l'ardeur qui l'emportoit à tenter d'autres Découvertes, enforte qu'il ne prit pas le tems de finir chaque Démonstration, d'une manière aussi élégante qu'il auroit pu le faire. Les pages, il faut l'avouer, sont toutes chargées de Calculs algébriques, & les yeux délicats de quelques Critiques en ont été blessés; mais on répondra que ce qui les offense peut être très-agréable à de jeunes Mathématiciens: & même nous n'aurions fait aucune mention de ce prétendu défaut dans un si grand Ouvrage, s'il n'en avoit lui-même parlé en plusieurs occasions. Dans une lettre à

un de ses Amis, il témoigna qu'il avoit intention de reprendre, à son premier loisir, toute cette Théorie & d'y ajouter un supplément ; dont la plus grande partie a été imprimée il y a plusieurs années, mais il ne nous en reste qu'un extrait dans les Transactions Philosophiques, N°. 439. Dans le même Volume, il donne une nouvelle Théorie des Courbes qui peuvent être déduites, de quelque autre Courbe donnée, en concevant que des perpendiculaires aux Tangentes de cette dernière soient continuellement tirées par un point donné, & leurs intersections avec ces Tangentes formeront une nouvelle Courbe ; de celle-ci, on peut en déduire une troisième de la même manière, & ainsi de suite à l'infini. Cette Théorie fournit plusieurs Théorèmes curieux : il y a aussi quelques Propositions sur les Forces Centripètes & sur d'autres sujets, qui, avec les nombreuses citations qu'on y trouve, font voir les grands progrès qu'il avoit déjà faits dans chaque partie des Mathématiques, & combien il étoit versé dans les Ecrits des meilleurs Auteurs.

Nous ne repeterons pas ici ce qui a déjà été dit sur sa Pièce qui remporta le Prix de l'Académie Royale des Sciences en 1724. La même Académie lui adjugea en 1740 un Prix qui lui fait un honneur infini ;
pour

pour avoir expliqué le Flux & Reflux de la Mer par la Théorie de la Gravité ; Question qui avoit été proposée l'année précédente sans qu'on y eut satisfait. Il n'eut que dix jours de tems pour travailler à ce Mémoire , & il ne put trouver le loisir de le transcrire avec exactitude , en sorte que l'Edition de Paris n'est pas correcte ; mais il revit cette Dissertation dans la suite & l'inséra dans son Traité des Fluxions.

Il est inutile de rapporter à quelles occasions il composa différentes Pièces qu'il envoya à la Société Royale : on en verra les dates dans la liste suivante & les sujets qui y sont traités.

1. *De la Construction & de la Mesure des Courbes.* N°. 356.

2. *Nouvelle Méthode de décrire toutes sortes de Courbes.* N°. 359.

3. *Lettre à M. Martin Folkes Ecuyer , sur les Equations à Racines impossibles.* Mai 1726. N°. 394.

4. *Continuation de la même.* Mars 1729. N°. 408.

5. *Du 21 Décembre 1732. Sur la Description des Courbes , avec l'Exposition des nouvelles Découvertes en ce genre , & un Mémoire daté de Nancy , le 27 Novembre 1722.* N°. 439.

6. *Plan du Traité des Fluxions*, le 27 Janvier 1742-3 N°. 467.

7. — *Le même continué*, le 10 Mars 1742-3 N°. 469.

8. *Règle pour trouver les parties Méridionales d'un Sphéroïde avec la même exactitude que celles d'une Sphere*. Août 1741. N°. 461.

9. *Des Bâses des Cellules où les Abeilles déposent leur Miel*, du 3 Novembre 1743. N°. 471.

Mais son grand Ouvrage, celui qui lui a coûté le plus de peine & qui le couvrira d'une gloire immortelle, est son *Traité des Fluxions*. On a déjà dit plus haut l'occasion qui le lui fit entreprendre, sçavoir, les objections de quelques Personnes ingénieuses contre la Doctrine des Fluxions, fondées sur les diverses manieres de l'expliquer employées par différens Auteurs. On ne peut disconvenir que les termes *d'Infini* & *d'Infiniment petits* ne soient devenus trop familiers aux Mathématiciens, & qu'on n'en ait abusé en *Arithmétique* & en *Géométrie*, soit en introduisant & palliant des absurdités réelles, soit en donnant à ces Sciences un certain air mystérieux & affecté qu'elles ne doivent point avoir. Pour remédier à ce mal qui alloit tous les jours en croissant, & ne laisser à jamais aucune prise aux railleries qu'il avoit occasionnées, M. Maclaurin trouva qu'il étoit nécessaire, en démontrant

les Principes des Fluxions, de rejeter entièrement tous ces termes sujets à dispute, & de ne supposer que des Quantités finies déterminables, telles que celles dont traite Euclide dans sa Géométrie; enfin de n'employer aucune autre sorte de démonstration que celle dont les Anciens ont fréquemment fait usage, & qui a toujours été regardée comme très-rigoureuse dès le commencement de cette Science: par là il a assuré cette admirable invention contre toutes les attaques des Siècles à venir, & en même tems il a rendu justice à l'exactitude de son illustre Auteur. Cet Ouvrage lui a coûté des peines infinies; mais il ne les regrettoit pas: car il pensoit qu'à proportion, que les Méthodes générales ont des usages importans, il est nécessaire qu'elles soient établies avec la plus grande certitude, & que puisqu'elles nous épargnent tant de tems & de travail, on ne doit rien négliger pour éclaircir ces Méthodes elles-mêmes,*.

Non-seulement il a démontré la certitude de cette Doctrine, mais il l'a enrichie de Découvertes importantes, & il en a fait l'application avec beaucoup de succès à un si grand nombre des recherches, aussi curieuses qu'utiles, que son Ouvrage peut être regardé com-

* Introduction aux Fluxions vers la fin.

me un Trésor de Sciences Mathématiques ; plutôt que comme un Traité de l'une de leurs branches. Il seroit inutile d'entrer ici dans le détail des choses qu'il renferme , puisqu'on en trouve une Exposition claire & méthodique dans les Transactions Philosophiques N^o. 468 , 469 ; où nous renvoyons le Lecteur.

Quoique cet Ouvrage ne soit pas également parfait en toutes ses Parties , à cause de l'étendue immense du Plan qu'il s'étoit proposé , on y remarque cependant partout un génie du premier ordre & une sagacité peu commune. Un Artiste ordinaire suit la première route qui se présente à lui & non pas ordinairement la meilleure ; il peut arriver à la solution de son Problème , mais elle sera probablement dénuée d'élégance ou de clarté : on s'apperçoit aisément qu'elle n'est pas aussi parfaite qu'elle pourroit l'être, le résultat n'étant guères plus scientifique que celui d'une opération arithmétique , où les nombres donnés & leurs rapports ont tous disparu. Il s'en falloit bien que M. Maclaurin fut dans le même cas ; il avoit une imagination vive & un discernement exquis, en sorte que, saisissant tout-à-coup toutes les différentes manières de procéder , il étoit en état de choisir la plus propre à son dessein & d'en faire l'application avec un art & une méthode admirables. Cette faculté

n'est pas de celles qui s'acquerrent par l'exercice, elle tire plutôt son origine d'un certain goût présent de la Nature, qui dans les Mathématiques, comme en toutes autres choses, distingue l'excellence de la médiocrité.

Nous avons dans tous les derniers Ouvrages de M. Maclaurin, particulièrement dans son *Traité des Fluxions*, des exemples sans nombre de cette sagacité singulière; il n'en faudroit pas d'autre preuve que la manière dont il a réduit tant de solutions, qu'on avoit coutume de traiter par les ordres les plus élevés des Fluxions, à ceux d'un ordre inférieur & plusieurs des Questions de *Maximis & Minimis*, & même quelques-unes des plus difficiles, à la Géométrie plane. Ce sont là tous les Ouvrages que notre Auteur a publiés pendant sa vie; depuis sa mort il a paru deux autres volumes, son *Traité d'Algèbre* & son *Exposition de la Philosophie de M. Newton*.

Quoique ce *Traité d'Algèbre* n'ait pas eu l'avantage d'être fini de sa propre main & d'être publié sous ses yeux, il est cependant regardé comme excellent en son genre; contenant dans un seul volume un *Traité élémentaire* complet de cette Science, jusqu'au plus haut période où elle ait été portée; & toutes les règles les plus utiles qui sont répandues en un si grand nombre d'Auteurs y sont

clairement démontrées, & disposées suivant l'ordre qu'il a trouvé le plus convenable après une longue Expérience dans l'exercice des fonctions de sa Chaire. Il ne s'arrête pas tant, à la vérité, aux applications pratiques que la plupart des autres Auteurs, mais il l'a fait à dessein : car il pensoit que la plus grande partie de ces applications méritoient d'être traitées séparément, & qu'en embrasser trop dans son plan ce seroit la même chose que si on défiguroit les Elémens d'Euclide, en y mêlant les règles de Géométrie pratique. On a joint à cet Ouvrage, en forme d'*Appendix*, son *Traité latin des Propriétés générales des Lignes Géométriques*. Il a été imprimé avec beaucoup de soin sur un Manuscrit tout écrit & corrigé de la propre main de l'Auteur, & il suffit d'ajouter que comme c'étoit une des dernières, elle paroît aussi, à son propre jugement, avoir été l'une de ses meilleures productions.

L'Exposition de la Philosophie de M. Newton est actuellement sous les yeux du Lecteur qui, en parcourant la Table des Chapitres, verra le dessein & la Méthode de l'Auteur ; & nous espérons qu'en lisant l'Ouvrage même, il n'aura pas lieu de se plaindre de l'exécution.

On pourroit cependant faire une Question qu'il est à propos de prévenir : sçavoir pour-

quoi dans cette Exposition les plus grandes Découvertes de M. Newton sur la Lumière & sur les Couleurs n'y sont rapportées qu'en passant & en général ? A cela on répond que le principal dessein de M. Maclaurin paroît avoir été d'expliquer seulement ces Parties de la Philosophie du Chevalier Newton qui ont été contestées & qui le sont encore. Mais on sçait que , depuis que les Expériences , sur lesquelles sa doctrine de la Lumière & des Couleurs est fondée , ont été répétées avec soin , son sentiment n'a souffert aucune contestation : tandis que son Système du Monde , son Explication des Mouvements célestes , & des autres grands Phénomènes de la Nature , par la Gravité , ont été mal entendus & même tournés en ridicule jusqu'à ce jour. On a souvent répété le reproche qu'on lui avoit fait , sans aucun fondement , de renouveler les *Qualités occultes* ; quelques Professeurs étrangers ont encore l'idée remplie de leurs triomphes imaginaires , & même l'élégant & ingénieux Cardinal de Polignac s'est laissé séduire jusqu'à leur prêter l'harmonie de ses vers.

Il étoit donc à propos que ces Messieurs fussent encore une fois averti , & par M. Maclaurin , que leurs objections sont entièrement hors de saison , que les Fantômes qu'ils combattent tous les jours ne sont sortis que de leur

imagination , & n'ont pas plus de rapport avec les dogmes de M. le Chevalier Newton , que l'Observation & l'Expérience en ont avec les *Qualités occultes* ; que les Partisans de ce célèbre Philosophe soutiendront toujours que c'est avec raison qu'ils s'arrêtent où ils voyent qu'ils ne peuvent aller plus loin , sur des fondemens certains , & qu'ils sont usage d'un principe solidement établi sur l'Expérience , qui satisfait si bien à tous les cas où ils l'appliquent , & se trouve toujours uniforme & constant ; * quoiqu'ils désespèrent de découvrir peut-être jamais la première cause de ce Principe.

Mais outre que le Traité d'Optique de M. Newton n'avoit pas besoin de défense , on peut dire aussi qu'il est à peine susceptible d'explication , c'est un Chef-d'œuvre si accompli qu'il ne peut pas plus être abrégé qu'étendu , & il vaudroit mieux rapporter toutes ses Expériences , ses éclaircissémens & ses preuves , dans les mêmes termes dont il s'est servi , que de s'exposer à les défigurer par un habilement étranger. Quant à ses conjectures qu'il n'a pu mieux établir , & qu'il propose comme des Questions , M. Maclaurin avoit un ju-

* On en voit une nouvelle preuve dans une seconde Découverte du Docteur Bradley , aussi admirable que la première , d'une petite

nutatation de l'Axe de la Terre , à laquelle il a été conduit par le mouvement des Nœuds de l'Orbite Lunaire.

gement trop solide, & étoit trop fortement imbu du génie & de l'esprit de son illustre Maître, pour penser à fonder sur elles des Théories douteuses. Il les laisse telles qu'il les a trouvées, jusqu'à ce que les Découvertes des Siècles à venir leur puissent donner un autre nom.

M. Maclaurin, outre ses Ouvrages imprimés & complets, avoit par devers lui un grand nombre de Manuscrits & d'Essais imparfaits, tant sur les Mathématiques que sur d'autres sujets. L'augmentation de sa maladie ne lui laissa pas le tems de les mettre en ordre, ni d'indiquer en particulier la manière dont ils devoient être disposés. Il les confia entièrement aux soins de trois Personnes, entre les mains desquelles il les sçavoit en parfaite sûreté : son respectable Ami M. Martin Folkes Ecuyer, Président de la Société Royale; M. André Mitchell Ecuyer, Membre du Parlement pour le Comté d'Aberdéen, qu'il connoissoit très-disposé à n'épargner aucune peine, dans tout ce qui concernoit la memoire d'un Ami qu'il avoit si long-tems & si vivement aimé; & M. Jean Hill Chapelain de l'Archevêque de Cantorbery, avec lequel il étoit lié depuis quelques années de l'amitié la plus intime. En conséquence de ces dispositions, ces Messieurs résolurent d'abord de publier ce que M.

Maclaurin avoit déjà préparé pour la presse ; sçavoir son Algèbre & l'Exposition de la Philosophie de M. Newton ; mais ne pouvant se charger eux-mêmes du soin immédiat de ces Editions, ils s'en sont reposés sur une Personne dont les égards pour la mémoire de l'Auteur sont un gage assuré de son exactitude scrupuleuse. Ils ont aussi proposé une Souscription pour l'Ouvrage suivant, à laquelle on s'est porté avec tout l'empressement qu'on avoit lieu d'attendre ; ce qui ne laissera pas d'être fort utile à la Famille du Défunt dans la situation où il l'a laissée : car outre qu'un Philosophe ne s'occupe guères du soin d'amasser des richesses , & qu'il ne peut satisfaire sa curiosité , sans une dépense considérable , M. Maclaurin étoit beaucoup plus libéral que sa fortune ne le lui permettoit ; il ne se contentoît pas d'aider de ses lumieres & de tout son credit les jeunes gens , en qui il remarquoit d'heureuses dispositions & du penchant à la vertu , il leur donnoit souvent tout l'argent dont ils avoient besoin , jusqu'à ce que ses recommandations pussent avoir lieu.

Si nous considérons maintenant les nombreux Ecrits de notre Auteur & les profondes Recherches auxquelles il s'est livré , on ne fera pas moins étonné de sa patience & de son assiduité que l'élévation de son génie. Ce

feroit en vain qu'on entreprendroit d'en convaincre une Personne qui n'a pas elle-même goûté les plaisirs d'un esprit contemplatif. Ceux qui se livrant aux plaisirs du Monde, ne connoissent d'autre volupté que celle que les sens procurent & que l'imagination assaisonne, sont insensibles aux charmes simples & tranquilles & aux attraits négligés de la vertu, qui fut durant tout le cours de la vie de M. Maclaurin l'objet constant de sa passion. Il regardoit ces spéculations comme l'exercice le plus digne des facultés de l'homme, le plus propre à nous faire connoître les bornes qui leur sont prescrites & à nous inspirer cette humilité qui doit être notre partage, & qui fait la principale partie de la vraie Sagesse, la *connoissance de soi-même.*

Ceux qui ont eu le bonheur de connoître M. Maclaurin, peuvent rendre témoignage de l'exemple autentique qu'il a donné de cette vertu, & ses Ouvrages en sont une preuve suffisante. Plus il avançoit en Géométrie & dans la connoissance de la Nature, plus il avoit d'aversion pour les Systèmes parfaits & les Hypotheses universelles; sans affecter du mépris pour les connoissances que nous pouvons acquérir, ou pour les usages auxquels elles sont propres, il vit qu'il en restoit infiniment plus au-dessus de la Sphere de l'entendement

humain. Il avoit coutume de ne regarder nos plus grandes Découvertes que comme une es-
pece d'Aurore, proportionnée aux circonstances où nous sommes & à nos besoins en cette vie, dont nous devons cependant être satisfaits pour le present, dans l'espérance de lui voir succéder un jour brillant, lorsque nous jouirons d'un état plus heureux & plus parfait.

L'Etude des Mathématiques, il est vrai, a souvent produit des effets tout-à-fait differens, dans les Personnes d'un esprit foible & sans expérience; quelquefois un orgueil & une présomption ridicules avec un mépris de toutes les autres Etudes, quelquefois elle a fait confondre témérairement les différentes sortes d'évidence & les divers sujets auxquels elles peuvent être appliquées; ou bien parce que l'évidence démonstrative est la plus parfaite, on a regardé comme une chose décidée qu'il n'y en avoit pas d'autre, ou enfin l'évidence morale pour la porter au même niveau a été déguisée d'une maniere ridicule & défavantageuse. Mais le seul exemple de M. Maclaurin opposé à la façon de penser & d'agir de pareils imprudens, sera une censure suffisante de leur conduite absurde; & en même tems, servira de réponses aux injustes reproches dont, à l'occasion de ces abus, on a chargé les Mathématiciens.

Ce n'étoit pas seulement le plaisir & l'inf-

truction de l'esprit que M. Maclaurin cherchoit dans ses Etudes favorites; il vit combien elles étoient importantes dans tous les Arts de la vie civile, pour *aider les Puissances de l'homme* (comme s'exprime le Chancelier Bacon *) & *étendre son domaine sur la Nature*. Pour peu qu'on soit instruit de l'histoire de l'état présent du Commerce & des Manufactures, on conviendra qu'il n'y a rien de grand ou de beau, rien d'univerfellement utile & avantageux, qui n'exige d'être dirigé par l'application des Mathématiques; les idées même, que le hafard nous fournit, ne peuvent être portées à la moindre perfection, fans le secours de l'Arithmétique & de la Géométrie.

C'est à cette utilité générale que M. Maclaurin rapportoit toutes ses Etudes, on trouve, en plusieurs endroits de ses Ouvrages, une application des Théories même les plus abstraites à l'avancement des Arts Mécaniques. Il avoit résolu, dans la même vûe, de composer un cours de Mathématiques pratiques & de vanger plusieurs branches utiles de ces Sciences, du mauvais traitement qu'elles ont souvent reçues entre des mains moins habiles. Mais sa mort nous a privé de l'exécution de tous ces desseins, à moins que nous ne regardions comme une partie de l'Ouvrage qu'il

* *Nouv. Organ. Lib. I.*

méritoit, la Traduction de la Géométrie pratique du Docteur David Gregory, qu'il revit & publia avec des additions en 1745.

Cependant, il eut souvent pendant sa vie le plaisir de servir ses Amis & sa Patrie par son profond sçavoir. Quelque difficulté, qui se rencontrât sur la construction des Machines, sur le travail des Mines, sur les moyens de perfectionner les Manufactures, de faire venir des Eaux, ou sur l'exécution de quelque autre Ouvrage public, on s'adressoit toujours à M. Maclaurin pour la résoudre. On eut aussi recours à lui, pour terminer quelques disputes de conséquence, qui s'étoient élevées à Glasgow sur le Jaugeage des Vaisseaux; & pour cela il présenta aux Commissaires de l'Excise deux Mémoires travaillés avec soin, contenant des Regles à ce sujet avec leurs démonstrations; Regles que depuis on a suivi exactement.

Mais ce qui lui causa la plus grande satisfaction à cet égard, ce fut les Calculs qu'il fit au sujet de ce sage établissement, actuellement autorisé par les Loix, en faveur des Veuves & des Enfans du Clergé d'Ecosse & des Professeurs des Universités, par lequel on leur donne le Droit de jouir de certaines sommes & annuités, au moyen d'un paiement annuel & volontaire d'une somme déterminée,

par le possesseur du Bénéfice ou de la Chaire. La disposition de ce Système couta beaucoup de peine à M. Maclaurin, & les Personnes, qui furent chargées de solliciter l'affaire à Londres, avouent que l'autorité de son nom fut d'un grand poids, pour dissiper tous les doutes qui naissoient sur la suffisance du fonds proposé, ou sur la juste proportion des sommes & des annuités.

Ce devoit être un plaisir bien flatteur pour lui de s'être rendu par là si utile à son Siècle & même à la Postérité la plus reculée. Mais ses Etudes lui étoient encore plus chères, en ce qu'elles servent à démontrer l'existence & les attributs du souverain Créateur, & à établir les Principes de la Religion naturelle sur des fondemens solides, également assurés contre les vains Sophismes des Epicuriens & les dangereuses subtilités des Métaphysiciens modernes. Il pensoit avec le grand M. Cotes* *que la connoissance de la Nature sera toujours le plus ferme boulevard contre l'Athéisme*, & par conséquent le plus sûr fondement de la vraie Religion. Cette connoissance fait plus qu'exciter une simple admiration, elle nous inspire l'amour & l'adoration du Créateur; car il faudroit en effet qu'elle fut bien superficielle, pour ne pas nous convaincre de notre indé-

* *Præfat. ad Newton. Princip.*

perdance & de nos devoirs envers ce grand Etre , qui nous a fait tout ce que nous sommes. L'argument tiré des causes finales , de l'ordre & du dessein , qui se manifeste évidemment par tout l'Univers , étoit regardé par M. Maclaurin comme le plus simple de tous , & par conséquent comme le plus proportionné aux facultés humaines : au lieu que les raisonnemens Métaphysiques ne sont entendus que d'un petit nombre , & sont toujours susceptibles d'être pris dans un mauvais sens. Ensorte que, quoiqu'il fut en état d'en faire usage avec autant de force & de subtilité qu'aucune autre personne , il aimait mieux, dans sa conversation aussi bien que dans ses Ecrits , terminer la dispute en peu de mots à sa manière.

Il n'étoit pas moins ardent à la défense de la Religion révélée qu'il entreprenoit avec chaleur aussi-tôt qu'on l'attaquoit , soit en passant dans la conversation, où dans ces Livres pernicieux qui n'ont pas moins contribué à nous corrompre le Goût que les Mœurs : on vit combien il avoit été fermement persuadé de la vérité de cette Religion , par la tranquillité qu'elle lui procura dans ses derniers momens.

C'est ainsi que ce Grand-Homme passa tous les jours de sa vie dans le cours d'une Etude laborieuse ; continuellement occupé à faire le bien de tout son pouvoir à étendre parmi les
hommes

hommes la Religion & la Vertu , en même tems qu'il s'appliquoit particulièrement à perfectionner les Arts utiles & curieux. Il nous a été ravi dans un âge où il étoit capable de faire beaucoup plus; mais il a laissé un exemple qui sera long-tems admiré aussi bien qu'imité jusqu'à ce que la Révolution des choses humaines vienne à bannir les Sciences de ces Parties du Monde , ou que l'inconstance des hommes , & leur dégoût pour ce qu'il y a de meilleur , aient substitué à cette Philosophie quelque vain fantôme de Science, & que par l'un ou l'autre moyen nous retombions à notre premier état de barbarie.



T A B L E

D E S C H A P I T R E S.

LIVRE PREMIER.

De la Méthode qu'on doit suivre dans l'Etude
de la Philosophie naturelle, & des differens
Systêmes des Philosophes.

C	HAPITRE PREMIER. <i>Exposition générale de la Méthode de M. le Chevalier Newton & de sa Doctrine sur le Systême du Monde.</i>	page 1
CHAP. II.	<i>Des Systêmes des anciens Philosophes.</i>	24
CHAP. III.	<i>Des Philosophes Modernes avant Descartes.</i>	42
CHAP. IV.	<i>Des Principes Philosophiques de Descartes, des changemens qui y ont été faits par ses Sectateurs, & des disputes qui regnent actuellement en Physique.</i>	65
CHAP. V.	<i>Conclusion des Observations précédentes.</i>	93

LIVRE SECOND.

De la Théorie du Mouvement & des Méchaniques rationnelles.

C	HAPITRE PREMIER. <i>De l'Espace, du Tems, de la Matière & du Mouvement.</i>	101
CHAP. II.	<i>Des Loix du Mouvement & de leurs Corollaires généraux.</i>	118
CHAP. III.	<i>Des Puissances Mécaniques.</i>	156
CHAP. IV.	<i>Du Choc des Corps.</i>	194
CHAP. V.	<i>Du Mouvement des Projectiles dans le Vide; de la Cycloïde & du mouvement du Pendule dans cette Courbe.</i>	209

TABLE.

LIVRE TROISIEME.

La Gravité démontrée par Analyse.

CHAPITRE PREMIER. <i>De la Théorie de la Gravité telle qu'elle paroît avoir été connue avant M. le Chevalier Newton.</i>	231
CHAP. II. <i>La Lune est un Corps pesant & gravite vers la Terre de la même maniere que les Corps terrestres.</i>	255
CHAP. III. <i>Du Système Solaire, & des Parallaxes des Planetes & des Étoiles fixes.</i>	269
CHAP. IV. <i>De la Gravitation générale de la Matière.</i>	290
CHAP. V. <i>De la Quantité de Matière & de la densité du Soleil & des Planetes.</i>	306

LIVRE QUATRIEME.

Les effets de la Gravité déduits synthétiquement.

CHAPITRE PREMIER. <i>Du Centre du Système Solaire.</i>	313
CHAP. II. <i>De la maniere dont la Gravité produit quelques petites irregularités dans les Mouvements des Planetes.</i>	319
CHAP. III. <i>Comment il arrive que les Planetes s'approchent & s'éloignent du Soleil à chaque Révolution.</i>	325
CHAP. IV. <i>Du Mouvement de la Lune.</i>	345
CHAP. V. <i>De l'Orbe d'une Planete secondaire décrit sur un Plan immobile, avec un éclaircissement de l'explication de M. Newton des Mouvements des Satellites, par la Théorie de la Gravité.</i>	358
CHAP. VI. <i>De la Figure de la Terre, & de la Précession des Equinoxes.</i>	368
CHAP. VII. <i>Du Flux & Réflux de la Mer.</i>	375
CHAP. VIII. <i>Des Cometes.</i>	394
CHAP. IX. <i>De l'Auteur suprême & Conservateur de l'Univers.</i>	405

Fin de la Table.

FAUTES A CORRIGER.

- P**AGE 4, Ligne 26, tous, lisez, tout.
Pag. 34, L. 21, *raison*, lisez, lieu.
Pag. 39, L. 10, *raison*, lisez, tout lieu.
Pag. 39, L. 25, lisez, ces Philosophes.
Pag. 54, L. 35, *sentiroit*, lisez, *serviroit*.
Pag. 114, L. 2, *mante à*, lisez, mais
Pag. 117, L. 11. *terminer*, lisez, déterminer.
Pag. 151, L. 9, lisez, avec désavantage contre le mouvement.
Pag. 161, L. 7, A & B, lisez, B & C.
Pag. 163, L. 14, *e* lisez, Be.
Pag. 177, L. 1 & 5, lisez, Poulie simple.
Pag. 184, L. 9. lisez, réciproquement comme.
Pag. 193, L. 1, *ne*, lisez, en.
Pag. 193, L. 18, FF, lisez, F.
Pag. 202, L. 13, lisez, *of & od à ob*.
Pag. 211, L. 28. lisez, qui font descendre les Corps;
Pag. 222, L. 29, KKk, lisez, Kk.
Pag. 354, Note, 2^e. Colomn. L. 3, *premier*, lisez, dernier;
Pag. 366, L. 4 & 6, au lieu de (, lisez).



De l'école sur
D É C O U V E R T E S
DE M. NEWTON.



LIVRE PREMIER.

De la Méthode qu'on doit suivre dans l'étude
de la Philosophie naturelle, & des diffé-
rens systêmes des Philosophes.

CHAPITRE PREMIER.

*Exposition générale de la Méthode de Monsieur le
Chevalier NEWTON, & de sa doctrine sur
le systême du Monde.*

1.



'OBJET de la Philosophie naturelle est de
décrire les Phénomènes de la Nature, de
découvrir leurs causes, en exposer les rap-
ports & faire des recherches sur toute la
constitution de l'Univers. Une noble cu-
riosité a porté les hommes de tout tems à l'étude de la

A

Nature ; il n'y a aucun Art utile qui n'ait quelque connexion avec cette science, la beauté inépuisable & la variété des choses la rendent toujours agréable , nouvelle & surprenante.

Mais la Philosophie naturelle a d'autres usages beaucoup plus importans , car elle tire son principal mérite de ce qu'elle fert de fondement solide à la Religion naturelle & à la Philosophie morale , en nous conduisant d'une manière satisfaisante à la connoissance de l'Auteur & du Maître de l'Univers. Etudier la Nature, c'est chercher à connoître l'ouvrage de ce souverain Créateur : chaque découverte nous en développe quelque nouvelle partie ; & tandis que dans nos recherches nous sentons toujours qu'il nous reste de plus grandes choses à découvrir , l'esprit est par là dans l'agréable espérance de faire de plus grands progrès. Nous prenons en même tems de plus hautes idées de cet Etre suprême, dont les ouvrages sont si variés & si difficiles à comprendre.

Les connoissances que nous avons de la Nature, toutes imparfaites qu'elles sont , servent à nous représenter de la manière la plus sensible cette souveraine Puissance qui domine par tout, qui agit avec une force & une efficacité qui ne sont affoiblies ni par les longs espaces , ni par les intervalles du tems. Elles nous font admirer cette sagesse qui se manifeste également dans la merveilleuse structure & les mouvemens réglés des parties les plus grandes, comme de celles qui échappent à nos sens. Enfin nous ressentons évidemment les effets d'une bonté parfaite qui dirige tout. Tel est le premier objet des spéculations d'un Philosophe , qui tandis qu'il contemple , & qu'il admire un système si excellent , ne peut s'empêcher de s'unir à l'harmonie générale de la nature pour s'élever à son Créateur.

Dans la vûe de parvenir à ces grandes fins , nous ne devons pas nous précipiter dans nos recherches ; mais avancer pas à pas avec les plus grandes précautions. Les

faux systèmes de Physique peuvent conduire à l'Athéisme, ou du moins faire naître des opinions sur la Divinité & sur l'Univers d'une dangereuse conséquence pour le Genre humain ; & on ne les a vus que trop souvent employés à soutenir de semblables erreurs. Nous avons d'autant plus de raison de nous tenir sur nos gardes , que les Philosophes ont fait voir dans plusieurs occasions une disposition singulière à donner dans des fictions extravagantes , lorsqu'ils ont tenté de pénétrer dans les mystères de la nature. Un parti considérable dans l'antiquité adopta ce monstrueux système , dans lequel sans avoir recours à une Divinité , * on entreprend d'expliquer la formation de l'Univers par un jeu fortuit d'atomes, & on tire la beauté ineffable des choses qui nous environnent même la vie & la pensée d'un heureux arrangement produit par le hasard dans un aveugle chaos. L'horreur qu'ils avoient conçue des funestes effets de la superstition , peut les avoir portés à recourir à une doctrine si opposée au sens commun & à la raison. Mais nous n'avons pas même cette excuse à alleguer en faveur de quelques Philosophes modernes de grande réputation qui semblent avoir trop suivi ces anciens Maîtres dans leurs explications mécaniques de la production du monde.

Tandis que nous sommes en garde contre l'athéisme & les opinions qui en approchent , nous devons pareillement éviter de prêter l'oreille à la superstition , qui s'oppose à l'étude de la nature , de peur qu'en étendant nos connoissances , nous n'échappions à sa servitude , & que nos découvertes ne portent atteinte à ses dogmes favorits. S'ils sont vrais ces dogmes , ils seront plutôt confirmés par nos recherches , & s'ils sont faux , il est certainement de la dernière importance qu'ils soient découverts. Nous pouvons poursuivre la vérité avec assurance , nous la trouverons toujours d'accord avec elle-même ; elle n'a besoin pour se soutenir , ni des jalou-

* Lucrét. *De rerum natura*, Lib. I. v. 63. &c.

4 DÉCOUVERTES PHILOSOPHIQUES

sies, ni des noirs soupçons des superstitieux. C'est dans leurs mains que la vérité s'obscurcit par le mélange impur qu'ils font & par les détestables moyens qu'ils emploient trop souvent pour maintenir une union si peu convenable. Les Philosophes qui ont voulu soutenir des idées si frivoles, n'ont jamais manqués d'être tournés en ridicule & avec justice, sans servir absolument à la cause dont ils entreprenoient la défense. Cosmas Indopleuste * entraîné par un zèle téméraire s'avisa autrefois de former un système de Physique de quelques expressions qu'il avoit compilées dans les saintes Ecritures, que contre l'usage constant & universel, il ne devoit point entendre à la rigueur & dans le sens le plus littéral.

La Terre donc suivant lui n'étoit pas ronde, mais une plaine immense plus longue que large, environnée d'un Océan qu'il étoit impossible de traverser. Il plaçoit du côté du Nord une haute montagne autour de laquelle le Soleil & les Etoiles faisoient leurs révolutions diurnes; & par l'ombre *conique* qu'il lui attribuoit, & le mouvement oblique du Soleil, il expliquoit l'inégalité des jours & la variation des saisons. La voûte du Ciel étoit appuyée sur la Terre étendue au-delà de l'Océan & soutenue par deux grosses colonnes; sous cette voûte les Anges conduisoient les Etoiles dans leurs différens mouvemens, au-dessus étoient les eaux célestes; & enfin il plaçoit par-dessus tous les Cieux supérieurs. Quelques absurdes que puissent paroître les imaginations de cet Auteur, qui écrivit dans des temps plus ténébreux, nous en avons un exemple plus inexcusable dans le der-

* Fabrit. *Biblib. Græca*. vol. II. pag. 609. &c. où il rapporte les opinions de cet Auteur d'après Photius & autres, avec une figure pour éclaircir son système. Il vivoit sous le regne de l'Empereur Justin, & écrivit à Alexandrie, où il séjourna long-tems; il paroît parquelques en-

droits de son ouvrage, qui a pour titre, *Cosmographie Chrétienne*, &c. que c'étoit un moine, & on voit dans d'autres qu'il étoit marchand. Le Pere de Montfaucon l'a fait imprimer sur un manuscrit de la Bibliothèque de Medicis.

nier siècle, dans ce que Kircher appelle son voyage exotique aux Planetes. Après plusieurs grandes découvertes qu'il avoit faites sur les corps célestes, il ne donne rien qui soit digne * d'un si noble sujet, ni même de l'étendue de ses connoissances & de ses inventions. Il alla même jusqu'à adopter la folie, ou plutôt l'impieté des Astrologues, en attribuant le bien ou le mal qui arrive aux hommes aux influences favorables ou malignes des Planetes. La vraie Religion n'exige pas de tels sacrifices, & on ne fait rien pour ses intérêts en seignant des systèmes Philosophiques dans le dessein de l'appuyer: car lorsque dans la suite nous les trouvons mal fondés, nous sommes en danger de tomber dans le Scepticisme.

Nous devons avoir une entière liberté dans nos recherches pour que la Philosophie naturelle puisse devenir utile aux desseins les plus importants, & acquérir toute la certitude & la perfection dont elle est susceptible; mais nous ne devons point abuser de cette liberté, en supposant, au lieu de rechercher, & en imaginant des systèmes au lieu de recourir à l'observation & à l'expérience pour découvrir la vraie constitution des choses. Les hommes spéculatifs par la force de leur génie, peuvent inventer des systèmes qui peut-être seront admirés pour un tems. Mais ces systèmes, quels qu'ils soient ne sont que des phantômes que la force de la vérité dissipera tôt ou tard; & tandis que nous nous divertissons de leur chute, la vraie Philosophie avec tous les arts & tous les avantages qui en dépendent, en souffre. L'état réel des choses échappe à nos observations; ou s'il se présente à nous, nous sommes portés ou à le rejeter entièrement comme une fiction ou par de nouveaux efforts

* Dans la Planete de Venus, par exemple, il ne trouve d'autre amusement que d'admirer les eaux limpides & les beaux cristaux qu'il y rencontre, & de demander au gé-

nie son compagnon & son guide, si un baptême fait avec ces eaux seroit valide. Le reste de l'ouvrage est dans le même goût.

6 DÉCOUVERTES PHILOSOPHIQUES
d'un vain génie , nous tâchons de le confondre avec nos propres idées afin de le faire quadrer avec nos systèmes favoris. Ainsi en alliant ensemble des choses si mal assorties , il n'en résulte qu'un absurde mélange de vérité & d'erreur.

De plusieurs difficultés qui se sont opposées à l'avancement de la Philosophie , cette vanité a peut-être produit les plus mauvais effets. L'amour du merveilleux & les préjugés des sens ont retardé les progrès de la Physique ; mais l'expérience & la réflexion ont bientôt appris aux hommes à examiner & à se défaire de ces préjugés. Quoique les Philosophes aient été fort découragés dans des siècles où regnoient l'ignorance & la superstition, les sciences fleurirent avec la liberté dans des tems plus heureux. Les disputes qui s'élevèrent parmi les Sectes , plus par désir de la victoire que par amour de la vérité , produisirent une sorte de Philosophie qui ne consistoit qu'en mots , une vaine ostentation de sçavoir qui prévalut pendant long-tems ; mais les hommes ne pouvoient être toujours détournés de la voie qui conduisoit aux connoissances plus réelles. Ces obstacles n'ont pas été aussi difficiles à surmonter que cet orgueil & cette ambition qui ont fait penser aux Philosophes qu'il étoit au-dessous d'eux de donner au Public quelque chose de moins qu'un système du Monde complet & fini. Ensorte que dans la vûe d'y parvenir, ils ont pris la liberté d'inventer des principes & des hypothèses au moyen desquels ils prétendent expliquer tous les mystères de la Nature.

2. M. LE CHEVALIER NEWTON sçavoit combien de telles entreprises étoient extravagantes , c'est pourquoi il ne posa aucun principe favori , il ne fit aucune supposition , ne se proposant point l'invention d'un système. Il vit qu'il étoit nécessaire de consulter la Nature elle-même , de suivre avec soin ses opérations manifestes & de lui arracher ses secrets par des expériences choisies & répétées. Il n'admettoit aucunes objections contre une ex-

périence évidente, qui fussent déduites de réflexions métaphysiques, dont il sçavoit que les Philosophes s'étoient souvent laissés séduire, sans en avoir presque jamais tiré d'avantage réel dans leurs études. Il ne se laissa point emporter à la présomption, & il pensoit que la patience n'étoit pas moins nécessaire que le génie. Il réussit parce qu'il ne s'écarta jamais du droit chemin.

Les expériences & les observations, il est vrai, ne pouvoient seules l'élever jusqu'à découvrir les causes par leurs effets, & expliquer les effets par leurs causes : une Géometrie sublime lui servit de guide dans cette recherche délicate & épineuse. C'est là l'instrument par lequel seul le mécanisme d'un ouvrage fait avec tant d'art, peut être développé ; c'est pourquoi il chercha à le porter à sa plus haute perfection. Il seroit difficile de décider, s'il a fait voir une science plus profonde, & s'il a eu des succès plus éclatans en perfectionnant l'instrument, ou en le mettant en usage. Il avoit coutume d'appeller sa Philosophie, *Philosophie expérimentale*, voulant exprimer par ce terme la différence essentielle qui étoit entre elle & ces systèmes qui ne sont que la production du génie & de l'imagination. Ils ne peuvent subsister longtemps ; mais sa Philosophie étant fondée sur l'expérience & la démonstration, ne peut tomber que la raison ou la nature des choses ne soient changées.

Afin de procéder en toute sûreté & mettre fin pour toujours aux disputes, il apprit à se servir dans l'étude de la Nature des méthodes d'analyse & de synthèse dans un ordre convenable : en sorte qu'ayant commencé par les phénomènes ou les effets, de-là on rechercheroit les puissances ou les causes qui opèrent dans la Nature ; que des causes particulières, on remonteroit à d'autres plus générales, & de celles-ci enfin jusqu'aux plus générales de toutes ; telle est la méthode d'analyse. Ayant une fois découvert ces causes, on descend dans un ordre contraire & on les considère comme autant de

principes établis au moyen desquels on explique tous les phénomènes qui n'en sont que les conséquences, & on fait voir la solidité de ces explications: c'est-là la méthode de synthèse. Il est évident que dans la Physique comme dans les Mathématiques, on doit procéder dans les choses difficiles par la méthode d'analyse, avant que de faire usage de celles de composition ou de synthèse. Car autrement nous ne serions jamais assurés que nous avons employé des principes qui soient réellement dans la Nature, & notre système, après l'avoir formé avec beaucoup de peine, pourroit n'être qu'un songe & une illusion.

En procédant suivant cette méthode, il démontra analytiquement par des observations que la Gravité est un principe général, d'où il expliqua dans la suite le système du Monde. Par l'analyse il découvrit des propriétés nouvelles & admirables de la lumière, & delà il rendit raison de plusieurs phénomènes curieux, en se servant de la synthèse. Mais tandis qu'il démontreroit ainsi un grand nombre de vérités, il ne pouvoit se faire que sa sagacité & ses observations assidues ne lui fissent naître différentes idées sur beaucoup d'autres choses qu'il n'étoit pas en état d'établir avec une égale certitude; & comme ces découvertes ne devoient pas être négligées, mais séparées des autres avec soin, il les rassembla & les proposa sous le titre modeste de Questions.

En les distinguant ainsi soigneusement les unes des autres, il a rendu un service des plus importants à cette partie des Sciences, & il a mis sa Philosophie hors du risque d'être un jour renversée ou affoiblie par de nouvelles découvertes. Il a eu grand soin de ne donner pour démonstration que ce qui devoit être regardé comme tel dans tous les tems; & ayant séparé ce qu'il ne trouvoit pas si certain, il a laissé une ample matière aux recherches des siècles à venir qui pourront confirmer sa doctrine, ou l'étendre davantage, mais non pas la réfuter.

Il sçavoit où il falloit s'arrêter lorsque les expériences venoient à lui manquer , & lorsque la subtilité de la Nature lui faisoit perdre de vûe ses opérations ; il étoit fort éloigné de vouloir abuser de la grande autorité & de la réputation qu'il avoit acquise pour donner son opinion sur de semblables sujets , autrement que comme des doutes. Il se laissa long-tems solliciter avant que de se résoudre à proposer son opinion ou ses conjectures sur la cause de la Gravité ; & ce qu'il en dit , aussi-bien que des autres puissances qui agissent sur les petites parties de la matiere , il l'expose avec une modestie & une défiance qu'on trouve rarement parmi les Philosophes d'une moindre réputation. Ces derniers n'agissent pas en conformité de l'esprit qui regne dans cette Philosophie où l'on parle dogmatiquement sur ces sujets jusqu'à ce que les expériences & les observations y répandent une lumiere plus claire qui les fassent tirer de la classe des questions pour être mis dans le rang des choses démontrées.

3. Telle fut la méthode de notre incomparable Philosophe dont la précaution & la modestie , lui feront toujours un très-grand honneur parmi toutes personnes libres de préjugés. Mais cette rigoureuse méthode de proceder ne fut pas goûtée par ceux qui avoient été accoutumés à traiter la Philosophie d'une façon bien différente , & qui virent qu'en la suivant , il faudroit abandonner leurs systèmes favoris. Ses observations & ses raisonnemens étoient hors d'atteinte ; ainsi ne trouvant rien à leur opposer , ils s'efforcèrent de rabaisser le caractère de sa Philosophie par de certaines objections générales & indirectes , & quelquefois par d'injustes calomnies. Ils prétendirent trouver une ressemblance entre ses sentimens , & les dogmes rejettés de la Philosophie scholastique. Ils crurent leur triomphe accompli en traitant la Gravité comme une qualité occulte , parce que M. Newton ne prétendoit pas déduire ce prin-

cipe de sa cause. Le pouvoir qu'elle exerce sur tout le système de la Nature, & que nous connoissons si bien sur la Terre, l'explication qu'il en tire de la manière la plus satisfaisante des mouvemens & des influences des corps célestes, & les mesures qu'il détermine des différens mouvemens qu'elle produit, par une si sçavante application de la Géometrie à la Nature, tout cela n'a aucun mérite avec de tels Philosophes, parce qu'il n'a pas assigné la cause mécanique de la Gravité. Je ne crois pas qu'on ait jamais fait une pareille objection contre la circulation du sang, quoiqu'il soit très-difficile de l'expliquer mécaniquement. Ceux, qui les premiers ont attribué de la gravité à l'air, aux vapeurs & à tous les corps qui sont autour de la Terre, ont été honorés comme ils le méritoient, quoique la cause de la Gravité fut aussi obscure qu'auparavant; elle parut même encore plus enveloppée de mystères après qu'on eut fait voir qu'on ne pouvoit trouver aucun corps près de la Terre exempt de gravité, qui put être regardé comme sa cause. Pourquoi donc ses admirables Découvertes, par lesquelles il a étendu ce principe sur tout l'Univers, ont-elles été si mal reçues par quelques Philosophes? La vérité est, qu'il eut détruit avec une entière évidence les systèmes si vantés, par lesquels ils prétendoient dévoiler tous les mystères de la Nature; & la Philosophie qu'il introduisoit à leur place, portant avec elle, la conviction de l'éloignement où nous étions d'avoir une connoissance parfaite & complete de la Nature, ne pouvoit plaire à des personnes accoutumées à se croire elles-mêmes en possession de l'essence & des premières causes des choses.

Mais la circonspection & la modestie de M. Newton feront rendre justice à sa Philosophie par tous ceux qui ont de justes notions du grand Auteur de l'Univers & de son admirable ouvrage; & même l'imperfection qu'il reconnoit lui-même dans quelques parties de sa Philo-

fophie , leur paroîtra plutôt une conséquence de sa con-
 formité avec la Nature. Tous les systêmes complets &
 finis leur sont très suspects. Ils ne seront pas sur-
 pris que des spéculations exactes ou même les travaux
 de plusieurs siècles , ne suffisent pas pour développer
 toute la constitution des choses , & exposer tous les phé-
 nomènes dépendans de l'enchaînement des causes jus-
 qu'à la première. Le progrès admirable qu'on a fait dans
 cette recherche épineuse doit-il être méprisé & négligé ,
 parcequ'il reste encore plus à découvrir. Nous devons
 sûrement plutôt nous réjouir de ce qu'on a tant péné-
 tré dans l'art consommé avec lequel toutes choses ont
 été formées , & craindre de le mêler avec nos idées
 extravagantes. Les procédés de la Nature sont si cachés
 qu'après toutes les peines que nous pourrions prendre , il
 en restera peut-être beaucoup auxquels l'art, & la science
 des hommes ne pourront atteindre. Mais ce n'est pas une
 raison pour nous abandonner à des fictions, quelque in-
 génieuses qu'elles soient , au lieu de prêter l'oreille à la
 voix infaillible de la Nature ; car c'est elle seule qui peut
 nous servir de guide dans ses propres labyrinthes ; & c'est
 une conséquence de sa beauté réelle que la moindre
 partie de la vraie Philosophie est incomparablement plus
 remplie de charmes , que les systêmes les plus complets
 que l'imagination ait produit. Cela est particulièrement
 vrai de la Philosophie de M. Newton , & nous pou-
 vons en ce sens-là , la comparer à ces célèbres pièces
 d'Apelle , qui , quoiqu'elles n'aient jamais reçues la der-
 nière main , ont été plus admirées parmi les Anciens
 que les ouvrages les plus finis des autres Artistes : &
 il est à souhaiter que la postérité ne puisse avoir
 sujet de dire de cette Philosophie ce que les Anciens
 disoient de ces pièces *Ipsum defectum cessisse in gloriam
 artificis , nec qui succederet operi ad præscripta lineamenta
 inventum fuisse.* Plin.

4. Ce n'est pas cependant une chose nouvelle que

cette Philosophie trouve de l'opposition. Toutes les découvertes utiles qui ont été faites autrefois , particulièrement dans le dernier siècle , ont eu à combattre les préjugés de ceux qui s'étoient accoutumés à ne penser que d'une façon systématique , qui ne pouvoient se résoudre à abandonner leurs systèmes favoris , tant qu'ils espéroient de trouver le moindre prétexte pour continuer la dispute. Ils mettoient en usage toute sorte d'artifices & tous leurs talens pour soutenir leur cause , lorsqu'elle touchoit à sa chute. Aucun secours ne leur paroissoit étranger dès qu'il pouvoit en quelque manière nuire à leurs adversaires : telle étoit souvent leur opiniâtreté que la vérité ne pouvoit faire que très-peu de progrès , jusqu'à ce qu'ils fussent remplacés par de plus jeunes personnes qui n'étoient pas si fortement imbuës de leurs préjugés.

M. Newton eut beaucoup de désagremens à essuyer de la part de cette espece de Philosophes , & il semble qu'il s'en étoit laissé détourager. Il avoit une aversion particuliere pour les disputes , & il étoit très-difficile de l'engager dans quelques differends. Les vives oppositions que rencontrèrent ses admirables découvertes en Optique durant sa jeunesse , priverent le Public pendant plusieurs années de son grand ouvrage sur cette matiere , jusqu'à ce qu'il vit les Sçavans plus favorablement disposés à le recevoir. Ces mêmes raisons l'obligerent de retenir par devers lui d'autres découvertes importantes , crainte de s'exposer en les publiant à de nouvelles disputes. Il pesoit ainsi mûrement & avec impartialité les raisons des choses , avant qu'on put soupçonner que leur publication l'eût engagé à en entreprendre la défense. On sçait assez combien il étoit lent à mettre ses ouvrages au jour , & on ne peut douter que la disposition de l'esprit , & les talens de ce grand homme ne le rendissent propres d'une maniere particuliere à pénétrer fort avant dans la Nature , & à développer son harmonie.

Son aversion pour les disputes ne venoit pas seulement de l'amour du repos. La Philosophie fut dans une haute estime dans l'antiquité ; mais elle perdit son ancien lustre par les démêlés & les chicanes vaines & inutiles qui s'élevèrent parmi les Sectes ; & elle ne pouvoit le recouvrer dans un tems où la faculté d'inventer promptement un système , & de le défendre avec opiniâtreté étoit le talent le plus admiré dans un Philosophe. Tandis qu'un siecle où une Secte renversoit les productions laborieuses d'un autre , les plus prudens désespéroient d'acquiescer de la certitude dans la Physique, & ils aimoient mieux se contenter d'une vûe générale des choses commune à tous les hommes que de s'attacher à des systèmes , qui ne produisoient aucun fruit réel , & qui sûrement les écartoient de la vérité. C'est pour cela que notre Auteur avertit qu'il falloit quitter tous les préjugés , & suivre exactement la méthode naturelle de traiter la Physique , que nous avons rapportée d'après lui. Comme il s'est lui-même scrupuleusement attaché à cette méthode , nous sommes assurés que la vérité & la Nature sont de son côté , & qu'en suivant les excellens modeles qu'il nous a donnés , nous pourrons faire de plus grands progrès.

D'autres ont prétendu expliquer toute la constitution des choses parce qu'ils appellent des idées claires & par de pures spéculations abstraites. Ils font paroître du mépris pour la connoissance des causes * qui s'acquiert par la contemplation de leurs effets , & ils ne veulent admettre d'autre science que celle de déduire les effets de

* *Perspicuum est optimam philosophandi viam nos sequuturos, si, ex ipsius Dei cognitione rerum ab eo creatarum explicationem deducere conemur, ut ita scientiam perfectissimam quæ est effectuum per causas, acquiramus.* Descartes Princip. Part. I. §. 11. & 12. Ensuite ayant occasion de parler des

Phénomènes, il a soin de nous avertir qu'il n'en feroit usage pour prouver aucune chose, parce qu'on devoit déduire la connoissance des effets de leurs causes, & non pas réciproquement celle des causes de leurs effets. Princip. Part. III. §. 4. &c.

leurs causes. C'est pourquoi ils établissent d'abord la première cause, & par les idées qu'ils en prennent, ils prétendent développer tout l'enchaînement, & former un système complet de ses ouvrages. Telle est la Philosophie qui est aujourd'hui en opposition avec celle de notre Auteur. Elle flatte tellement la vanité humaine, & s'annonce d'une manière si pompeuse, que ceux qui ne font pas attention à la variété inépuisable de la Nature, & qui ne considèrent pas combien l'esprit humain est incapable d'une entreprise si difficile, se laissent tromper par ses promesses. On peut douter si une telle Philosophie est à la portée d'aucun Etre créé, & il semble assez clair qu'elle est au-dessus de l'entendement humain. Mais puisqu'il y a encore beaucoup de personnes attachées à ce fantôme, & qui mettent tout leur art à l'embellir & à augmenter le nombre de ses admirateurs; il sera nécessaire pour le service de la vérité, qu'à mesure que nous avancerons, nous tâchions en même tems de découvrir cette illusion.

5. La connoissance de la Nature, qui est l'objet immédiat des sens, est très-imparfaite & d'une étendue fort bornée; mais par le secours de l'art & celui de notre raison, elle s'accroît jusqu'à se perdre dans l'infini de part & d'autre. L'immensité des choses d'un côté & leur petitesse de l'autre les emportent également au-dessus de notre portée, & nous cachent la plus grande partie & la plus noble des opérations Physiques. Comme toute grandeur, considérée par abstraction, peut être augmentée à l'infini, & qu'elle est aussi divisible sans fin; nous trouvons de même que dans la Nature les bornes des dimensions les plus grandes & les plus petites des choses sont actuellement placées à une distance immense les unes des autres. Nous ne pouvons concevoir aucunes limites du vaste espace dans lequel les causes naturelles operent, ni fixer aucun terme ni aucunes extrémités de l'Univers: Nous nous perdons également,

si nous nous efforçons de pénétrer jusqu'aux élémens des choses, & si nous cherchons à découvrir les bornes qui terminent les subdivisions de la matiere. Les objets que nous appellons communément grands, s'évanouissent, lorsque nous contemplons le vaste corps de la Terre; le Globe terrestre se perd bientôt lui-même dans le système solaire dans quelques endroits duquel il est vû comme un astre fort éloigné. Dans la plus grande partie de cet espace il est inconnu, ou du moins rarement visible à des observateurs vigilans, assistés peut-être d'un art semblable à celui qui fit découvrir à Galilée tant de parties nouvelles du système céleste. Le Soleil lui-même ne paroît plus qu'une Etoile, la vaste orbite de Saturne & les Trajectoires de toutes les Cometes se resserrent en un point, lorsqu'elles sont vues des lieux innombrables situés entre la Terre & les Etoiles fixes les plus proches. D'autres Soleils envoient de la lumiere pour éclairer d'autres systèmes où les rayons de notre Soleil ne sont pas apperçus; mais ils sont aussi engloutis dans l'immensité de l'espace, & même tous les systèmes des Etoiles qui brillent dans le firmament le plus clair, ne doivent occuper qu'un petit coin de cet espace, dans lequel ils sont dispersés, puisqu'on decouvre plus d'Etoiles dans une constellation, à l'aide du Telescope, que les yeux seuls n'en apperçoivent dans tous les Cieux.

* Après nous être élevés si haut, & avoir laissé si loin derrière nous toutes mesures bornées, nous ne nous trouvons pas plus près du terme ou des limites; car tout cela n'est rien respectivement à ce qui peut être répandu dans l'espace infini, qui est au-delà des Etoiles les plus éloignées qui ayent été découvertes.

Si nous suivons l'échelle de la Nature du côté opposé, nous trouvons une pareille gradation des petits objets à d'autres incomparablement plus petits; & nous

* Dans la seule constellation d'*Orion*, les Astronomes comptent deux mille Etoiles.

sommes conduits autant au-dessous des mesures sensibles que nous étions auparavant élevés au-dessus par des voies semblables qui deviennent bientôt cachées pour nous dans une égale obscurité. Nous sommes fondés à croire que ces subdivisions de la matiere ont un terme, & que les parties élémentaires des corps sont solides & simples, en sorte qu'ils ne peuvent souffrir aucune altération dans les différentes opérations de la Nature ou de l'Art. Mais il paroît par les observations microscopiques qui font découvrir des Animaux, dont un millier formeroit à peine une partie sensible à la simple vûe, chacun desquels a ses vaisseaux propres & des fluides qui y circulent; par la propagation, la nutrition & l'accroissement de ces Animaux; par la subtilité des corpuscules qui s'exhalent des corps, & qui retiennent leurs propriétés particulières, après une si prodigieuse subdivision; par plusieurs expériences surprenantes des Chymistes, & surtout par la petitesse inconcevable des parties de la lumière qui trouvent un passage également en toutes directions à travers les pores des corps transparents; enfin par les propriétés contraires des différens côtés d'un même rayon, * il paroît, dis-je, par toutes ces observations, que les subdivisions des parties des corps descendent par un nombre de degrés qui surpasse toute imagination, & que la Nature est inépuisable pour nous de tous côtés. Ce n'est pas seulement dans la grandeur des corps que cette gradation infinie doit être observée. Des mouvemens, les uns s'exécutent dans un instant, les autres durent longtems; quelques-uns sont trop lents, & d'autres sont trop prompts, pour être aperçus. L'exercice le plus noble de la Philosophie est de faire des recherches sur l'enchaînement des causes; mais l'on n'en découvre aucune qui ne doive elle-même être considérée comme un effet, & nous ne pouvons compter que bien peu d'anneaux de cette

* Optique de Newton. *Quest.* 26,

chaîne;

chaîne. Dans toute sorte de grandeurs, il y a un degré auquel nos sens sont proportionnés, dont la connoissance est d'un très-grand usage au genre humain.

Ce même degré est le fondement de la Philosophie ; * car quoique toutes les especes & tous les degrés soient également l'objet des spéculations philosophiques ; cependant c'est de ceux qui sont proportionnés aux sens qu'un Philosophe doit partir dans ses recherches, s'élevant ou s'abaissant ensuite suivant que l'exigent les sujets qu'il examine. Il fait bien à la vérité de prendre ses dimensions de plusieurs points de vue, & de suppléer aux défauts de ses sens par une imagination bien réglée ; & il ne doit point être borné par aucune limite dans l'espace ou le tems : mais comme sa connoissance de la Nature est fondée sur l'observation des choses sensibles, il doit commencer par elles, & y revenir souvent pour examiner les progrès qu'il a faits. Il marche ainsi d'un

* Si nous devons examiner ici plus particulièrement la situation de l'homme dans la Nature, nous trouverions des raisons pour conclure, que ce degré est le plus convenable à chacune de ses facultés & de ses inclinations, pour étendre ses connoissances d'une manière qui soit compatible avec tous les devoirs auxquels il est obligé ; & que ceux qui l'ont comparé à cet égard & aux animacules découverts dans le sang par le microscope se sont trompés dans leur jugement. On doit avouer que c'est le premier être qui apparait à ce globe, lequel à en juger par toutes les choses que nous connoissons, peut-être aussi considérable non en grandeur, mais en perfection, qu'aucun autre qui existe dans le système solaire qui lui-même n'est peut-être pas inférieur à aucun des systèmes répandus dans l'immensité de l'espace. En occupant une place plus basse dans la Nature,

l'homme auroit été plus à portée de voir ce qui se passe parmi les parties subtiles de la matière, mais il auroit plus perdu que gagné à cet avantage ; il n'eût plus alors été en état de faire une analyse de la Nature. D'un autre côté nous ne doutons pas qu'il n'y ait d'excellentes raisons pour lesquelles il ne lui est pas avantageux de pénétrer jusqu'aux parties éloignées du système de l'Univers, dont il doit se contenter à présent d'avoir une connoissance imparfaite. Les devoirs qu'il doit remplir comme membre de la Société, auroient souffert de la trop grande attention qu'il y auroit donnée, ou de sa communication trop particulière avec ces grandes choses. Si on lui eût accordé une correspondance avec les Planètes, il auroit bientôt désiré de s'élever jusqu'aux Etoiles, & enfin de comprendre tout l'espace infini.

§ Spinoza, Epist. 15.

C

pas assuré, car s'il ne retourne souvent en arrière avec précaution, il courra le risque de s'égarer dans les labyrinthes de la Nature.

6. Après cet examen général de la Nature & de la situation de l'homme considéré comme spectateur de ses phénomènes, & comme cherchant à pénétrer dans son mécanisme, nous pouvons porter quelque jugement sur le projet de ceux qui, en formant leurs systèmes, commencent au sommet de l'échelle, & delà prétendent à l'aide de leurs idées claires en parcourir tous les degrés avec beaucoup de pompe & de facilité, en sorte que d'un coup d'œil, ils rendent raison de tout. On procède dans la Philosophie expérimentale d'une manière différente. Les commencemens sont moins brillans, mais les idées se perfectionnent à mesure qu'on s'élève des observations particulières à des connoissances plus générales & plus exactes.

Il faut avouer à la vérité que la Philosophie seroit plus parfaite, si nous avions une connoissance assez complete de la Nature pour nous élever depuis les objets communs des sens, jusqu'aux bornes de l'Univers, & pour descendre jusqu'aux élémens des choses; & si les puissances ou les causes qui operent partout nous étoient connues. Mais si nous comparons l'étendue de l'Univers avec les facultés de l'homme, nous serons obligés de reconnoître la nécessité de le prendre par parties & de les examiner chacune en particulier avec tout le soin & la précaution dont nous sommes capables. Lorsque nous voyons les merveilles qui ont été découvertes par les Naturalistes dans les plus petits objets, prétendrons-nous décrire aussi aisément les productions d'une puissance infinie dans un espace, qui est en même tems infiniment étendu & divisible à l'infini? On doit sûrement plutôt imaginer que ces grandes choses sont la matière des recherches & de l'admiration perpétuelle d'Êtres beaucoup plus parfaits.

Ce n'est donc pas l'objet de la Philosophie dans l'état où nous sommes respectivement à l'Univers , d'entreprendre d'embrasser tout à la fois & d'un coup d'œil le système entier de la Nature ; mais d'étendre avec beaucoup de soin & de circonspection nos connoissances , en avançant par degrés aussi loin que nos observations & les raisonnemens que nous ferons en conséquence pourront nous conduire dans nos recherches sur les opérations les plus relevées & les mouvemens les plus grands de la Nature , ou sur ses ouvrages les plus subtils & les plus cachés. C'est sur ce plan que M. le Chevalier Newton a procédé dans ses découvertes : il établit son explication du système du Monde sur les meilleures observations astronomiques d'un côté , & il fit lui-même de l'autre avec la plus grande sagacité les expériences qui le mirent en état de pénétrer dans les opérations de la Nature les plus secrètes parmi les parties subtiles de la matiere. C'est par ce moyen qu'il a porté si loin nos connoissances , & qu'il nous-a laissé d'excellentes idées sur ce qui est encore enveloppé dans l'obscurité.

Dans ces vûes, il nous a donné deux traités incomparables les plus parfaits dans leur genre , dont la Philosophie puisse se glorifier, ses Principes mathématiques de la Philosophie naturelle & son Traité d'Optique. Dans le premier, il expose le système du Monde , il démontre les puissances qui gouvernent les mouvemens célestes , & qui produisent leurs influences mutuelles. Elles s'étendent depuis le centre du Soleil jusqu'à la plus grande hauteur de la Comete la plus élevée , & probablement jusqu'aux dernières extrémités de l'Univers. Ces principes ne sont ni nouveaux ni obscurs , comme ceux qui n'ont jamais existé que dans l'imagination des Philosophes ; mais ce sont les plus familiers aux hommes , & les mêmes qui dans l'usage commun , sont plus étendus & plus exactement définis. Dans le second il traite de la

lumière , qui quoique l'agent le plus puissant dans la Nature , qui soit sensible pour nous , n'agit qu'à de petites distances. Ses admirables découvertes sur ce sujet l'engagerent à faire des recherches sur les mouvemens qui existent dans les petites parties de la matiere les plus abstrus de tous les phénomènes naturels.

Dans le premier , il eut à bâtir sur les observations des Astronomes de plusieurs siècles , & les justes conséquences que les plus ingénieux en avoient tirées par de laborieux calculs. La constance & la régularité des mouvemens célestes avoient contribué avec les observations d'un grand nombre de siècles , à rendre l'Astronomie la partie la plus exacte des Sciences Physiques ; excepté seulement la doctrine des Comètes. Les vastes distances des grands corps qui composent le système du Monde les uns des autres , favorisoient une juste analyse des puissances , par lesquelles ils agissent l'un sur l'autre ; puisque par la grandeur de la distance , elles doivent être réduites à un petit nombre de principes simples & par conséquent plus faciles à découvrir.

Dans le second , il fait des recherches dans les parties les plus cachées de la Nature , & il avoit à trouver les phénomènes eux-mêmes , aussi bien que leurs causes. Le sujet est plus délicat & plus difficile à cause de la petitesse inconcevable des agens, de la subtilité & de la promptitude des mouvemens ; les principes combinés dans la production des phénomènes étant plus variés , on ne pouvoit pas s'attendre à les soumettre si facilement à l'analyse. Il suit delà que ce qu'il a donné dans le premier (quoique toujours susceptible de progrès) est plus complet & plus fini à différens égards , au lieu que ses découvertes du second Traité sont plus surprenantes.

Après avoir établi le principe de la Gravitation universelle de la matiere dans le premier ouvrage ; lorsqu'il ne peut démontrer plus évidemment les causes des phé-

nonienens exposés dans le second, il tâche d'en juger par analogie, de ce qu'il a découvert dans les plus grands mouvemens du système de l'Univers; façon de raisonner qui est conforme à l'harmonie des choses & à l'ancienne maxime attribuée à Hermès * & approuvée par l'observation & le jugement des meilleurs Philosophes.

» Que ce qui se passe en haut dans le Ciel est semblable & analogue à ce qui se passe ici-bas sur la Terre. »

Il avoit trouvé que tous les corps gravitoient les uns vers les autres par une puissance qui agit également sur toutes leurs parties à des distances égales, & qui augmente suivant une loi déterminée lorsque la distance diminue. Il soupçonna que les phénomènes les plus cachés de la Nature étoient produits par un principe semblable, agissant aux moindres distances avec une plus grande force & avec plus de variété; mais insensiblement à des distances plus considérables. C'étoit un grand point en Philosophie d'être sûr d'un principe général, & un seul suffisoit pour produire les mouvemens réguliers des corps célestes. Il falloit une plus grande variété pour conduire les différentes opérations de la Nature dans ses parties particulières; & comme elles étoient enveloppées dans quelque obscurité jusqu'à ce qu'une meilleure lumière vint à se repandre, il ne pouvoit trouver de fondement plus sûr pour établir son jugement que ce principe qu'il avoit déjà démontré avoir lieu dans la Nature. Mais parce que nous trouvons souvent que des phénomènes, qui à la première vue paroissent très-différens dépendent néanmoins de la même cause, & que plusieurs causes sont souvent rapportées, après un plus mûr examen à un principe plus général, toute

* On attribue un principe semblable aux Mages Persans & Chaldéens, *συμβαλλειναι ανωτερις κατω*. Psell. *Declaratio dogmatica Chaldaica*. Cependant cette

maxime, ainsi que plusieurs autres occasionna des abus dans la suite du tems, lorsque les Philosophes dégénérèrent de leur première simplicité.

la constitution de la Nature , (malgré la variété des apparences) conduisant manifestement à l'Etre suprême ; ce grand Philosophe fut porté par là aussi bien que par différentes observations qu'il avoit faites à penser que toutes ces puissances devoient tirer leur origine d'un instrument ou d'un agent général , comme diverses branches d'un grand tronc , dont l'efficacité dépendoit plus immédiatement de la direction ou des influences de la cause souveraine qui gouverne l'Univers. Mais il en parle comme il convient à un Philosophe qui avoit tant étudié la Nature , & qui connoissoit combien ces parties abstraites de son système devoient être obscures pour nous.

7. Comme la vûe la plus générale des choses créées rappelle à tous les hommes l'existence & le gouvernement d'une Divinité , ainsi chaque découverte dans la Philosophie naturelle en fournit de nouvelles preuves , & c'est par ce fruit qu'on doit en retirer que ce grand homme conclut ses deux Traités. On ne doit pas s'imaginer que sa Philosophie ait peu servi à ce dessein , quoiqu'il n'ait pû déterminer entierement les premières causes.

Le souverain Etre qui a fait & qui gouverne tout l'Univers , nous a laissé connoître une partie de l'enchaînement des causes ; mais nous trouvons que comme il est lui-même trop élevé pour notre entendement , de même ses instrumens immédiats sont encore enveloppés dans une obscurité que la Philosophie n'est pas capable de dissiper , ainsi notre vénération pour l'Auteur suprême est toujours augmentée à mesure que nous avançons dans la connoissance de ses ouvrages : à proportion que nous nous élevons en Philosophie vers la première cause , nous acquérons des connoissances plus étendues de la constitution des choses , & nous voyons ses influences plus clairement. Nous nous apercevons que nous nous approchons de lui par la simpli-

été & la généralité des puissances ou des Loix que nous découvrons , par la difficulté qu'il y a de les expliquer mécaniquement , par la beauté & l'ordre qui se manifestent de plus en plus dans ses ouvrages à proportion de nos progrès , & par les idées que nous prenons de plus grandes choses encore au-dessus de notre portée : mais après toutes nos recherches il reste toujours pour nous à une distance infinie & voilé dans l'obscurité.

Il n'est pas l'objet des sens , sa Nature & son essence sont impénétrables , les instrumens les plus immédiats de sa puissance & de son autorité , ne nous sont connus qu'obscurément ; la moindre partie de la Nature nous met dans l'embarras , lorsque nous tâchons de la comprendre , même le lieu & le tems dont nos idées semblent si simples & si claires ont assez en eux de quoi embarrasser ceux qui croient qu'il n'y a rien au-dessus de leurs facultés. Toutes ces choses cependant n'empêchent pas que nous n'apprenions à former de grandes & de justes idées de lui , en considérant ses ouvrages sensibles , dans lesquels le spectateur le plus superficiel ne peut s'empêcher de remarquer un art & une science qui surprennent les plus expérimentés , & qui très-souvent sont au-dessus de la portée du Philosophe le plus profond. De ce que nous comprenons dans la Nature , nous devons concevoir les plus hautes espérances de ce qui nous sera découvert , si jamais il nous est permis de pénétrer jusqu'à la première cause même , & de voir toute la suite de ses ouvrages tels qu'ils sont réellement sortis de ses mains , lorsque notre Philosophie imparfaite parviendra à sa perfection.



CHAPITRE II.

Des Systèmes des anciens Philosophes.

1. **C**Eux qui ne sont pas imbus des préjugés des Philosophes se persuadent aisément que la Physique ne doit être fondée que sur l'expérience & l'observation. Mais il y a une Philosophie qui corrompt l'esprit tandis qu'elle prétend l'élever & le satisfaire, qui apprend à mépriser la voie simple & modeste de la vérité. Ce n'est pas peu de chose d'avoir à raisonner avec ceux qui se sont eux-mêmes perdus dans les systèmes obscurs d'une nécessité inviolable universelle, ou avec ceux qui s'imaginent toujours être en possession des premières causes. La moindre apparence d'un argument suivant leur méthode visionnaire a infiniment plus de poids avec eux que l'évidence la plus claire déduite d'un fait ou d'une observation. Et ils paroissent si entêtés de ces systèmes en l'air qu'ils aimeroient mieux disputer éternellement que de s'abaisser à convenir d'une certitude acquise par une voie plus simple. La méthode de M. le Chevalier Newton exposée dans le Chapitre précédent, est recommandable par elle-même pour un Philosophe impartial; quelques personnes ingénieuses ont reconnu autrefois la nécessité de la suivre. Mais la pratique générale des Philosophes a été bien différente; les systèmes fondés sur des spéculations abstraites ont toujours tellement prévalu, qu'il sera nécessaire pour notre dessein de faire voir par quelques observations sur l'histoire de la Philosophie, combien de telles entreprises ont toujours été vaines & inutiles.

Les théories de cette espèce ont été inventées, changées & réformées plusieurs fois avec beaucoup de peine
&c

& d'efforts d'imagination ; mais lorsqu'on venoit à les comparer avec la Nature , quelle différence n'y trouvoit-on pas ! *ibi omnis effusus labor*. Si nous remontons à l'état de la Philosophie dans les differens siècles , nous apprendrons par l'Histoire de chaque période , que toutes les fois que les Philosophes ont consulté la Nature , & qu'ils se sont fondés sur les observations , ils ont fait quelques progrès dans la véritable Physique ; mais tant qu'ils ont prétendu former leurs systèmes sans le secours de l'expérience , ils n'ont fait que multiplier les disputes.

Les commencemens de la Philosophie , comme des autres choses , sont incertains & obscurcis par des fables. Nous apprenons cependant par le témoignage de differens auteurs , que les Philosophes les plus anciens & les plus célèbres de la Phénicie & de la Grèce , firent du vuide , des atômes , & de leur gravité les premiers principes de leur Philosophie * soit qu'ils y aient été conduits par d'exactes observations de la Nature avant que les systèmes imaginaires & les disputes des hommes spéculatifs eussent rendu obscurs les phénomènes les plus évidens , soit que ces connoissances aient eu quelque autre origine. Il parut dans la suite differens systèmes ; mais on découvrit long-tems quelques vestiges de ces anciens principes parmi la doctrine des Philosophes qui leur succéderent , quoique confondus avec leurs dogmes particuliers , & ce qui paroît le plus uniforme dans la variété de leurs opinions semble dérivé de cette source **. Les plus anciens Atomistes paroissent avoir en-

* Suivant *Posidonius* le Stoïque , cité par *Strabon* & *Sextus Empiricus* , la doctrine des atômes étoit plus ancienne que le tems de la guerre de Troie , ayant été enseignée par *Moschus* Phénicien , le même probablement dont parle *Jamblicus* , lorsqu'il dit que *Pythagore* eut des entretiens à Sidon avec les Prophètes successeurs de *Moschus* le Phy-

siologiste. Dans ces anciens tems les caractères de Législateur & de Philosophe étoient réunis , & plusieurs personnes croient que ce *Moschus* étoit le même que *Moyse* Législateur des Juifs.

** Ils enseignèrent que rien n'étoit fait de rien , qu'aucune substance n'est engendrée ou détruite , que la couleur & le goût ne sont pas dans

seigné qu'il y avoit aussi des substances vivantes qui préexistoient avant l'union des systèmes de ces corpuscules élémentaires, & qui continuoient d'exister après leur dissolution. Ils virent la nécessité d'admettre des principes actifs comme des passifs, la vie aussi-bien que le mécanisme dans le monde (a). Mais cette Philosophie exacte & conforme à la Nature fut démembrée dans la suite, & par une affectation de simplicité, ou par d'autres raisons on s'imagina qu'il suffisoit d'admettre une seule sorte de matiere passive; & par le concours fortuit de ses corpuscules, ils prétendirent expliquer la formation de l'Univers. D'autres plus pénétrants l'attribuerent principalement ou uniquement à des substances incorporelles actives (a). Il s'éleva une troisième Secte, tant leurs divisions & leurs disputes étoient semblables à celles de notre tems, qui rejettoit la réalité des deux précédens systèmes, & qui soutenoit qu'on ne pouvoit trouver nulle part une stabilité d'essence ou de connoissance; que tout être & toute science n'étoient qu'imaginaires & relatifs: que l'homme étoit la mesure de la vérité pour lui en toutes choses, & que chaque opinion ou imagination de toutes personnes étoit vraie (b). Tandis qu'une Secte pensoit que rien n'étoit permanent, mais que tout étoit dans un flux ou un mouvement continuel, & d'autres que tout étoit de son essence immobile & infini: il n'est pas étonnant que leurs successeurs s'avouent eux-mêmes incapables d'entendre leur doctrine (c). L'opposition qu'ils avoient les uns pour les autres semble les avoir fait donner dans l'extrémité, & viser à des principes trop étendus & trop généraux.

les objets, &c. Ce qui semble être les vrais dogmes de cette Philosophie atomique parmi les Grecs.

Voyez *Arist. De anima Lib. III.*

(a) Voyez le *système intellectuel de l'Univers* du Docteur Cudworth en Anglois. Liv. I. Chap. I.

(b) C'étoit la doctrine de Protagore l'Abderite, *Plat. Thætetus, &c.*

(c) *Plat. Thætetus.*

Cap. I. qui attribue de telles opinions à la plupart des Physiologistes avant lui.

Quant aux dogmes particuliers de Thales & de ses successeurs de l'Ecole Ionique, le résultat de ce que nous apprenons par les Histoires imparfaites que nous avons d'eux, est que chacun détruisoit ce que son prédecesseur avoit avancé, & qu'il recevoit lui-même un traitement semblable de celui qui venoit après lui. On sçait que l'un d'eux regarda l'eau comme le principe de toutes choses; un autre choisit l'air, un troisième le feu, un quatrième préféra la Terre, & quelques-uns les prirent tous ensemble & en firent les quatre élémens ou principes des choses. Ainsi la passion pour les systêmes commença de bonne heure, & les disputes en conséquence d'une telle précipitation furent inévitables.

2. Dans le tems de cette incertitude parmi les Physiologistes (car tels étoient tous les Philosophes les plus anciens) Socrate parut dans le monde. Une sublimité de génie, une simplicité de mœurs, un talent particulier pour rechercher la vérité & découvrir l'erreur, caractérisèrent ce grand homme. Dans sa jeunesse il s'appliqua, comme ses prédecesseurs avoient fait, à la Physique, & il tâcha de la réduire à une méthode & à des principes. Mais après avoir examiné leurs systêmes sans en recevoir aucune satisfaction, il étoit trop sincere amateur de la vérité & trop attaché au bien du genre-humain, pour tenter d'en inventer un autre, ou pour dissimuler son ignorance dans les mystères de la Nature. Il vit que cette science imaginaire étoit le plus grand obstacle à la véritable, & rendoit ceux qui en étoient enflés insupportables aux amateurs des connoissances solides. Il saisit toutes les occasions qu'il put pour faire ces représentations, & il eut l'heureux talent de sçavoir tourner en ridicule la vanité des Sophistes de son tems qui prétendoient tout sçavoir. L'Oracle à une certaine occasion le déclara le plus sage de tous les hommes; & il interpréta avec sa modestie accoutumée, que cette préférence n'étoit due, qu'à ce que tandis que les autres s'ima-

ginoient vainement connoître ce qu'ils ignoroient effectivement, il sçavoit cette seule chose de plus qu'eux » qu'il ne sçavoit rien. »

Après avoir fait plusieurs tentatives inutiles dans sa jeunesse * pour pénétrer dans les causes des choses, ayant entendu dire qu'Anaxagore enseignoit que tout étoit gouverné par un esprit suprême, & ce principe le satisfaisant beaucoup, il eut recours à ses écrits; plein de l'attente de voir tout le système de la Nature expliqué par la sagesse parfaite d'un esprit qui gouverne tout, & de trouver la solution de ses doutes sur la perfection de l'Univers. Mais il fut bien trompé, lorsqu'il vit qu'Anaxagore ne faisoit aucun usage de cet esprit souverain dans ses explications de la Nature, & ne rapportoit pas la disposition actuelle des choses à l'ordre & à la perfection de l'Univers; mais qu'il introduisoit certaines puissances aqueuses & aériennes, & d'autres principes incroyables pour les causes des choses. Enfin Socrate trouva que cette explication de la Nature n'étoit pas plus satisfaisante, que si quelqu'un qui eut entrepris d'assigner la cause de toutes les actions de Socrate, commençoit par dire que Socrate agissoit par un principe de pensées & de dessein; & prétendant expliquer comment il vint à s'asseoir en prison, dans le tems qu'il fut condamné à mourir par les injustes & ingrats Athéniens, il nous apprenoit que le corps de Socrate étoit composé d'os & de muscles, que les os étoient solides & avoient leurs articulations, tandis que les muscles étoient capables de se contracter & de s'étendre, au moyen de quoi il étoit en état de mouvoir son corps & de s'asseoir; & si après avoir exposé la nature du son & des organes de la voix, il se vantoit enfin d'avoir ainsi expliqué comment Socrate s'assit & s'entretint avec ses amis en prison; sans parler du décret des Athéniens, & sans dire qu'il pensa lui-même qu'il étoit plus juste

* *Ἐγὼ γὰρ νέος εἰμι &c. Plat. Phædo.*

& plus convenable d'attendre patiemment l'exécution de leur Sentence , que de se sauver à Megare ou à Thebes pour y vivre en exil. » Il est vrai, dit-il , que
 » sans os & sans nerfs , je n'aurois pu exécuter aucune
 » action dans ma vie , mais il seroit ridicule de les re-
 » garder comme les raisons de mes actions , tandis que
 » mon ame est déterminée par ce qui paroît le meil-
 » leur. »

J'ai rapporté ce passage , surtout parce qu'il fait voir combien les plus illustres & les meilleurs Philosophes ont pensé que la considération des causes finales étoit essentielle à la vraye Philosophie ; sans quoi elle perd sa plus grande beauté & sa perfection & n'obtient pas son principal usage. M. le Chevalier Newton eut un plaisir particulier de voir que sa Philosophie avoit contribué à faire considérer ces causes finales (comme je le lui ai entendu remarquer) après que Descartes & d'autres s'étoient efforcés de les bannir. Il est surprenant que cet Auteur regarde comme une plus grande présomption * de prétendre à la connoissance des causes finales , que de vouloir déduire un système complet de l'Univers de la nature de la Divinité considérée comme la souveraine cause efficiente, ou après avoir rejeté les causes mentales & finales, rendre raison de tout par un mécanisme ou une nécessité métaphysique & matérielle. Cette sorte de cause est sûrement la plus à notre portée ; & on ne peut comprendre pourquoi il pense qu'il est présomptueux de considérer le dessein & l'ordre qui sont répandus dans la Nature si évidemment , & qui

* *Nullas unquam rationes circa res naturales à fine , quem Deus aut Natura in iis faciendis sibi proposuit , desumimus ; quia non tantum debemus nobis arrogare ut ejus consiliorum participes nos esse putemus. Sed ipsum ut causam efficientem rerum omnium considerantes , vidēbi-*

mus quidnam , ex iis ejus attributis quorum nos nonnullam notitiam voluit habere , circa illos ejus effectus , qui sensibus nostris apparent , lumen naturale quod nobis indidit concludendum esse ostendat. Princip. Part. 1. §. 28.

se manifestent à tous les hommes ; de soutenir , par exemple , que l'œil a été fait pour voir , quoique nous puissions n'être pas en état d'expliquer mécaniquement la réfraction de la lumière dans les tuniques de l'œil , ou comment l'image est portée de la rétine jusqu'à l'ame.

Socrate trouvant tout obscur & incertain dans les différens systèmes de ses prédecesseurs , jugea qu'il étoit mieux de se contenter d'une connoissance générale de la Nature que tous les hommes peuvent acquérir , que d'en adopter aucun. Et s'étant appliqué à étendre la pratique aussi-bien que la théorie de la Philosophie morale parmi ses concitoyens par son exemple & ses préceptes , il mérita la plus haute estime & l'admiration du genre humain *. Platon cependant & ses Disciples connoissant combien la Physique devoit influer sur les vérités les plus importantes , se remirent à l'étudier. La beauté de l'Univers étoit le sujet favorit des Platoniciens ; & ils avoient coûtume de recommander la contemplation & l'imitation de ses mouvemens constants & réguliers par la pratique de la vertu , comme les meilleurs moyens de recouvrer l'ancienne conformité où l'on avoit été avec elle dans un premier état & de se rendre dignes de jouir de nouveau de ce bonheur. Tandis qu'une Secte d'Atomistes expliquoit tout par les mouvemens & les modifications de la matiere , Platon s'es-

* Voyez *Aul. Gellius Lib. 6. Cap. 10.* Où il en rapporte un exemple extraordinaire d'après Taurus Philosophe Platonicien. Les Athéniens sur quelque différend avec les habitans de Megare , leur avoient fait défense expresse à chacun d'eux d'entrer à Athenes. Euclide de Megare après cet Edit , avoit coûtume de se déguiser en femme , & de faire vingt milles de chemin pendant la nuit pour entendre Socrate. Delà Taurus prend occasion de se lamenter

sur la haute estime qu'on avoit de la Philosophie dans ce tems-là ; maintenant , dit-il , nous voyons les Philosophes s'en aller de plein gré , attendre à la porte des jeunes & des riches , & s'y asseoir jusqu'à midi pour donner le tems à leurs disciples de se remettre des débauches de la nuit. Diogene Laërce cependant parle d'un étranger qui vint à Athenes & qui trouva quelques choses à reprendre dans Socrate.

força d'élever les pensées des hommes au-dessus des objets des sens, & il soutint avec chaleur la prééminence des Etres actifs, incorporels & intellectuels. C'étoient-là, suivant lui les vraies substances, les autres n'en étoient que les ombres; les Philosophes grossiers ne pouvoient appercevoir que ces dernières de même que celui qui tourne le dos à la lumière, ne la voit pas, non plus que les corps placés entr'elle & lui, mais il n'en apperçoit que les ombres (a). Il parle cependant quelquefois des parties insensibles des corps, qui ne peuvent être apperçues que par l'esprit & l'entendement, leur attribuant différentes figures dans le style de la Philosophie atomique (b). S'il porta trop loin sa complaisance pour ses idées, nous devons avouer au moins que ses erreurs ne furent pas à beaucoup près d'une aussi dangereuse conséquence que celles de Démocrite & de plusieurs autres. Mais quelques louables que puissent avoir été les vûes de cet aimable Philosophe, les préceptes inintelligibles & mystiques de quelques-uns de ses Disciples (c) doivent nous avertir d'être sur nos gardes contre les excès, même dans une bonne cause.

3. Pendant ce tems-là les Sectateurs de Pythagore fleurissoient en Italie, & enseignoient une Philosophie qui paroît avoir moins été le résultat de leurs propres observations que le fruit du séjour que leur grand Maître avoit fait en Orient. Il passa vingt-deux ans dans ces contrées, & il ne fit point de difficulté de s'accomoder aux coûtumes (d) les plus particulieres des Nations Orientales, afin d'avoir un accès plus libre auprès de

(a) Platon de *Republica*. Lib. 7. & 10.

(b) Platon *Tim.*

(c) Il seroit inutile de citer ici des exemples du mystique le plus profond de Plotin & autres Platoniciens.

(d) Il fut circoncis en Egypte suivant la coûtume des Prêtres de ce Pays, & il passe pour avoir été l'homme le plus aimable de son tems. *Clem. Alexandr. Strom.* Lib. 1.

leurs Sçavans. Comme c'étoit un homme doué de talens extraordinaires & qui étoit extrêmement laborieux, il paroît aussi avoir le mieux réussi des anciens dans la connoissance de leur Philosophie. Nous trouvons que ses Disciples enseignèrent la vraie doctrine des mouvemens des Planetes, particulièrement que la Terre se mouvoit tous les jours sur son axe, & qu'elle faisoit sa révolution autour du Soleil en un an; & ils donnerent des idées sur les Cometes qui s'accordent avec les découvertes modernes (a). Ils enseignèrent aussi que chaque Etoile étoit un Monde (b), & qu'elles avoient toutes quelque chose de correspondant à notre terre, à l'air & à l'eau dans l'immensité de l'espace. La Lune surtout suivant eux, étoit habitée par des Animaux plus grands & plus beaux que ceux de notre Globe. Nous trouvons quelques idées de la Gravitation des corps célestes dans ce qui est rapporté de la doctrine de Thales & de ses successeurs. Mais Pythagore paroît l'avoir mieux connue, & on croit qu'il l'avoit en vûe dans ce qu'il a enseigné sur l'harmonie des Spheres (c).

Une corde de musique donne les mêmes sons qu'une autre dont la longueur est double, lorsque la tension ou la force avec laquelle la dernière est tendue, est quadruple, & la gravité d'une Planete est quadruple de la gravité d'une autre qui est à une distance double. En général, pour qu'une corde de musique puisse devenir à l'unisson d'une corde plus courte de même espece, sa tension doit être augmentée dans la même proportion que le carré de sa longueur est plus grand; & afin que la gravité d'une Planete devienne égale à celle

(a) Aristot. *Meteorol. Lib. I. Cap. 6.* Plutarque de *Placitis Philosophorum Lib. III. Cap. II.*

(b) Ibid. *Cap. XIII. & XXX.*

(c) Plin. *Lib. II. Cap. XXII.* Macrobius. *In somnium Scip. Lib. II.*

Cap. I. Voyez aussi Plutarque; *De Animal. procreatione*, à Τίμαιο. "Οιτε παλαις διολόγοι, πρεσβύτατοι φιλοσοφῶν ὄντες, ὄργανα μυσικῆς ζωῆς, &c. jusqu'à la fin,

d'une autre Planete plus proche du Soleil , elle doit être augmentée à proportion que le quarré de sa distance au Soleil est plus grand. Si donc nous supposons des cordes de musique tendues du Soleil à chaque Planete , pour que ces cordes devinssent à l'unisson , il faudroit augmenter ou diminuer leurs tensions dans les mêmes proportions qui seroient nécessaires pour rendre les Gravités des Planetes égales. On croit que c'est de la similitude de ces rapports , qu'il a tiré la célèbre doctrine de l'harmonie des Spheres.

Comme ces opinions des Pythagoriciens sur les mouvemens diurnes & annuels de la Terre , les révolutions des Cometes , les habitans de la Lune & des Etoiles & l'harmonie des Spheres sont très-éloignées d'être dictées par les sens , & fort opposées aux préjugés vulgaires ; on a lieu de penser que ceux qui les premiers ont fait ces découvertes devoient avoir fait un progrès considérable dans l'Astronomie & la Philosophie naturelle. Il n'est pas aisé de persuader à une personne qui ignore la vraie Théorie du mouvement , que la Terre , qui de toutes les choses qui existent dans la Nature paroît être la plus fixe & la plus stable , est ainsi emportée dans l'espace avec une si grande rapidité. Il falloit qu'il se fut entièrement mis au-dessus des difficultés qui naissoient des sens & des préjugés superstitieux qui prévalaient de son tems pour être persuadé de cette doctrine , jusqu'à compter la Terre parmi les Etoiles , & regarder les Etoiles comme autant de Mondes. C'est pourquoi lorsque nous trouvons les dogmes des Grecs à ce sujet si imparfaits & alliés avec tant d'erreurs , il paroît naturel de penser qu'ils en avoient seulement pris quelques idées d'autres Nations plus sçavantes , & qui avoient fait de plus grands progrès dans la Philosophie : peut-être n'étoient-ils pas plus capables de traiter cette matiere qu'un Indien ingénieux qui après avoir resté quelques années en Europe , & s'y être quelquefois entre-

tenu avec des Sçavans , voudroit à son retour exposer nos systêmes à ses compatriotes. C'est pour cela que les Pythagoriciens ne paroissent pas avoir été en état de défendre leur doctrine , quoiqu'il eussent la vérité pour eux ; car Aristote les refute avec apparence de raison de son côté. Ce qu'il dit de leur systême fait voir ou qu'ils l'avoient mal exposé , ou qu'il ne les avoit pas entendu. On rapporte qu'ils enseignoient qu'il y avoit une terre opposée à la nôtre , & differens autres corps qui faisoient leurs révolutions autour du Soleil , qui nous étoient cachés par la Terre , & que delà ils expliquoient pourquoi il y avoit plus d'éclipses de Lune que de Soleil *. A cette occasion il leur fait un reproche auquel les Philosophes n'ont que trop souvent donné fondement. » Qu'au lieu d'accommoder leur » Philosophie à la Nature , ils n'avoient pas représenté » les Phénomènes tels qu'ils étoient , afin qu'ils parussent conformes à leurs propres suppositions. » Mais s'il avoit été mieux instruit de ces Phénomènes & de ce systême , il en auroit porté un meilleur jugement.

Dans ce tems-là la Géometrie étoit dans une haute estime. Nous avons raison de penser que l'attachement que les Pythagoriciens & les Platoniciens avoient pour elles les séduisit quelquefois , en les induisant à tirer les mystères de la Nature de certaines analogies de figures & de nombres , qui non-seulement sont intelligibles pour nous , mais qui dans quelques cas ne paroissent pas susceptibles d'aucune juste explication. L'usage qu'ils firent en Philosophie des cinq corps réguliers , en est un exemple remarquable , car ils doivent en avoir fait une partie importante de leur systême , si nous nous

* De Calo. Lib. II. Cap. XV. Nous devons être moins surpris que les Grecs ayent eu une connoissance si imparfaite de la Philosophie Orientale , s'il est vrai que quelques-uns de leurs plus célèbres

Philosophes , firent le voyage d'Egypte dans une vue bien différente de celle d'apprendre la Philosophie. On dit que le principal but de Platon étoit d'y vendre son huile.

en rapportons aux anciens Commentateurs d'Euclide, qui nous disent qu'il étoit Philosophe Platonicien, & qu'il composa ses excellens Elemens en faveur de cette doctrine. Mais comme la Géometrie est une matiere de pure spéculation, on ne peut concevoir qu'il puisse y avoir quelqu'analogie entr'elle & la constitution de la Nature. Ceux qui en dernier lieu ont tâché de développer cette analogie n'y ont pas réussi, comme nous aurons occasion de le faire voir dans la suite, lorsque nous parlerons des Découvertes de Kepler. Ce n'est pas là le seul exemple, où des analogies & des harmonies prétendues nous aient induit en erreur dans la Philosophie. La Géometrie ne peut y être que de peu d'usage jusqu'à ce qu'on ait rassemblé des vérités connues sur lesquelles on bâtit; le Chancelier Bacon a justement observé, *Matheſim Philoſophiam naturalem terminare debere, non generare aut procreare.*

4. La Philosophie d'Aristote nous donne lieu de remarquer que la plus grande pénétration sans d'autres secours, sera toujours d'une moindre utilité dans l'étude de la Nature que dans la Métaphysique & la Dialectique, où la force du génie peut à la vérité produire des merveilles. Au lieu des anciens systèmes, il introduisit la matiere, la forme & la privation, comme les principes de toutes choses: mais il ne paroît pas que cette doctrine fut d'un grand usage dans la Philosophie naturelle. Il surpassa tous les autres Philosophes en établissant les divisions & les définitions relatives à ses sujets avec une exactitude particulière; cependant quelques-uns de ses préceptes sont exprimés d'une maniere si obscure de l'aveu de ses Disciples les plus zelés, que quoiqu'ils aient pris les plus grandes peines pour découvrir sa pensée (& quelques-uns d'eux suivant ce qu'on rapporte, d'une maniere très-extraordinaire) ils n'ont pu la pénétrer; & on dispute encore pour sçavoir quels étoient ses sentimens sur quelques sujets de grande importance.

Il fut mis en état par la libéralité d'Alexandre son élève, de faire de vastes collections sur l'Histoire naturelle. Ce Prince fit à ce sujet des dépenses immenses; dont les Naturalistes ont souvent parlé depuis en se copiant les uns les autres (a). Mais dans ses écrits généraux & théoriques sur la Nature, quoique ses raisonnemens puissent paroître subtils & ingénieux, les conclusions qu'il en tire sont communément détruites par des Découvertes plus récentes. Nous avons observé ci-dessus comment il exposoit la doctrine de Pythagore sur les deux mouvemens de la Terre, & la maniere dont il tâchoit de la refuter: dans l'un des Traités qui lui sont attribués (b) l'Auteur prétend démontrer que la matiere des Cieux est incréée incorruptible, & qu'elle n'est sujette à aucune altération; & il avance que les Etoiles sont emportées autour de la Terre dans des Orbites solides. Il fut généralement suivi dans ces opinions, jusqu'à ce que Tycho par ses observations, & Galilée par ses raisonnemens en firent voir la fausseté. Quelques personnes se font plaintes qu'il n'étoit pas fait mention si souvent d'une Divinité dans ses differens écrits, que dans les ouvrages de la plupart des Philosophes plus anciens, excepté seulement son Traité du Monde (ou comme d'autres disent qu'il devoit être intitulé, de l'Univers), qui pour cette raison a été attribué à un autre Auteur. Mais il y en a plusieurs qui jugent que cette piece admirable est d'Aristote; & Gassendi est d'opinion qu'il la composa vers la fin de sa vie, comme le résultat de ses pensées les plus sérieuses (c). On peut observer en faveur de ce grand Philosophe, que peut-être il n'avoit pas intention que ses Découvertes fussent bien enten-

(a) Suivant Pline, Aristote écrivit cinquante volumes sur les Animaux, & plusieurs milliers de personnes en Grece & en Asie l'aiderent dans ses recherches par ordre

d'Alexandre. On dit que la dépense monta à quatre-vingt talens.

(b) *De Celo.*

(c) *De Physiologia Epicuri.*

dues par ses écrits publics. Car on rapporte qu'un jour qu'Alexandre se plaignoit de ce qu'il avoit mis au jour quelques-uns de ses Traités, il lui fit sentir par sa réponse, qu'ils ne seroient entendus que par les Philosophes. Si nous avons une exposition plus parfaite de ses opinions sur les formes & les qualités, il pourroit se faire qu'elles parussent dans'un meilleur jour. Peut-être vouloit-il seulement soutenir contre cette Secte d'Atomistes qui suivit Démocrite, que les Phénomènes de la Nature ne pouvoient être expliqués sans avoir recours à autre chose que la matiere & le mouvement; mais que les qualités des corps devoient être attribuées à des puissances cachées qui agissoient diversement dans les différentes combinaisons des petites parties de la matiere, suivant les loix établies. La conduite de Callisthene qu'il recommanda à Alexandre pour l'accompagner dans ses conquêtes Asiatiques, fit un grand honneur à Aristote; une persécution cependant que ce Philosophe eut à souffrir des Prêtres Athéniens, l'obligea d'abandonner leur Ville pour éviter le sort de Socrate.

Aristote fut long-tems appelé le Prince des Philosophes, & il a été en possession de l'autorité la plus absolue dans les Ecoles, non-seulement en Europe, mais même en Afrique, parmi les Mahométans, aussi-bien que les Chrétiens. On traduisit ses Ouvrages en Perse & à Samarcande; & aucun Philosophe ne fût jamais dans une estime si haute & si universelle. Son opinion étoit regardée comme la raison même, il n'étoit pas permis d'en appeller: les Parties dans chaque dispute, étant obligées de faire voir que leurs conclusions n'étoient pas moins conformes à la doctrine d'Aristote, qu'à la vérité. Ce moyen cependant ne mettoit pas fin aux disputes, mais servoit plutôt à les multiplier; car il n'étoit pas plus aisé de s'assurer de son sentiment, que de découvrir la vérité, & souvent sa doctrine n'étoit pas compatible avec elle. Il n'est pas hors de propos de rappeller

ler cette soumission servile des Philosophes, parce qu'une haute estime pour les grands hommes, est capable de nous entraîner dans leurs opinions, même dans des matieres douteuses, & quelquefois étrangères à la Philosophie.

5. Nous avons déjà parlé du système d'Epicure, & nous aurons souvent occasion de faire des remarques dans la suite sur ce sujet. Quiconque examine les opinions extravagantes de cette Secte; & des autres Dogmatiques, quels qu'ils soient Péripatétiques ou Stoïques, peuvent admirer quelques-uns pour leur morale, & un plus grand nombre pour leur éloquence, ayant fait leur principale occupation de disputer sur leurs systèmes, & de déclamer en leur faveur; mais on ne doit pas être fort surpris, de les voir la plupart conformes aux Sceptiques, dans ce qui a rapport à la Physique: Les uns soutenoient qu'il étoit impossible de découvrir la vérité, & les autres, que les hommes la cherchoient, mais ne la possédoient pas. Les Sectes & les divisions de Sectes, devinrent à la fin si nombreuses, que presque tout le monde s'addonna en quelque façon à la Philosophie, car personne ne pouvoit manquer de trouver une Secte & une Doctrine, conforme à son goût & à son inclination. Mais il ne paroît pas que cette grande augmentation de Philosophes contribua beaucoup au progrès de la science, ou servit à la vérité; leur licence & la variété de leurs opinions, étoient portées à un si haut point, qu'il eut à peine paru aucune doctrine dans les derniers tems, qui n'eût été appuyée de l'autorité de quelqu'un d'eux. On a remarqué avec justice, que dans chaque Art les fautes & les erreurs des uns, servent à l'instruction des autres; mais nous ne voyons pas qu'en Philosophie, les erreurs d'une Secte servissent à faire tenir les autres sur leur garde. Les grands Maîtres dont nous avons parlé, ont donné un malheureux exemple, & leurs successeurs les ont surpassé, en accumulant fictions sur fictions, pour servir à leur

dessein. Ainsi les Platoniciens devinrent des mystiques inintelligibles, les Peripatéticiens, des disputeurs infatigables, tandis que chaque Secte avoit son système, vanté par le parti, mais condamné par tout le reste.

Pendant que les anciens, toutesfois, s'appliquoient à considérer les Cieux, ou à faire des collections d'Histoire naturelle, ils ne perdoient pas leur peine, leurs observations leur faisoient quelquefois entrevoir les véritables causes qui ont lieu dans l'Univers: & nous avons raison d'admirer quelques idées de cette sorte, qui paroissent dans differens passages de leurs écrits, & qui semblent être des anticipations à quelques découvertes modernes des plus importantes. Mais généralement parlant, ils se plaisoient trop à des discussions obscures & inutiles sur les essences cachées des choses, & ils cherchoient à acquérir des connoissances qui n'étoient pas proportionnées aux fondemens sur lesquels ils avoient à bâtir. Quant à leurs explications du système du Monde, la doctrine des Pythagoriciens fut entierement oubliée, & les opinions d'Aristote & d'Eudoxe prevalurent universellement. Dans la suite du tems on prit de grandes libertés pour expliquer chaque Phénomene de la Nature; on multiplia dans cette vûe les Orbes solides & les Epicycles, jusqu'à ce que l'Univers perdit dans les descriptions de ce Philosophe sa beauté naturelle, & sembla de nouveau réduit à un chaos par leurs travaux infructueux.

L'Histoire des Sciences dans leurs différentes révolutions des siècles postérieurs, lorsque la Philosophie & les Philosophes tombèrent dans le mépris, est si peu intéressante & si inutile à mon dessein qu'elle ne mérite pas d'être rapportée. Ils se distinguèrent plus alors par leurs opinions extravagantes, par des mœurs & des coutumes singulieres (a) que par aucune science ou aucun

(a) *Sententiam capillis & habitu*
jactant, dit Lactance en parlant d'eux.
Voyez aussi la plainte de Taurus le

Philosophe, citée d'Aul. Gel. ci-dessus dans les notes au §. 2. de ce Chapitre.

mérite réels. La peinture que Tacite en fait nous apprend combien ils étoient différens dans le tems des Césars, de ces fameux Pythagoriciens Législateurs, l'incomparable Socrate & autres qui firent l'ornement des premiers âges de la Philosophie. » Neron, dit cet » Auteur avoit coûtume de passer quelque tems après » les repas à écouter les raisonnemens de différens Philosophes, & tandis que chacun soutenoit sa Secte, & » que l'un contredisoit directement l'autre, ils s'accor- » doient tous à faire voir les disputes & les contestations » qui étoient continuellement entr'eux, autant qu'à ex- » poser leurs opinions particulières & favorites; il y avoit » même quelques-uns de ces maîtres de sagesse qui ai- » moient passionnement à être vus avec leur visage som- » bre & leur ton severe parmi les débauches & les diver- » tiffemens Royaux de Neron (a).

Mais l'état de la Philosophie devint dans la suite encore plus déplorable; & il est à propos d'en parler, parce que nous y découvrirons l'ennemi le plus cruel de la vraie Philosophie. Ce fut quelque tems après la chute de l'Empire Romain, lorsque la majesté & l'admirable Gouvernement de ce Peuple fit place à la barbarie Gothique, que la superstition étendit son regne sans opposition, que la liberté des recherches fut proscrite, & que par un zèle sauvage on chercha à déraciner la mémoire de l'ancienne Philosophie en détruisant ses annales, production inestimable des travaux de l'antiquité. Ce fatal système ne réussit que trop, car il paroît qu'un nuage épais eut bientôt obscurci l'entendement des hommes, & presque éteint leurs facultés naturelles : ce

(a) Tacit. *Annal.* Lib. 14. Nous n'avons rien dit des Chinois parce que quoiqu'aucune Nation ne se soit appliquée si longtems & avec tant d'ardeur à l'Astronomie, ils paroissent avoir fait peu de progrès suivant les relations que nous en

avons. On peut attribuer cela, au moins en partie à leur négligence de la Géométrie (sans laquelle il est impossible d'avancer beaucoup en Astronomie) & à leur manque de correspondance avec les autres Nations.

désastre alla si loin qu'une partie des tems suivans fut appelée l'âge de plomb, qui ne le céda en rien à l'âge de fer des Poëtes. L'autorité usurpa long-tems la place de la raison, & sous le prétexte abusif de rendre l'homme plus soumis au Ciel, il fut dégradé & réduit en esclavage. Il parut de tems en tems quelques génies dignes de meilleurs tems, mais ils furent obligés de se conformer à l'esprit de ce siècle barbare. S'ils s'appliquoient à la vraie Philosophie c'étoit ou dans leur particulier & d'une maniere mystérieuse, ou leurs talens & leur mérite ne servoient qu'à leur attirer un traitement severe & cruel de leurs superstitieux contemporains. Ce fut le sort du fameux Roger Bacon qui paroît avoir fait des progrès surprenans dans la Physique pour le tems où il vivoit, & avoir connu quelques inventions qu'on croit communément d'une date postérieure.

La Philosophie naturelle méprisée & négligée en Europe, trouva un asyle parmi les Sarrazins, auxquels nous sommes redevables de plusieurs Découvertes, aussi bien que de la conservation de quelques-uns des ouvrages des Anciens. Ils en avoient une si haute idée qu'ils avoient coûtume d'en demander des copies par des articles particuliers dans leurs Traités avec les Empereurs Grecs; quoiqu'ils aient détruit un trésor inestimable en ce genre à Alexandrie dans leurs premieres conquêtes. Le Calif Almaimon est célèbre pour avoir fort encouragé à l'étude de l'Astronomie, ayant fait élever un grand nombre d'Observatoires dans ses Etats, & les ayant pourvus d'instrumens d'une grandeur prodigieuse. Ce fut autant que nous le sçavons par son ordre, qu'on mesura pour la premiere fois avec exactitude un degré du cercle de la Terre. Mais à la fin leurs Philosophes se sont absolument dévoués à Aristote d'une maniere non moins servile que les Européens, & à une Philosophie qui ne consistoit

qu'en mots, & qui ne servit qu'à produire des disputes sans fin.

Le nuage fut enfin dissipé peu à peu en Europe : le génie actif de l'homme ne put être pour toujours dans la servitude. L'amour des sciences se renouvela, les restes de l'ancienne Philosophie qui avoient échappés au naufrage des siècles ténébreux furent soigneusement recherchés; les Arts libéraux & les Sciences reprirent leur ancienne vigueur, mais aucune ne gagna plus à cette heureuse révolution que la Physique.

CHAPITRE III.

Des Philosophes modernes avant Descartes.

1. **L**Es révolutions de la Philosophie sont comparées par Aristote au lever & au coucher des Astres, & Pline parle de quatre périodes des Sciences qui avoient précédé son tems, l'Egyptienne, l'Assyrienne, la Chaldéenne & la Grecque. Lorsqu'une fois on en eut perdu le goût dans ces Contrées, elles ne s'y releverent jamais, & il ne reste aucunes productions de trois de ces périodes, ou du moins il en reste bien peu. Les parties Occidentales de l'Europe ont été plus heureuses. Après un long intervalle la Philosophie y reparut de nouveau, & la période qui a commencé à la révolution dont nous avons parlé ci-devant, a déjà continué plusieurs siècles. Ce goût pour les Sciences y fut introduit par différentes inventions d'un très-grand usage. A en juger par là, les Découvertes importantes qu'on a faites depuis, & celles qu'on a lieu d'attendre de l'exactitude avec laquelle les Sçavans s'appliquent sans cesse à de profondes recherches dans les mystères de la Nature, nous font espérer avec justice que cette

période ne touchera pas de long-tems à sa fin : & si elle doit un jour avoir le même sort que les autres, elle fera nécessairement à jamais mémorable dans l'Histoire des Sciences parmi ceux qui nous suivront , à moins que tout ne soit enseveli dans un oubli général.

On inventa dès le treizieme siecle les verres convexes & concaves, quoique personne ne s'avisâ que trois cens ans après de les joindre ensemble pour en faire un Telescope. Sur quoi on a justement observé que les choses que nous avons tous les jours entre les mains peuvent avoir des propriétés excellentes encore inconnues pour nous, que le hazard ou les expériences qu'on fera dans la suite pourront découvrir. La propriété de l'aiguille aimantée, de se diriger vers les Poles du Monde, dont on se servit dans la navigation dès le quatorzieme siecle, si ce n'est plutôt, facilita la correspondance entre des Nations éloignées, & conduisit Colomb à la Découverte du nouveau Monde. Personne n'ignore l'avantage que les Sciences ont retiré de l'Art de l'Imprimerie que nous devons aussi au même siecle. Ces inventions avec plusieurs autres aussi surprenantes produisirent un grand changement dans les affaires du Monde; & un esprit de reforme se fit bientôt remarquer dans tout ce qui avoit quelque connexion avec les Arts & les Sciences.

2. Peurbachius avec son disciple Regiomontanus & quelques autres firent revivre l'Astronomie dans le quinzieme siecle. Le célèbre Copernic, qui nâquit à Thorn en Prusse en 1473, leur succéda, » homme dit Kepler, » (a) d'un vaste génie, & ce qui est de grande conséquence » ce dans ces matieres, d'un esprit libre. » Lorsqu'il considéra la forme, la disposition & les mouvemens du Monde tels qu'on les représentoit alors d'après Ptolomée, il trouva ce système dépourvu d'ordre, de proportion & de symmétrie. Semblable à une Piece, comme il

(a) *Prefatio ad Paulum III. Pontif. Maxim.*

s'exprime lui-même, faite de morceaux copiés de différens originaux, qui n'étant pas assortis les aux autres, représenteront plutôt un monstre qu'un homme. C'est pourquoi il parcourut les écrits des anciens Philosophes pour voir si on n'avoit jamais donné quelque explication plus raisonnable des mouvemens des Cieux. Il prit la première idée de son système dans Cicéron, qui dit dans ses *Questions Académiques*, (Livre IV.) que Nicetas Syracusain avoit enseigné que la Terre tournoit autour de son axe, ce qui faisoit que tous les Cieux paroissent à un spectateur placé sur la Terre tourner tous les jours autour d'elle.

Ensuite il trouva dans Plutarque (a) que Philolaus le Pythagorien avoit enseigné que la Terre se mouvoit annuellement autour du Soleil. Ils s'aperçurent d'abord qu'en admettant ces deux mouvemens, toute l'obscurité, le désordre & la confusion dont il s'étoit plaint au sujet des mouvemens célestes, s'évanouissoient, & qu'à leur place il paroissoit une disposition simple & régulière des Orbites & une harmonie des mouvemens dignes du grand Auteur de l'Univers. Ce fut bientôt après l'an 1500 qu'il commença à porter intérieurement ce jugement du système du Monde : mais sachant combien il seroit mal reçu du commun des hommes, & même des Sçavans de son tems, il ne put se déterminer à donner au Public son explication des mouvemens célestes que plus de trente ans après. Il avoit beaucoup de penchant, comme il nous le dit lui-même, à suivre la coutume des Pythagoriciens qui ne vouloient pas découvrir leurs mystères au Public, mais qui aimoient mieux les faire passer de main en main à la postérité ; non qu'ils enviasse aux autres les connoissances qu'ils possédoient, mais parce que les belles Découvertes des grands hommes, le fruit de leurs travaux, ne doivent point devenir le jouet des présomptueux &

(a) *De Placitis Philosophorum, Lib. III, Cap. XIII.*

des ignorans. Ce ne fut pas sans les plus grandes sollicitations qu'il donna enfin ses papiers à ses amis avec la permission de les publier, & il ne vécut que précisément le tems qu'il falloit pour voir un exemplaire de son Livre en 1543, peu d'heures avant sa mort.

Dans ce Traité il rétablit l'ancien système de Pythagore, & il en déduit les Phénomènes des mouvemens célestes. Chaque siècle depuis a fourni de nouvelles preuves en sa faveur, & il prévalut peu-à-peu malgré l'opposition qu'il eut à souffrir des préjugés des sens contre le mouvement de la Terre, de l'autorité d'Aristote dans les écoles, des menaces des ignorans superstitieux & de la terreur de l'Inquisition. Le principal argument qui ait porté Aristote & ses Sectateurs à considérer la Terre comme le centre de l'Univers étoit que tous les corps avoient une tendance vers le centre de ce Globe. Pour répondre à cette objection Copernic observa (a) qu'il étoit raisonnable de penser qu'il n'y avoit rien de particulier à la Terre dans ce principe de Gravité; que les parties du Soleil, de la Lune & des Etoiles tendoient pareillement les unes vers les autres, & que c'étoit cette puissance qui conservoit leur figure Sphérique dans leurs différens mouvemens. Ainsi chaque pas dans la vraie science donne une lueur ou une foible vûe de ce qui est au-delà, quoiqu'encore inconnu, dans le trésor de la Nature.

3. Le rétablissement du système de Pythagore fut un pas de la dernière importance dans la vraie Philosophie, & il frayoit le chemin à de plus grandes Découvertes; mais les esprits des hommes n'étoient pas

(a) *Equidem existimo Gravitatem non aliud esse quam appetentiam quandam naturalem, partibus inditam à divina providentia opificis universorum, ut in unitatem ingritatemque suam sese conferant, in formam Globi coeunt.* Quam affec-

tionem credibile est etiam Soli, Lune cæterisque errantibus fulgoribus, inesse, ut ejus efficacia, in ea quæ se representant rotunditate permanent; quæ nihilominus multis modis suos efficiant circuitus. Nicol. Copernici revol. Lib. I, Cap. IX.

alors suffisamment préparés pour cela. On manquoit d'une exacte Théorie du mouvement qui rendit sensible la simplicité & la beauté de ce système, & qui mit en état de résoudre d'une manière satisfaisante les argumens qui lui paroissent contraires. Suivant Copernic, la Terre faisoit sa révolution autour de son axe avec un mouvement rapide d'Occident en Orient. On lui objecta qu'un tel mouvement devoit nécessairement être sensible en plusieurs occasions ; qu'une pierre, par exemple, tombant du haut d'une Tour, ne devoit pas frapper la Terre au pié de la Tour, mais à une certaine distance vers l'Occident, suivant cette doctrine ; la Tour étant emportée par le mouvement diurne vers l'Orient tandis que la pierre tomboit. Pour répondre à cette objection, on compara le mouvement de la Terre au mouvement progressif uniforme d'un vaisseau sur la Mer, & on soutint qu'une pierre tombant du haut du mâts, frapperoit le tillac directement au pié de ce mâts, quoique le vaisseau fut à la voile, & qu'il avançât avec une grande vitesse tandis que la pierre tomboit. Cette expérience est maintenant hors de doute : mais quelqu'un l'ayant tentée sans y donner le soin & l'attention nécessaires, rapporta à Tycho Brahé qu'elle n'avoit pas réussi ; (a) cette raison jointe à un zèle mal entendu pour l'Écriture Sainte, & peut-être à l'ambition d'être l'inventeur d'un nouveau système, le porta à rejeter la doctrine de Copernic, & à proposer un système qui tint un milieu. Tycho connoissoit trop bien les mouvemens des Planètes pour placer leur centre ailleurs que dans le Soleil ; mais afin que la Terre pût être en repos, il supposoit que le Soleil avec toutes les Planètes étoit annuellement emporté autour d'elle, tandis que celles-ci par leurs mouvemens particuliers faisoient leur révolution autour du Soleil dans leurs différentes périodes. Ayant

(a) Gassendi dans la vie de Tycho Brahé,

rejeté la Rotation de la Terre sur son axe, il fut obligé de retenir la partie la plus choquante du système de Ptolomée, & de supposer que tout l'Univers, jusqu'aux dernières extrémités où la vûe puisse s'étendre, étoit emporté par le *premier Mobile* chaque jour autour de l'axe de la Terre. Il fut cependant abandonné en cela par quelques-uns de ses Sectateurs qui aimèrent mieux exempter toutes les Spheres de ces mouvemens immenses en attribuant avec Copernic une révolution diurne à la Terre sur son axe; ce qui leur fit donner le nom de Semi-Tychoniques.

Quoique ce Noble Danois n'eut pas un heureux succès dans l'établissement de son nouveau système, il rendit néanmoins de grands services à l'Astronomie par sa sagacité & son exactitude à faire des Observations pendant une longue suite d'années. Il découvrit la réfraction de l'air, & il détermina les lieux d'un grand nombre d'Etoiles fixes avec une exactitude inconnue aux Astronomes qui l'avoient précédé. Il démontra que les Comètes étoient plus élevées que la Lune, parce qu'elles avoient une Parallaxe très-petite contre l'opinion qui prévaloit alors. Il découvrit ce qu'on appelle la *variation* dans le mouvement de la Lune, & ses suites d'observations sur les Planètes servirent beaucoup après lui à corriger & à perfectionner leurs Théories. Tous ces travaux le rendront à jamais célèbre parmi les Astronomes.

4. Vers la fin du seizieme siecle & sur le commencement du dix-septieme Galilée & Kepler se distinguèrent dans la défense du système de Copernic, & par un grand nombre de nouvelles Découvertes dans le système du Monde. L'illustre Gallilée ne fut pas moins heureux dans ses recherches Philosophiques que dans les fameuses Découvertes qu'il fit dans les Cieux par le Telescope. Nous devons à l'admirable Kepler la Découverte de la véritable figure des Orbites & les

proportions des mouvemens du système Solaire , mais il étoit réservé à M. le Chevalier Newton de faire connoître l'avantage qui revient à la Philosophie de la découverte de ces Phénomènes.

Kepler avoit une passion particulière de trouver des analogies & des harmonies dans la Nature à la manière des Pythagoriciens & des Platoniciens : & c'est à cette disposition que nous sommes redevables de plusieurs importantes Découvertes, plus que suffisantes pour excuser ses imaginations. Il nous apprend qu'il chercha avec ardeur depuis sa tendre jeunesse , les raisons de trois choses , pourquoi les Planetes étoient au nombre de six ? Pourquoi les dimensions de leurs Orbites étoient telles que Copernic les avoient décrites par ses observations ? & qu'elle étoit l'analogie ou la Loi de leurs révolutions. Il chercha les raisons des deux premières dans les propriétés des nombres & des figures planes sans succès. Mais à la fin réfléchissant que tandis que le nombre des figures planes régulières étoit infini , les Solides réguliers n'étoient qu'au nombre de cinq comme Euclide l'avoit démontré auparavant il s'imagina que cette limite remarquable dans l'essence des choses lui pourroit faire découvrir certains mystères correspondans dans la Nature , d'autant plus qu'il vit que les Pythagoriciens avoient fait grand usage de ces cinq corps réguliers dans leur Philosophie. Il s'efforça donc de trouver quelque rapport entre les dimensions de ces Solides & les intervalles des Spheres planetaires ; & imaginant qu'un cube inscrit dans la Sphere de Saturne , toucheroit par ses six plans la Sphere de Jupiter , & que les quatre autres Solides réguliers répondoient de même aux intervalles qui sont entre les Spheres des autres Planetes , il se persuada que c'étoit là la vraie raison pourquoi les Planetes principales étoient précisément au nombre de six ; & que l'Auteur du Monde avoit déterminé leurs distances au Soleil , le centre du système

système de l'Univers, conséquemment à cette analogie. Etant ainsi à ce qu'il croyoit en possession du grand secret des Pythagoriciens & entierement satisfait de sa Découverte, il la rendit publique en 1596, sous le titre de *Mysterium Cosmographicum*.

Kepler envoya un exemplaire de ce Livre à Tycho-Brahé qui n'approuva point ces spéculations abstraites sur le système du Monde ; mais il écrivit à Kepler de commencer d'abord à établir de solides fondemens sur les Observations, & qu'alors il tâcheroit de s'élever en partant delà jusqu'aux causes des choses. Cet excellent avis auquel nous devons les plus belles Découvertes de Kepler, mérite d'être rapporté tel qu'il nous l'a laissé lui-même. (a) » *Argumentum literarum Brahei*, dit-il, » *hoc erat ; uti suspensis speculationibus à priori descendentes*, » *ribus , animum potius ad observationes , quas simul offerre-* » *bat , considerandas adjicerem. Inque iis primo gradu facto* » *post demum ad causas ascenderem.* « Les grand hommes de tout tems se sont souvent accordés à porter ce jugement, mais il y en a peu qui s'y soient fidèlement conformés.

Son génie cependant plut à Tycho, qui l'engagea à rester avec lui près de Prague (où il passa les dernières années de sa vie, ayant quitté sa Patrie à cause de quelques mauvais traitemens qu'il y avoit reçus) & à l'aider dans ses travaux Astronomiques. Tycho mourut bientôt après, mais Kepler fondé sur les Observations de ce grand homme fit plusieurs Découvertes importantes, il trouva que les Astronomes s'étoient trompés jusqu'alors, en attribuant toujours aux Planetes des Orbites circulaires & des mouvemens uniformes ; que chacune d'elles se mouvoit dans un Ellipse, dont l'un des foyers étoit au centre du Soleil, que le mouvement de chacune étoit réellement inégal, & varioit tellement qu'un

(a) Nota in editionem secundam *Mysterii Cosmographici*.

rayon supposé toujours tiré de la Planete au Soleil décrivoit des aires égales en tems égaux.

Quelques années après il découvrit l'analogie qui est entre les distances des différentes Planetes au Soleil, & les périodes dans lesquelles elles achevent leurs révolutions. Il vit aisément que les Planetes les plus éloignées non-seulement se mouvoient dans de plus grands cercles, mais aussi plus lentement que celles qui sont plus proches, en sorte que pour deux raisons, leurs tems périodiques étoient plus grands. Saturne, par exemple, fait sa révolution à une distance du Soleil neuf fois & demi plus grande que n'est celle de la Terre; & la courbe décrite par Saturne est dans la même proportion: & comme la Terre fait sa révolution dans un an, ainsi si leurs vitesses étoient égales, Saturne devoit faire sa révolution en neuf ans & demi au lieu que le tems périodique de cette Planete est d'environ vingt-neuf ans. Les tems périodiques des Planetes augmentent donc dans une plus grande proportion que leurs distances au Soleil, mais non pas en aussi grande raison que les quarrés de ces distances; car si telle étoit la Loi de leurs mouvemens, le quarré de $9\frac{1}{2}$ étant $90\frac{1}{4}$, le tems périodique de Saturne seroit de quatre-vingt dix ans. Une proportion moyenne entre celle des distances des Planetes & celle des quarrés de ces distances est la vraie proportion des tems périodiques; comme un terme moyen entre $9\frac{1}{2}$ & son quarré $90\frac{1}{4}$ donne le tems périodique de Saturne en années. Kepler après être tombé dans différentes erreurs en déterminant cette analogie, la saisit enfin le 15 Mai 1618, car il est exact jusqu'à indiquer précisément le jour où il trouva » que les quarrés des tems périodiques « étoient toujours dans la même proportion que les « cubes de leurs distances moyennes au Soleil. » Ce n'est là qu'une exposition courte & sommaire des fruits

de ses grands travaux qu'il continua pendant plusieurs années sur les Observations faites par Tycho (a).

Lorsque Kepler vit que cette disposition des cinq corps réguliers, parmi les spheres planetaires, ne s'accommodoit pas aux intervalles qui sont entre leurs orbites, suivant les meilleures Observations, il chercha à découvrir quelques autres systêmes d'harmonie. Dans ce dessein, il compara les mouvemens de la même Planete, à sa plus grande & à sa moindre distance, & des différentes Planetes dans leurs orbites, tels qu'ils paroistroient vûs du Soleil, & il s'imagina y trouver une similitude avec les divisions de l'octave en Musique. C'étoient-là les rêveries de cet homme ingénieux, auxquelles il étoit si attaché, qu'ayant appris la découverte de quatre Planetes nouvelles (les satellites de Jupiter) faite par Galilée, il avoue que ses premieres reflexions furent de chercher comment il pourroit garantir son systême favorit de la chute dont il étoit menacé par cette addition au nombre des Planetes (b). Les mêmes imaginations lui firent porter un faux jugement sur la sphere des Etoiles fixes (c) : car étant obligé par sa Doctrine, de donner au Soleil une vaste supériorité dans l'Univers, il restraints les Etoiles fixes dans les limites trop étroites. Il ne les considere pas comme des Soleils, placés au centre de leurs différens systêmes, ayant des Planetes qui font leurs révolutions autour d'eux, ainsi que les autres Sectateurs de Copernic l'ont conclu, de ce qu'elles ont la lumiere d'elles-mêmes, de leurs distances immenses, & de l'analogie de la Nature. Non content de ces harmonies qu'il avoit apprises par les observations de Tycho, il se donna lui-même la liberté d'imaginer plusieurs autres Analogies, qui n'ont point de fondement dans la Nature, & qui sont renversées par les

(a) Voyez ses *Tabulæ Rudolphinæ*, & un *Comment. De Stella Martis*.

(b) *Dissert. Cum nuncio sidereo.*

(c) *Epitome Astronomiæ*, Lib. IV. Part I,

meilleures observations. Ainsi les opinions de Kepler, quoique très-justement admiré, nous apprennent le danger d'embrasser des principes ou des hypothèses, empruntés des sciences abstraites, & de les appliquer avec tant de liberté à l'étude de la Nature.

Huyghens, un des plus grands Géometres & Astronomes, qu'aucun Siècle ait produit, nous fournit un exemple plus récent de cet ardeur, à chercher des Analogies entre les matieres de spéculation abstraite, & la constitution de la Nature. Lorsqu'il eut découvert son satellite de Saturne, il fit avec notre Lune & les quatre Satellites de Jupiter, le nombre complet de six Planetes du second ordre alors découvertes: & parce que les Planetes principales sont aussi au nombre de six, & que ce nombre est appelé par les Mathématiciens, un nombre parfait (étant égal à la somme de ses parties aliquotes, 1. 2. & 3. (a).) Huyghens s'imagina de-là que le nombre des Planetes étoit complet, & qu'il étoit inutile d'en chercher davantage (b). Nous ne faisons pas cette remarque, dans la vûe de diminuer la réputation de ce grand homme, qui dans aucune autre occasion, n'a peut-être jamais raisonné de cette maniere; mais seulement pour faire voir par un autre exemple, combien les raisonnemens de cette espece, ont toujours été trouvés mal fondés: car peu de tems après, le célèbre Cassini découvrit quatre Sattelites de plus autour de Saturne, en sorte que les Planetes secondaires actuellement connues dans le système du Monde, sont au nombre de dix. Le même Cassini a trouvé que l'analogie découverte par Kepler, entre les tems périodiques, & les distances au centre, a lieu dans les systèmes particuliers de Jupiter & de Saturne; ses observations détruisirent cette Analogie, qu'on avoit imaginée sans fondement entre le nombre des Planetes.

(a) Elem. *Euclid.* Lib. VII. De finit. ultim.

(b) Voyez la Dédicace de son système de Saturne.

principales & secondaires, & le nombre six; mais elles ont fait voir en même-tems qu'il y avoit une harmonie dans leurs mouvemens, qui paroissoit tirer son origine d'un principe réel, répandu par tout l'Univers, comme nous le verrons dans la suite.

5. Mais pour revenir à Kepler sa grande sagacité & ses reflexions continuelles sur les mouvemens Planétaires, lui firent naître quelques idées sur les vrais principes qui produisent ces mouvemens. Dans la Préface de ses Commentaires sur la Planete de Mars, il parle de la Gravité comme d'une puissance, qui est réciproque entre les corps; & il dit que la Terre & la Lune tendent l'une vers l'autre, & se rencontreroient dans un point, qui seroit d'autant plus près de la Terre que de la Lune, que la Terre est plus grande que la Lune, si leurs mouvemens ne s'y opposoient pas. Il ajoûte que la cause du flux & reflux de la mer, n'est autre chose que la gravité des eaux vers la Lune. Mais n'ayant pas d'assez justes notions des Loix du mouvement, il ne paroît pas avoir été en état de tirer de ces reflexions tout l'avantage dont elles étoient susceptibles, & même il semble qu'il pensa différemment dans la suite, puisque dans son abrégé d'Astronomie, publié onze ans après, il propose une explication Physique des mouvemens planétaires, déduite d'autres principes.

Il dit dans ce Traité, que le mouvement du Soleil sur son axe, doit sa conservation à quelque principe vital inhérent; qu'il y a une certaine vertu ou une image immatérielle du Soleil, répandue avec ses rayons, dans l'espace environnant, & qui faisant sa révolution avec le corps du Soleil sur son axe, s'empare des Planetes, & les emporte avec elle dans la même direction; comme un Aiman agité circulairement près d'une aiguille aimantée, la fait tourner aussi en même-tems. La Planete, suivant lui, par son inertie, s'efforce continuellement de rester à sa place, l'action de l'image du

Soleil, & cette inertie sont dans un combat perpétuel. Il ajoute que cette action du Soleil, diminue comme sa lumière, à mesure que les distances augmentent, & que c'est pour cela que la même Planète se meut avec plus de vitesse, lorsqu'elle est plus près du Soleil, que lorsqu'elle en est à une plus grande distance. Pour expliquer l'approximation de la Planète vers le Soleil, lorsqu'elle descend de l'Aphélie au Périhélie, & son éloignement du Soleil, lorsqu'elle remonte à l'Aphélie, il suppose que le Soleil attire un côté de chaque Planète, & repousse le côté opposé; & que celui qui est attiré est tourné vers le Soleil dans la descente au Périhélie, & le côté opposé, lorsqu'elle remonte à l'Aphélie. Il tâcha d'expliquer toutes les autres variétés des mouvemens celestes par de semblables suppositions.

Maintenant que les Loix du mouvement sont mieux connues que du tems de Kepler, il est aisé de montrer la fausseté de chaque partie de cette explication des révolutions Planétaires. La Planète ne tend pas à s'arrêter à sa place, en conséquence de son inertie, mais afin de persévérer dans son mouvement en ligne droite. Une force attractive la fait descendre de l'Aphélie au Périhélie, dans une courbe concave du côté du Soleil : mais la force répulsive qu'il supposoit commencer au Périhélie, la feroit monter dans une courbe convexe vers le Soleil. Nous aurons occasion de faire voir dans la suite, d'après Mr. le Chevalier Newton, comment une attraction ou une gravitation vers le Soleil, peut seule produire les effets, qui suivant Kepler, exigeoient une force attractive & répulsive; que la vertu qu'il attribuoit à l'image du Soleil, étendue dans les régions Planétaires, n'est d'aucune nécessité, & que quand même on l'admettroit, elle ne sentiroit de rien pour cet effet. Nous voyons maintenant vérifiée sa prophétie, par laquelle il conclut son ouvrage (a); il dit « que

(a) *Hæc & cætera hujusmodi latent in pandectis ævi sequentis, non*

« la découverte de ces choses étoit réservée aux Siècles à venir, lorsqu'il plairoit à l'Auteur de la Nature, de reveler ces mystères. »

6. Dans le même-tems, Galilée fit des découvertes surprenantes dans les Cieux, par le Telescope, instrument inventé alors; & en appliquant la Géométrie à la doctrine du mouvement, il commença à établir la Philosophie naturelle, sur des fondemens solides. Il rendit le système de Copernic plus évident, lorsqu'il fit voir par les Phases de Venus, semblables à celles qui arrivent chaque mois à la Lune, que Venus faisoit sa révolution autour du Soleil. Il prouva le mouvement du Soleil sur son axe par ses taches; & de-là la révolution diurne de la Terre, devint plus croyable. Les quatre Satellites qui accompagnent Jupiter dans sa révolution autour du Soleil, représentoient dans le système particulier de cette Planete, une juste image du grand système Solaire, & faisoient plus aisément concevoir comment la Lune accompagnoit la Terre, comme un Satellite, dans sa révolution annuelle. En découvrant des éminences & des cavités dans la Lune, & des taches dans le Soleil, continuellement variables, il montra qu'il n'y avoit pas une aussi grande différence entre les corps celestes & les sublunaires, que les Philosophes l'avoient vainement imaginé (a).

Il ne rendit pas un moindre service, en traitant d'une manière claire & Géométrique, la doctrine du mouvement, qui a été justement appelée la clef de la Nature.

*antea discenda quam librum hunc
Deus arbiter sæculorum recluserit
mortalibus. Epit. Astron.*

(a) Galilée observa quelque chose de fort extraordinaire autour de Saturne, qu'il crut être deux Satellites presque en contact avec cette Planete; & Descartes s'imagina que ces deux Satellites étoient en

repos dans son tourbillon, parce que (comme il le supposoit) Saturne ne tournoit pas sur son axe; mais Huyghens fit voir que ce Phénomene venoit d'un anneau qui l'environne sans le toucher, & qui l'accompagne dans sa révolution autour du Soleil.

La théorie des Méchaniques avoit été tellement négligée, qu'à peine y avoit-on fait aucun progrès, depuis l'incomparable Archimede, jusqu'à Galilée. Mais ce dernier Auteur nous a donné une théorie complete des mouvemens uniformes, de ceux qui sont uniformement accélérés ou retardés, & de ces deux combinés ensemble. Il démontra le premier, que les espaces parcourus par les corps pèsans depuis le commencement de leur chute, sont comme les quarrés des tems, & qu'un corps jetté dans toute direction, qui ne soit pas perpendiculaire à l'horison, décrit une parabole. Ce sont là les commencemens de la doctrine du mouvement des corps pèsans, qui a été depuis portée si loin par M. Newton.

Il découvrit aussi la gravité de l'air, il tâcha de la comparer avec celle de l'eau, & il fraya le chemin à plusieurs autres recherches dans la Physique. Il fut non seulement estimé & suivi par les Philosophes, mais encore honoré par des personnes de la plus grande distinction de toutes Nations. Descartes, à la vérité (a), après l'avoir loué de ce qu'il a appliqué la Géométrie à la Physique, se plaint qu'il n'a pas examiné les choses suivant l'ordre, mais qu'il n'a recherché que les raisons des effets particuliers; & il ajoute qu'en négligeant les causes premières des choses, il a bâti sans fondement. Il ne prit pas, il est vrai, un vol aussi haut que Descartes, & n'entreprit pas un système si universel; mais ce reproche, ce me semble, doit tourner à la louange de Galilée; au lieu que la censure de Descartes, fait voir qu'il avoit la foiblesse de se glorifier de la plus mauvaise partie de ses ouvrages.

Mais tout le mérite de cet excellent Philosophe & élégant écrivain, ne pût l'empêcher d'être persécuté dans sa vieillesse. Quelques prétendus Philosophes, qui avoient imprudemment combattu ses nouvelles Dé-

(a) Epist. Part II. Epist. 21.

couvertes dans les Cieux, se voyant vaincus & exposés en ridicule, tournerent leur haine & leur ressentiment contre sa personne. Il fut obligé par la fureur des Jésuites, ainsi qu'on nous l'apprend (a), & la foiblesse de son protecteur, de se rendre à Rome, & là de renoncer solennellement à la doctrine du mouvement de la Terre, qu'il avoit prouvée avec autant d'ingénuité que d'évidence (b). Après ce cruel traitement il resta en silence pendant quelque tems, mais non pas oisif; car nous avons de lui plusieurs pieces considérables d'une date postérieure.

7. L'illustre Chancelier Bacon, Lord Verulam, (c) qui étoit contemporain de Galilée & de Kepler, est justement compté parmi les Restaurateurs des sciences, mais plus particulièrement de la Philosophie expérimentale. Dès l'âge de seize ans, il commença à rejeter la Physique vulgaire, & ce qu'on appelloit la Philosophie d'Aristote. Il vit qu'il étoit nécessaire d'introduire une réforme dans la façon de traiter la Philosophie naturelle, & qu'on devoit abandonner toute théorie, qui n'étoit pas fondée sur l'expérience. Il proposa son plan dans son ouvrage intitulé, *Instauratio magna*, avec tant de force dans ses raisonnemens, & un zele si juste, que cet admirable traité doit faire les délices de tous ceux qui ont du goût pour la science solide.

Il considère la Physique, comme une vaste Pyramide, qui doit avoir pour base, l'Histoire Naturelle; l'exposition des puissances & des principes, qui operent dans la Nature, ce qu'il appelle la partie physique pour le se-

(a) *Vir in omni Mathematicum par-
te summus Galileus Galilei Jesuita-
rum in ipsum odio, ac Principis Thuf-
ci sub quo vixit secordi metu, coac-
tus ire Romam, ideo quod Terram
movisset, non verante vestro Horten-
sio, durè habitus, ut majus viraret
malum, quasi ab Ecclesiâ edoc-
tus, sua scita recessit.* Hug. Grotius

in Epist. ad Vossium. Lutet. 17.
Maii. 1635.

(b) Il fut de plus condamné à une année de prison à l'Inquisition, & à réciter tous les jours quelques Pseaumes Pénitenciaux.

(c) Il naquit en 1560, & Galilée en 1564.

cond étage ; pour le troisieme , la partie métaphysique qui traite des causes formelles & finales des choses. Mais quant au sommet de cette Pyramide , ce qui tient le premier rang dans la Nature , *opus quod operatur Deus à principio usque ad finem* , comme il s'exprime , il doute si les hommes pourront jamais parvenir à en avoir une connoissance parfaite. Il compare les Philosophes qui s'efforcent d'élever leurs systêmes par la force des spéculations abstraites , aux Géants de l'antiquité , qui suivant les Poètes , firent leurs efforts pour entasser le Mont *Ossa* sur *Pelion* , & l'*Olympe* sur *Ossa*. Un Artiste , dit ce célèbre Auteur , s'exposeroit à être tourné justement en ridicule , s'il entreprenoit d'élever un vaste obélisque , par la force de ses bras , au lieu d'employer les machines convenables ; ou si après s'être trouvé incapable de cette entreprise , il avoit recours à plusieurs Ouvriers , pour l'aider de la même façon. Parroitroit-il moins ridicule , s'il choisiroit ses hommes , & les examinoit avec soin , afin de n'employer que les plus vigoureux & les plus robustes ? Ou si après avoir reconnu toutes ces précautions inutiles , il s'appliquoit à étudier l'Art Athlétique , & apprenoit à composer quelques onguens pour fortifier leurs membres , ou enfin s'il consultoit de sçavans Médecins , qui par des médicamens appropriés , augmenteroient leur vigueur , & leur donneroient une santé plus robuste ? Notre illustre Auteur ne trouve pas moins ridicules , ceux qui cherchent à pénétrer dans la Nature , par la seule force & la subtilité de leur génie , quoiqu'ils empruntent le secours des hommes les plus pénétrants , & qui possèdent la dialectique & l'art de raisonner dans sa dernière perfection.

Il compare les Philosophes empiriques , qui n'ont pas de vûe plus élevée que celle de faire des collections d'Histoire Naturelle , aux fourmis qui ramassent le grain & le mettent à part , à mesure qu'elles le trou-

vent, (à moins qu'il ne soit vrai, comme on le rapporte, qu'elles ont d'abord soin qu'il ne vienne à germer ;) les Sophistes aux Araignées, qui forment leurs toiles de leurs propres entrailles, pour prendre les insectes imprudens dans leurs vols. Mais l'Abeille qui ramasse la matiere des fleurs de la Campagne, dont elle forme son miel avec un art admirable, est l'emblème du vrai Philosophe, qui ne se rapporte pas entierement à son imagination, & ne se contente pas de faire des collections d'Histoire naturelle ou d'expériences mécaniques, mais de-là il s'élève par de solides raisonnemens à la connoissance de la vérité, objet le plus digne de nos recherches. Il s'ensuivit du peu de cas qu'on fit des expériences, que tandis que la Nature étoit infinie, la Physique ne fit aucun progrès pendant plusieurs Siecles, & que les différentes Sectes erroient dans l'obscurité, sans qu'il parut aucune lueur pour les guider, ou sans trouver aucun sentier pour les conduire dans les labyrinthes de la Nature. Mais le Chancelier Bacon conçût les plus hautes espérances de la réunion de l'expérience & du raisonnement. Alexandre, nous dit-il, & Cesar vinrent à bout de plusieurs exploits, qui sont réellement plus grands, que ceux qu'on raconte du Roi Arthus, ou d'Amadis de Gaule, quoiqu'ils ayent agi par des moyens naturels, sans le secours de la magie ou d'aucun prodige.

Ce fut avec beaucoup de justice, qu'il reprit ceux (a)
 « qui sur une fausse idée d'humilité, ou de modération
 « mal-appliquée, pensent ou soutiennent qu'un homme
 « peut faire des recherches trop profondes, ou trop
 « étudier, dans le Livre de la parole de Dieu, ou dans
 « celui de ses ouvrages. Mais plutôt, ajoute-t'il, que
 « les hommes se reveillent & s'appliquent avec ardeur,
 « à faire des progrès sans fin dans l'un & dans l'autre,
 « & à en retirer tout l'avantage dont ils seront capa-

(a) Bacon, *Advancements of Learning*, Lib. I.

« bles; qu'ils prennent seulement garde, que leur
 « science ne leur soit un sujet d'orgueil & d'ostentation,
 « au lieu de l'appliquer à la charité & à l'utilité publi-
 « que. » Il observe qu'un goût superficiel de la Philo-
 sophie, peut par accident, faire pencher l'esprit à
 l'Athéisme; mais dès qu'on en a une entière connois-
 sance, elle ramene de nouveau à la Religion. A l'en-
 trée de la Philosophie, lorsque les secondes causes les
 plus sensibles aux sens, se présentent à l'esprit, nous
 sommes portés à nous y arrêter, & même si long-tems
 que nous oublions ce qui leur est supérieur dans la Na-
 ture. Mais lorsque nous passons outre & que nous dé-
 couvrons, la dépendance, l'enchaînement, la liaison
 des causes & les ouvrages de la Providence; alors
 suivant l'allégorie des Poètes, nous croyons aisément
 que l'extrémité de la chaîne doit être attachée au pié
 du Trône de Jupiter, ou plutôt nous appercevons
 « que la Philosophie, semblable à la vision de Jacob,
 « nous découvre une échelle, dont le sommet est
 « élevé jusqu'à l'escabeau du Trône de Dieu.»

La Philosophie d'Aristote ne parut pas satisfaisante
 au Chancelier Bacon, non qu'il manqua d'estime pour
 son Auteur, à qui il avoit coutume de donner beau-
 coup de louanges, mais parce qu'elle ne lui sembloit
 propre qu'aux disputes, & incapable de produire un
 bien réel. Aristote, dit-il, a accommodé sa Physique à
 sa Logique, au lieu de donner une Logique qui put
 être d'un usage réel en Physique. Pour suppléer à ce dé-
 faut, il composa son *novum organum*, où son principal
 dessein est de montrer comment on doit faire une
 bonne induction, comme celui d'Aristote étoit d'ap-
 prendre à faire un bon Syllogisme. Si les Philosophes
 avoient suivi ce plan plus exactement depuis le tems
 du Chancelier Bacon, leurs succès eussent été plus
 éclatans, & la Philosophie du Chevalier Newton
 n'eût pas trouvé les sçavans si remplis de préjugés con-

tr'elle, en faveur de quelques systêmes nouvellement inventés, & loués avec tant d'ardeur par les hommes spéculatifs; en sorte que tandis que tous ces Philosophes admiroient la sublime Géométrie, qui brille dans son ouvrage, il y en eut peu, pendant quelque tems, qui parussent disposés à suivre sa Philosophie, ou en état d'en juger avec impartialité.

8. Les exhortations cependant, & l'exemple du Chancelier Bacon eurent un bon effet, & la Philosophie expérimentale a été beaucoup plus cultivée depuis son tems, qu'elle n'avoit été auparavant. La Géométrie & la Philosophie, se perfectionnerent ensemble, & se donnerent un secours mutuel. L'évidence de la Géométrie commença à avoir lieu en Philosophie, lorsqu'on examina tout par nombre, poids & mesure, & les principes de la théorie du mouvement, étant alors pleinement entendus, fournirent d'excellens éclaircissémens sur les parties abstraites de la Géométrie. Galilée eut des écoliers dignes d'un si grand Maître, qui prouverent clairement la gravitation de l'Atmosphère, & qui mesurerent exactement sa pression variable, par la colonne de vif-argent d'un poids égal qu'elle soutient dans le tube du Barometre. L'élasticité de l'air, par laquelle il tend continuellement à se dilater, & résiste à sa compression, à proportion de sa densité, étoit un Phénomene d'une nouvelle espece, (les fluides communs n'ayant pas cette propriété) & de la dernière importance en Philosophie. Ces principes ouvrirent un vaste champ de connoissances nouvelles & utiles, & expliquerent une grande variété de Phénomènes, qui avoient obligé auparavant de recourir à des raisons absurdes. Il sembloit que l'air, le fluide dans lequel les hommes vivent depuis la création, eut été alors découvert pour la première fois. Des Philosophes s'occupèrent en différentes contrées, à faire des recherches sur ses propriétés, & sur ses effets,

& leurs travaux furent récompensés par d'importantes découvertes. Parmi le grand nombre de ceux qui se distinguèrent en cette occasion, nous ne pouvons passer sous silence Torricelli en Italie, Paschal en France, Otto Guericke en Allemagne, & Boyle en Angleterre.

Les connoissances des Philosophes commencerent alors à être considérablement étendues, non-seulement par leurs découvertes sur l'air, mais aussi par leurs recherches sur le puissant élément du feu, & sur ses effets, sur la composition Chymique, la résolution & les changemens des corps. Car, environ ce tems-là, les Chymistes commencerent à parler plus intelligiblement sur leur art, & à l'unir en quelque façon à la Philosophie naturelle, ou à le considérer, du moins, comme ne lui étant pas entièrement étranger. Nous en sommes redevables en partie au respectable Mr. Boyle, dont la Chymie étoit l'étude favorite, & qui réussit à décrire les sujets qu'il traitoit d'une manière aisée & familière.

On doit avouer que personne ne prit tant de peine pour perfectionner la Physique dans toutes ses parties, & en retirer tout le fruit dont elle étoit susceptible, que ce grand homme. On a remarqué qu'il nâquit le même jour que le Chancelier Bacon mourut, comme s'il eut été destiné à continuer son plan. Il n'épargna ni le travail ni la dépense, pour faire des collections d'Histoire naturelle, & des expériences curieuses & utiles de toutes sortes. Comme le plan du Chancelier Bacon renfermoit toute l'étendue de la Nature, ainsi la variété des recherches, suivies par Mr. Boyle avec le plus grand soin, est très-surprenante, & n'a peut-être point de pareille. L'hydrostatique, quoiqu'une partie des plus utiles de la Philosophie mécanique, avoit été très-mal entendue, avant qu'il établit ses principes, & qu'il éclaircit ses paradoxes, par un nombre d'expériences évidentes, d'une manière satisfaisante. La doc-

trine de l'air fournit un ample champ à ses études ; dans toutes ses recherches , il fit voir un génie heureusement disposé pour la Philosophie expérimentale , avec une candeur parfaite ; il examinoit avec patience , & refutoit sans ostentation , les erreurs où les Philosophes s'étoient laissés tomber par leurs préjugés , & les subterfuges artificieux , par lesquels ils s'efforçoient de les soutenir. L'intégrité à toute épreuve , la charité & la piété singulière de cet homme célèbre , firent un grand honneur à la Philosophie , & formerent la principale partie de son caractère. Il considéroit le Monde comme le Temple de Dieu , & (a) l'homme , pour me servir « de ses propres termes , comme le Prêtre né de la « Nature , ordonné , pour célébrer le service Divin , « non-seulement *dans* elle , mais *pour* elle. » Non content d'avoir établi autant qu'il a pû par la vérité d'un Dieu , & l'évidence de la Religion dans le grand nombre de Volumes qu'il a composés sur différents sujets , dans le cours d'une vie laborieuse ; il a pris soin par son Testament , de perpétuer une succession de défenseurs de cette doctrine , qui procureroient le même fruit , non-seulement de ses découvertes , ou de celles des tems passés , mais de celles qu'on feroit dans les Siecles futurs. Dans ce dessein digne de lui , le succès a répondu à ses intentions ; on doit sûrement avouer qu'un tel homme n'étoit pas seulement l'ornement de son Siecle & de son Pays , mais qu'il étoit né pour le bien public de tous les tems & de toutes les Nations. Nous sommes maintenant arrivés à l'heureuse époque de la Philosophie expérimentale , lorsque les hommes ayant trouvé le droit chemin , ont étudié des sciences utiles ; lorsque leurs connoissances de la Nature les comblèrent d'honneur , & que les arts furent tous les jours perfectionnés , lorsque non-seulement des particuliers , mais des sociétés d'hommes réunissant leur zele , leur

(a) Boyle , utilité de la Physique. Part. II. Essai IIT.

génie, & leur industrie, se livrerent à leurs recherches dans la Nature, sans se dévouer à aucune Secte ou aucun système; mais nous sommes obligés de nous priver à présent, du plaisir de les suivre dans leurs découvertes, durant cette florissante période, pour exposer un système des plus illusoires de la Philosophie spéculative, qui cependant prévalut beaucoup alors, & qui en séduisant des hommes ingénieux, corrompit leurs idées, & retarda leurs progrès.

Il semble que quelque fertile que cette période ait été en nouvelles découvertes, la Nature ne se dévoila pas assez pour satisfaire l'impatience de quelques personnes qui ne se contenterent pas des connoissances que le tems & l'industrie leur avoient procurées. C'est pourquoi ils prêterent l'oreille aux vaines promesses de ceux qui prétendoient développer tous ses mystères par la force de leurs spéculations abstraites. Le système de Descartes fut le plus étendu, & suivant plusieurs, le plus ingénieusement formé de tous ceux qui aient jamais été imaginés. L'Auteur étoit un Philosophe hardi; & sans doute d'un génie subtil; il se retira du Monde pendant plusieurs années, afin de s'y livrer entièrement. Il se vantoit beaucoup d'avoir des idées claires; & il passe pour avoir contribué à dissiper l'obscurité de cette sorte de science qui régnoit dans les écoles. Si nous en croyons quelques-uns, il rejetta le vuide par une complaisance pour le goût qui prévaloit alors, contre ses premiers sentimens; & parmi ses amis particuliers, il avoit coutume d'appeller son système, son Roman Philosophique. Il eut cependant un grand succès, & sa doctrine a encore tant de Partisans, qu'il est nécessaire pour notre dessein, d'en donner une courte exposition.

CHAPITRE IV.

Des Principes Philosophiques de Descartes, des changemens qui y ont été faits par ses Sectateurs & des disputes qui regnent actuellement en Physique.

DESCARTES commence ses Principes en faisant voir la nécessité de douter d'abord de tout, afin d'acquiescer des connoissances certaines. Il recommande à ses Lecteurs de considérer les raisons qu'il allègue pour douter de tout, non pas une seule fois, mais d'employer des semaines & même des mois entiers à ces réflexions avant que de passer outre. Il établit premièrement la certitude de notre propre existence & celle de nos idées dont nous sommes assurés par un sens intime; tout ce qu'il dit à ce sujet paroît nous mettre dans l'impossibilité d'en douter un seul moment. De l'idée que nous avons d'un Etre infiniment parfait & existant nécessairement, il conclut qu'un tel Etre existe actuellement. Sur ces Principes il fonde la certitude de plusieurs propositions évidentes par elles-mêmes (a) ou Axiomes, comme de toutes autres vérités nécessaires.

De la connoissance de la cause établie de cette manière, il prétend déduire une connoissance complete de ses effets par une progression nécessaire. Il est clair, dit-il (b),

(a) Suivant lui, Dieu n'a pas voulu que les trois angles d'un triangle fussent égaux à deux droits, parce qu'il sçavoit que cela ne pouvoit être autrement. Mais les trois angles d'un triangle sont nécessaire-

ment égaux à deux droits, parce qu'il l'a voulu ainsi.

(b) Voyez les passages cités ci-dessus de ses Principes dans les notes au §. 4. Chap. I.

que nous suivrons la meilleure méthode en Philosophie ; si de la connoissance que nous avons de Dieu lui-même , nous tâchons de déduire une explication de tous ses ouvrages ; en sorte que nous acquererons ainsi l'espece de Science la plus parfaite , qui est celle des effets par leurs causes. Quant aux causes finales , il les rejette entierement de la Philosophie comme nous l'avons observé ci-devant. Ces passages qui font voir le génie de la Philosophie de cet Auteur & les Principes dont il part , nous mettent déjà en état de porter quelque jugement sur le succès qu'on doit attendre d'un pareil projet.

Il prouve par la véracité de Dieu la réalité des objets matériels, qui nous sont représentés comme existans hors de nous. Il fait consister l'essence de la Matière dans l'étendue ; car elle reste seule , dit-il , lorsque nous rejettons la dureté , la couleur , le poids , la chaleur , le froid & les autres qualités sans lesquelles nous sçavons qu'un corps peut exister. D'où il conclut aisément qu'il n'y a point de vuide ou d'étendue sans Matière. Il ajoute cependant immédiatement après , comme propriétés de la Matière que ses parties sont séparables & mobiles ; quoique cela paroisse beaucoup plus signifier qu'une simple étendue.

Il définit le mouvement , le transport d'un corps de la proximité des corps qui sont en contact avec lui ; & qui sont regardés comme en repos à la proximité d'autres corps ; ainsi il ne fait point de distinction entre les mouvemens absolus ou réels , & les relatifs ou apparens qui conviennent également à cette définition. La raison qu'il donne pour quoi la même quantité de mouvement doit être conservée pour toujours dans l'Univers , sans aucune augmentation ou diminution , paroît fort concise & très-extraordinaire ; ce n'est que parce que Dieu doit être supposé agir de la façon la plus constante & la plus immuable. De la même pro-

priété de Dieu, il conclut qu'un corps doit continuer dans son état quant au repos, au mouvement, à la figure, &c. jusqu'à ce que quelque cause externe produise un changement, ce qui fait sa première Loi de la Nature : que la direction du mouvement est naturellement en ligne droite, ou qu'un corps ne change jamais sa direction de lui-même, c'est sa seconde Loi : & qu'un corps en mouvement, lorsqu'il en rencontre un autre qui se meut avec une plus grande force, est repoussé sans rien perdre de son premier mouvement ; mais lorsqu'il rencontre un corps qui se meut avec moins de force, il l'entraîne avec lui, & perd autant de mouvement qu'il lui en communique ; & c'est là sa troisième Loi de la Nature. Il explique la dureté des corps par le repos où sont leurs parties les unes par rapport aux autres, & la fluidité de ce qu'elles sont continuellement en mouvement en toutes directions. Il conclut la seconde Partie de son Livre en nous disant que ces Principes sont suffisans pour expliquer tous les Phénomènes de la Nature, & qu'on n'en doit admettre ni même souhaiter aucun autre.

Il procède ensuite à faire voir comment l'Univers pourroit avoir pris sa forme présente, & persister continuellement dans son état par des Principes mécaniques. Il suppose que les petites parties de la Matière étoient angulaires, en sorte qu'elles remplissoient l'espace sans laisser aucun interstice entr'elles ; qu'elles ont été dans des agitations continuelles qui ont fait briser les parties angulaires : que par là les parties de la Matière devinrent rondes & formerent ce qu'il appelle la matière de son second Élément. Les parties angulaires étant broyées & réduites en particules les plus subtiles de toutes, devinrent la Matière de son premier Élément, & servirent à remplir tous les pores de l'autre. Mais comme il y avoit une quantité de ce premier Élément plus grande qu'il n'étoit nécessaire pour cela el-

le s'accumula dans le centre des Tourbillons, dont il imagina que l'Univers étoit composé, & elle y forma les corps du Soleil & des Etoiles. Les Cieux furent remplis de la matiere du second Elément, le milieu de la Lumiere. Mais les Planetes & les Cometes furent composées d'un troisieme Elément plus grossier que les deux autres, dont il expose enfin la génération dans tous ses degrés. Suivant lui la matiere du premier Elément doit s'être échappée constamment par les interstices qui se trouvoient entre les parties sphériques du second Elément, où le mouvement circulaire étoit plus grand, & doit être retournée continuellement aux poles de ce mouvement vers le centre du Tourbillon; là ces petites parties étant propres à s'unir, elles produisirent à la fin les parties grossieres du troisieme Elément, & lorsque celles-ci vinrent à s'adhérer en une quantité considérable, elles donnerent naissance aux taches sur les surfaces des Soleils ou des Astres. Quelques-uns étant encroutés de ces taches devinrent des Planetes ou des Cometes; & la force de leur rotation s'affoiblissant, leurs Tourbillons furent absorbés par quelque autre Tourbillon voisin plus puissant. C'est ainsi que le système Solaire fut formé, les Tourbillons des Planetes secondaires ayant été absorbés par le Tourbillon de la principale, & tous ensemble par celui du Soleil. Il prétend que les parties du Tourbillon Solaire augmentent en densité, mais diminuent en vitesse à une certaine distance, au-delà de laquelle il suppose qu'elles sont toutes égales en grandeur, mais augmentent en vitesse à proportion qu'elles sont plus éloignées du Soleil. Dans ces Régions supérieures du Tourbillon, il place les Cometes; dans les inférieures, il range les Planetes: en supposant que celles qui sont plus rares sont plus près du Soleil, afin qu'elles puissent correspondre à la densité du Tourbillon où elles sont emportées.

Il explique la Gravité des corps terrestres par la

force centrifuge de l'Ether qui tourne autour de la Terre ; il imagina qu'il devoit pousser en bas les corps qui n'avoient pas une aussi grande force centrifuge , de la même maniere qu'un corps qui a une gravité spécifique moindre que celle du fluide dans lequel on le plonge , est poussé vers le haut. Il prétendit expliquer les Phénomènes de l'Aiman , & tout ce qui se passe dans la Nature par les mêmes Principes.

2. Il n'y eut peut-être jamais une entreprise plus extravagante que celle de déduire par des conséquences nécessaires toute la structure de l'Univers & une entière explication des Phénomènes de la Nature de quelques idées que nous sommes capables de former d'un Être infiniment parfait. Si ce n'étoit la haute réputation de l'Auteur & de son système , il seroit à peine excusable de faire quelques remarques sur une telle *Rhapsodie*. Quand même on conviendrait de ses Principes & de sa méthode , il resteroit toujours évident que les conséquences sont bien foiblement liées ensemble dans cet enchaînement visionnaire. Nous n'examinerons pas ici l'exactitude de la méthode dont il se sert pour démontrer l'existence & les attributs de Dieu , ni combien son opinion sur la vérité & la fausseté qu'il fait dépendre de la volonté de Dieu , tend à affoiblir toute Science & à confondre ses principes. Tandis qu'il fait consister l'essence complete de la Matière dans l'étendue , il néglige la solidité & l'inertie par lesquelles elle résiste au changement dans son état de mouvement , ou de repos ; ce qui distingue le corps de l'espace. Si on regarde l'étendue comme l'essence de la Matière , c'est une proposition ridicule que de soutenir que tout espace est rempli de Matière , suivant cette définition. Mais la question restera toujours , si tout espace est plein de cette substance solide , mobile & résistante appelée communément corps. Car comme plusieurs parties de l'espace ne paroissent pas faire une résistance sensible au mouvement , tandis que d'autres résistent diver-

sement à proportion de la densité du milieu répandu dans ces parties ; nous apprenons delà qu'il y a un espace vuide de ce qui est communément appelé Matière. Les Comètes qui se meuvent avec une égale liberté en toutes directions d'un mouvement très-rapide , & qui traînent après elle des queues d'un volume prodigieux formées de quelque matière extrêmement rarifiée, font voir que les Cieux ne sont pas remplis de fluides denses qui n'admettent point de vuide. Car il est évident dans la Philosophie expérimentale , que la résistance des fluides augmentent *ceteris paribus* comme leur densité, en sorte que tout mouvement languiroit bientôt dans un fluide qui n'ayant point de pores surpasseroit en densité le Vif-argent ou les corps les plus pesans. Rien n'est plus évident que la force requise pour mouvoir deux corps égaux avec une vitesse donnée , doit être double de celle qui produiroit la même vitesse dans l'un des deux. Lorsque nous composons les plus grands corps de plus petits, ou que nous les résolvons en leurs parties , nous trouvons que la résistance ou l'inertie augmente ou diminue à proportion de la quantité de Matière. C'est pourquoi lorsque la vitesse est donnée, si un corps en mouvement dans un fluide plus dense déplace plus de Matière pour se faire chemin, la résistance qu'il rencontre étant égale au mouvement communiqué aux parties du fluide, il doit trouver une résistance proportionnellement plus grande.

Ce n'est pas seulement des mouvemens libres des Planètes & des Comètes, que nous apprenons l'absurdité de la doctrine d'un Plein universel. Les Phénomènes les plus communs & les plus évidens des mouvemens des corps à la surface ou près de la surface de la Terre suffisent pour la détruire. Car nous trouvons qu'ils n'éprouvent de résistance sensible que de l'air : au lieu qu'un fluide si dense qui rempliroit tout l'espace également, produiroit nécessairement une très-grande résistance.

On objecte (a) qu'en supposant que ce fluide dense qui remplit l'espace pénètre les pores des corps avec la plus grande liberté (de même que la Lumière traverse les corps transparens , & les écoulemens magnetiques & électriques une grande partie des corps) sa résistance seroit incomparablement plus petite qu'en proportion de sa densité ; car alors la résistance ne seroit pas mesurée par la densité du fluide , puisque la plus grande partie pénétreroit les pores du corps en mouvement, librement sans résistance. Quand on admettroit cette supposition , il est néanmoins évident même dans cette hypothèse , que la résistance d'une boule d'Or dans le Plein seroit toujours très-grande. Car ce fluide subtil quelque pénétrant qu'il soit , doit résister aux parties solides de la boule , qui ne peut se mouvoir dans le fluide sans en déplacer les parties , & sans perdre autant de mouvement qu'elle leur en communique ; & cette résistance dépend de la quantité des parties solides de la boule : au lieu que la résistance que la même boule rencontre dans le Vif-argent (que nous supposons n'avoir aucune entrée dans la boule) dépend de la quantité des parties solides dans un égal volume de Vif-argent , qui doivent être déplacées pour donner passage à la boule. Or cette quantité étant moindre que celle des parties solides dans un volume égal d'Or , à proportion que la Gravité spécifique du Vif-argent est moindre que celle de l'Or , il suit que la résistance d'une boule d'Or , qui se meut dans un tel Plein subtil pénétrant , sera plus grande que celle qu'elle éprouveroit dans le Vif-argent. Pour plus grand éclaircissement , la Gravité spécifique de l'Or étant à celle du Vif-argent à-peu-près comme 195 à 140 , supposons qu'une boule d'Or composée de 195 parties solides se meuve dans le Plein avec une vitesse donnée &

(a) Dans une petite piece publiée sur ce sujet , il y a quelques années par un Auteur fort ingénieux.

parcours un très-petit espace ; supposons ensuite qu'une même boule se meut dans le Vif-argent avec la même vitesse & parcours le même espace ; dans le premier cas les parties solides déplacent une certaine quantité du Plein , que je suppose égale à la boule ou de 195 parties ; dans le second cas elles déplacent un égal volume de Vif-argent , c'est-à-dire 140 parties solides. Mais comme ceux qui soutiennent un Plein universel peuvent dire que la boule d'Or qui se meut dans le Vif-argent, éprouve une résistance du fluide subtil qui remplit l'espace aussi bien que du Vif-argent lui-même ; accordons cette hypothèse & supposons même qu'elle rencontre autant de résistance du Plein dans le Vif-argent que lorsqu'elle se meut dans un espace libre de tout fluide grossier ; il paroîtra toujours cependant que la résistance que trouve la boule d'Or dans le plein, doit être pour le moins dans une aussi grande proportion à la résistance qu'elle éprouve dans le Vif-argent , que la densité de l'Or est à la somme des densités de l'Or & du Vif-argent ou comme 195 à 335 , & par conséquent elle seroit huit fois plus grande que sa résistance que trouveroit la boule dans l'Eau. Telle est la moindre résistance que cette boule éprouveroit dans le plein en admettant les suppositions les plus favorables à cette doctrine ; une pareille résistance mettroit bientôt fin aux mouvemens des corps. Mais il est évident que nous avons trop accordé en faveur de leur opinion , lorsque nous supposons que la boule se mouvant dans le Vif-argent rencontroit une résistance égale à la somme des résistances qu'elle éprouveroit du Plein & du Vif-argent séparément. Car suivant cette supposition sa résistance dans le Vif-argent seroit à sa résistance dans l'Eau , comme la somme des densités de l'Or & du Vif-argent à la somme des densités de l'Or & de l'Eau , c'est-à-dire , comme 335 à 205 ou 67 à 41 ; ensorte que la résistance du Vif-argent ne seroit pas double de celle de l'Eau , ni même double de

de celle de l'Air; & rien ne peut-être plus contradictoire à l'expérience.

Il importe peu dans ce raisonnement de quelle rareté on suppose l'Or, le Vif-argent ou les corps les plus pesans; puisque la résistance du Vif-argent est reconnue pour très-grande, & qu'elle n'est point altérée par de telles suppositions, non plus que la proportion de la densité de l'Or à celle du Vif-argent sur laquelle proportion le raisonnement est fondé. Car on trouvera toujours que la résistance d'une boule d'Or dans le Plein (quelque facilité qu'il ait à traverser les pores de la boule, & quelque grands & nombreux que soient ces pores) correspondra à la matiere solide de la boule, qui est en plus grande quantité que la matiere solide d'aucun de nos fluides à volume égal, d'où dépend leur résistance. La supposition que la matiere solide dans le Vif-argent n'occupe que la milliême ou millioniême partie de son volume, n'a d'autre effet qu'en ce qu'il suit delà que l'inertie d'une quantité donnée de matiere solide est augmentée dans la même proportion que la rareté du Vif-argent, dont l'inertie est connue par l'expérience.

La résistance produite par la tenacité ou l'adhésion des parties des fluides peut être diminuée; mais la résistance qui résulte de l'inertie de la matiere reste toujours: si elle pouvoit être détruite, la matiere n'ayant plus de résistance, il n'est pas aisé de concevoir comment elle pourroit avoir aucune activité ou force mécanique pour pousser les corps ou pour produire aucun des effets qu'on attribue à la matiere subtile des Cartésiens. Car l'action & la réaction sont toujours égales, & nous ne connoissons aucune force dans les corps que celle qui vient de leur résistance à changer leur état ou leur inertie. Sans elle il n'y auroit point de force centrifuge, le pouvoir favorit par lequel ces Philosophes s'efforcent d'expliquer les Phénomènes de la Nature.

Ils supposent que les particules de ces fluides subtils se meuvent constamment & également en toutes directions, & à la faveur de cette hypothèse, ils s'imaginent pouvoir les supposer agir sans faire de résistance. Mais ils n'ont jamais rendu cette étrange supposition probable, & même ils ne peuvent montrer qu'elle répondroit à leur dessein. Le mouvement d'un fluide ne favorise le mouvement d'un corps qui y est plongé qu'autant qu'il se fait dans la même direction; & un mouvement intestin des parties du fluide égal en toutes directions, ne peut rendre la résistance moindre que si les parties étoient en repos. Plusieurs Philosophes soutiennent que les particules des fluides communs, l'Eau ou l'Air par exemple, sont constamment dans un mouvement intestin: mais cela n'empêche pas ces fluides de résister à proportion de leur densité. Il y en a quelques-uns qui prétendent qu'il est impossible de concevoir un vuide; cette idée ne leur vient sûrement que de ce qu'ils sont imbus de la doctrine de Descartes, que l'essence d'un corps consiste dans l'étendue; & il seroit contradictoire de supposer l'espace sans étendue. Supposer qu'il y ait des fluides qui pénètrent tous les corps en remplissant l'espace, sans résister ni agir sur ces corps, purement pour éviter d'admettre un vuide, c'est feindre deux sortes de matieres sans aucune nécessité & sans aucun fondement, ou c'est tacitement abandonner la question. Quant aux argumens de M. Leibnitz contre le vuide, nous remettons à en parler lorsque nous considérerons les changemens qui ont été faits à ce système.

La même quantité de mouvement n'est pas toujours conservée comme Descartes l'a témérairement conclu de l'immuitabilité de Dieu. La quantité de mouvement absolu varie continuellement; elle est diminuée dans la composition du mouvement & en plusieurs cas, dans les chocs des corps qui ont une élasticité impar-

faite ; elle est augmentée dans la résolution du mouvement & dans quelques cas des chocs des corps élastiques. Il faut avoir recours à un Principe actif pour expliquer la dureté des corps & le repos des parties ne fust pas pour cela , car il n'empêcheroit pas qu'elles ne fussent séparées les unes des autres par la moindre force. Il y a à peine aucun article dans ce système qui ne soit pareillement sujet à des difficultés insurmontables.

Enfin Descartes vit la nécessité d'avoir recours à l'Observation, quoique malgré lui, & il paroît que ce fut avec beaucoup de peine qu'il l'avoua, après avoir tant vanté ses Principes. Il nous dit qu'il les trouvoit si étendus & si fertiles (a), qu'on en déduisoit beaucoup plus de choses, qu'on n'en connoissoit dans le Monde visible.

D'autres Philosophes se sont plaints qu'il ne pouvoient expliquer que trop peu des mystères de la Nature : Descartes trouve que ses principes sont plus que suffisans pour rendre raison de tous ses Phénomènes, & il semble uniquement craindre d'en expliquer trop. C'est pourquoi il a recours aux Phénomènes, non pas qu'il veuille rien prouver par leur moyen ; car il a soin que nous n'ayons pas une si mauvaise opinion de sa Philosophie, que de penser qu'il l'établisse sur des faits ; mais afin qu'il puisse déterminer son esprit à considérer quelques-uns de ces effets innombrables, qu'il jugeoit pouvoir être produits par les mêmes causes, plutôt qu'à en examiner d'autres.

Il reconnoît pareillement (b), que le même effet

(a) Il cite les effets, comme il dit, *Non quidem ut ipsi tanquam rationibus utamur ad aliquid probandum; cupimus enim rationes effectuum à causis, non autem à contrario causarum ab effectibus deducere; sed tantum ut ex innumeris effectibus, quos ab iisdem causis produci*

posse judicemus, ad unos potius quam alios considerandos mentem nostram determinemus.

(b) *Sed confiteri me etiam oportet potentiam Naturæ esse adeo amplam ut nullum ferè amplius particularem effectum observem, quem statim variis modis ex iis principiis deduct*

peut être déduit de ses principes de plusieurs manières différentes, & que rien ne l'embarassoit plus, que de distinguer celle qui avoit lieu dans la Nature. Dans ces passages, il vante beaucoup ses principes, afin de cacher la foiblesse de son système, avec une affectation qui ne sert qu'à la rendre plus évidente, & qui paroît indigne d'un si grand homme.

3. Descartes en mettant l'essence de la matiere dans l'étendue, donna occasion à d'autres de tirer de cette doctrine de dangereuses conséquences, qu'il auroit indubitablement désavouées, quoiqu'il n'est pas aisé de voir comment il s'en seroit garanti. Comme nous ne sommes pas capables de concevoir que l'espace puisse être anéanti, ou qu'il y ait jamais eu un tems auquel l'espace ou l'étendue n'étoit pas; ainsi si nous accordons que l'étendue seule constitue l'essence de la matiere, nous ne pouvons que lui attribuer l'infinité, l'éternité, & l'existence nécessaire. C'est de cette Maniere que Spinoza raisonne conséquemment aux principes de Descartes, soutenant que la Matiere est non-seulement infinie & nécessaire, mais encore qu'elle est une, & indivisible (a). « Ceux, dit-il, qui rejettent « la possibilité du vuide ne peuvent en disconvenir, « car si la matiere étoit tellement divisée, que ses parties fussent réellement distinctes, pourquoi ne pourroit-on pas en anéantir une partie, les autres restant unies « ensemble comme auparavant? Puisque des choses

posse non agnoscam: nihilque ordinario mihi difficilius videri quam invenire quo ex his modis inde dependet. De Methodo, §. 6.

(a) Nam si substantia corporea ita posset dividi ut ejus partes realiter distinctæ essent, cur ergo una non posset annihilari manentibus reliquis, ut ante, inter se connexis? & cur omnes ita aptari debent ne deur vacuum? Sane rerum quæ realiter ab

invicem distinctæ sunt, una sine alia esse & in suo statu manere potest. Cum igitur vacuum in Natura non deur, sed omnes partes ita concurrere debent ut deur vacuum, sequitur hinc etiam easdem non posse realiter distingui; hoc est substantiam corpoream, quatenus substantia est, non posse dividi. Spinos. Ethic. Part I, Prop. XV, Schol.

« qui sont réellement distinctes les unes des autres, »
 « l'une peut exister & rester dans son état sans l'autre. »
 Ailleurs il nous dit que si une partie de la Matière étoit anéantie, toute l'étendue s'évanouiroit avec elle (a). Cet Auteur paroît avoir été très-versé dans les écrits de Descartes (b), dont il a réduit en forme géométrique les deux premières Parties des Principes. Mr. Leibnitz lui-même, appelle Spinosisme un *Cartésianisme outré*, & il paroît que sa méthode & plusieurs de ses dogmes, étoient dérivés de cette source.

De même que Descartes (c) a conclu de l'idée d'un Etre infiniment parfait, existant nécessairement, qu'un tel Etre devoit exister; ainsi Spinoza de l'idée vraie que nous avons, (c'est-à-dire, une idée claire & distincte, comme il l'explique lui-même) d'une substance, conclut qu'elle doit nécessairement exister, (d) ou pour me servir de ses propres termes que son existence,

(a) *Si una pars materie annihilaretur, simul etiam tota extensio evanesceret.* Epist. IV. ad Henric. Oldenb.

Par ces passages & plusieurs autres il paroît que Spinoza fut malheureusement trompé par la doctrine de Descartes, que l'essence de la matière consiste en l'étendue. Il faut avouer cependant que la plupart des Cartésiens s'efforcèrent de refuter ces terribles conclusions : mais ils auroient abrégé leur ouvrage, & procédé sur de meilleurs fondemens, s'ils eussent entièrement rejeté le Principe. Cependant Spinoza dans sa 73. lettre, prétend prouver que Descartes a tort de définir la matière par l'étendue, & suivant lui elle devoit avoir été expliquée par un attribut qui exprimerait une *essence essentielle & infinie*.

(b) *Quum ille summo sciendi amore arderet, quid in his ingenii vires valerent experiri decrevit. Ad hoc propositum urgendum scripta Philosophica nobilissimi & summi Philosophi Renati Descartes magno ei fuerunt adjumento.* Spinos. Oper. posth. præfat.

(c) Afin de ne rien retrancher de l'original, on a conservé cette comparaison toute outrée qu'elle puisse paroître. C'est au Lecteur à se tenir sur ses gardes.

(d) *Si quis dixerit se 'claram & distinctam, hoc est veram ideam substantiæ habere, & nihilominus dubitare num talis substantia existat, idem hercle esset, ac si diceret se veram habere ideam, & nihilominus dubitare num falsa sit (ut satis attendenti sit manifestum); vel si quis statuat substantiam creati, simul statuat ideam substantiæ substantiam esse veram; quo*

aussi-bien que son essence, sont une vérité éternelle; Comme Descartes prétendoit déduire tous les Phénomènes de l'Univers, de la nature & des propriétés de la première cause; de même Spinoza prétend que toutes nos connoissances viennent des vraies idées; (comme il les appelle toujours) & que ces idées vraies doivent être produites par l'Ame (*a*), de celle qui représente l'Etre le plus parfait, l'origine & la source de toute la Nature. Descartes rejetta de la Philosophie, la considération des causes finales; & Spinoza dit qu'elles ne sont que des fictions humaines (*b*), & il se moque de ceux qui s'imaginent que les yeux sont faits pour voir, & le Soleil pour éclairer. Il fait venir de la même source les notions, que nous avons du bien & du mal, de l'ordre & de la confusion, de la beauté & de la difformité. De même que Descartes représentoit l'Univers, comme une machine qui pouvoit d'abord avoir été produite, & ensuite continuer d'exister éternellement, par des Loix mécaniques seulement, la même quantité de mouvement restant toujours inaltérable dans le Monde: ainsi Spinoza le représentoit comme infini & nécessaire, doué toujours de la même quantité de mouvement, ou (pour me servir de son expression (*c*))

sane nihil absurdius concipi potest adeoque sciendum necessario est, substantiæ existentiam sicut ejus essentiam æternam esse veritatem. Ethic. Part. I. Prop. VIII. Schol. II.

(*a*) *Ut mens nostra omnino referat Naturæ exemplar, debet omnes suas ideas producere ab ea quæ referri originem & fontem totius Naturæ, ut ipsa etiam sit fons cæterarum idearum.* Spinos. De Emendat. intellect.

(*b*) *Ut jam ostendam Naturam nullum sibi finem præfixum habere, & omnes causas finales nihil nisi humana esse signum, non opus est multis &c.* Hoc adhuc addam, nempe hanc

de finis doctrinam Naturam omnino evertere. Append. Prop. XXXVI. Part I. Ethic.

(*c*) *Omnia corpora ab aliis circumcinguntur & ab invicem determinantur ad existendum & operandum, certâ ac determinatâ ratione, servatâ semper in omnibus simul, hoc est in toto Universo, eadem ratione motus ad quietem.* Epist. XV.

Corpus motum vel quiescens ad motum vel quietem determinari debuit ab alio corpore, quod etiam ad motum vel quietem determinatum fuit ab alio & illud iterum ab alio, & sic in infinitum. Ethic. Part. II. Prop. XII. Lem. III.

peu exacte) ayant toujours en lui la même proportion du mouvement au repos, & procédant par une nécessité naturelle & absolue, sans aucun moteur, ou aucun principe de liberté.

Dans tous ces Dogmes, Spinoza a considérablement ajouté de sa propre imagination, à ce qu'il avoit appris de Descartes. Mais la comparaison de leur méthode & de leurs principes, doit nous faire prendre garde au danger qu'il y a de procéder en Philosophie d'une manière si relevée & si présomptueuse; tandis qu'ils prétendirent l'un & l'autre déduire des systèmes complets des idées claires ou vraies, qu'ils s'imaginoient avoir, des essences des choses & des causes nécessaires. Si nous faisons attention aux conséquences de pareils principes, nous nous soumettons volontiers à la Philosophie expérimentale, comme la seule qui soit proportionnée à nos facultés. Il seroit injuste de rejeter sur Descartes les conséquences impies que Spinoza peut avoir tirées de ses principes: mais nous ne pouvons nous empêcher d'observer, à l'honneur de la Philosophie de M. le Chevalier Newton, qu'elle renverse absolument le fondement de la doctrine de Spinoza, en montrant, que non-seulement il peut y avoir, mais qu'il y a actuellement du Vuide, & qu'au lieu d'un Plein nécessaire, infini & indivisible, la matière paroît n'occuper qu'une très-petite partie de l'espace, & avoir ses parties actuellement divisées & séparées les unes des autres.

Il seroit inutile de faire une exposition plus particulière du système de Spinoza, & il n'est pas possible de rapporter entièrement d'une manière intelligible, une doctrine si absurde. Ceux même qui, dans d'autres occasions, ont paru fort approcher du Scepticisme, par rapport aux fondemens de la Religion naturelle, avouent que ce système est le plus monstrueux qui puisse être imaginé, & le moins capable de séduire;

« parce qu'il combat les notions les plus distinctes, qui
 « soient dans l'entendement de l'homme. Les objec-
 « tions naissent en foule contre lui, & il ne peut faire
 « que des réponses qui surpassent en obscurité, la these
 « même qu'il veut soutenir (a). » Il prétend à la vérité,
 procéder suivant la méthode, & le style géométriques;
 mais tandis qu'il établit à sa fantaisie, des définitions de
 la substance & de ses attributs, & qu'il passe de ses défini-
 tions, comme des idées vraies (ainsi qu'il les appelle)
 à l'existence nécessaire de la chose définie, par une
 prétendue conséquence immédiate, qu'il ne veut pas
 qu'on lui conteste, tous ses raisonnemens ne sont que
 de pures pétitions de principe ou des fictions. Il n'y a
 aucun système qui ne puisse être établi par cette maniere
 de procéder. Mais il ne paroît pas possible d'en inventer
 un aussi absurde, lorsqu'il soutient qu'il n'y a qu'une
 substance dans l'Univers, qui a des attributs infinis;
 (particulièrement l'étendue & la pensée infinies) qui
 produit toutes choses en elle-même nécessairement,
 comme ses propres modifications, qui est seule en tou-
 tes choses, la cause & l'effet, l'agent & le patient, en
 tous respects physiques & moraux.

4. La doctrine de Descartes a été souvent altérée &
 soumise à différentes corrections, depuis que son Au-
 teur l'a enseignée; pendant environ un Siecle plusieurs
 Philosophes ingénieux ont fait leurs plus grands efforts
 pour l'appuyer & lui conserver son crédit, reformant
 d'abord une partie, changeant ensuite entierement

(a) Ce sont les paroles de M.
 Bayle à l'article de Spinoza, où il
 expose les absurdités de ce système
 avec beaucoup de clarté, & il soutient
 que le plus foible de ses adversai-
 res étoit en état de le renverser en-
 tierement. Notre dessein en don-
 nant quelques idées de ce système
 n'étoit pas seulement de faire voir
 les conséquences absurdes, auxquelles

les conduit le système de Descartes,
 mais aussi de rappeler la doctrine
 de Spinoza à sa source (en faveur
 de ceux qui pourroient mal-à-pro-
 pos en avoir pris une opinion fa-
 vorable) qui n'est autre que la fa-
 ble Cartésienne, dont presque cha-
 que Article a été rejeté par M. le
 Chevalier Newton & quelques au-
 tres Philosophes,

une autre partie de ce vaste système. Mais le fondement est si foible & tout l'édifice si mal construit, qu'il eût été beaucoup mieux de l'abandonner absolument & d'en laisser subsister les ruines, pour servir de monument à la postérité de la folie des systèmes présomptueux des Philosophes.

M. Leibnitz retint la matiere subtile de Descartes ; avec le Plein universel & les Tourbillons, & il représenta l'Univers comme une Machine dont les mouvemens continueroient toujours suivant les Loix du Mécanisme, dans l'état le plus parfait, par une nécessité absolue & inviolable; quoiqu'il differe en quelques choses de Descartes. Après que la Philosophie du Chevalier Newton fut donnée au Public (en 1687.) M. Leibnitz fit imprimer un Essai sur les mouvemens célestes (*Act. Erudir.* 1689.) où il admet la circulation de l'Ether avec Descartes, & la Gravité avec le Chevalier Newton ; mais il n'a jamais expliqué comment ces deux choses devoient être combinées ensemble, pour produire les révolutions des Planetes, ou comment l'impulsion de cet Ether pouvoit causer la Gravité. Il n'a pas fait voir comment sa circulation harmonique de l'Ether pouvoit être conciliée avec la loi des mouvemens des Planetes dans leurs orbites respectives, qui est très-différente de la loi des mouvemens de la même Planete, à ses diverses distances du Soleil. La vitesse angulaire d'une Planete diminue du Périhélie à l'Aphélie dans la même proportion que sa distance au Soleil augmente, & c'est ce qu'il appelle la circulation harmonique. Si cette Loi avoit lieu de même dans les mouvemens des différentes Planetes comparées ensemble dans le système du Monde, cette hypothese, dans laquelle on les suppose emportées avec un Ether qui circule, paroitroit plus soutenable; mais les vitesses des Planetes, à leurs distances moyennes, diminuent dans la même proportion que les racines quarrées des

nombres, qui expriment ces distances au Soleil. Il n'a pas plus fait voir comment on pouvoit accorder cette circulation de l'Ether avec les mouvemens libres des Cometes en toutes directions, ou avec l'obliquité des plans dans lesquels les Planetes font leurs révolutions à l'équateur du Soleil, & celle de ces plans entr'eux. Enfin il n'a pas donné la maniere de résoudre les autres objections, auxquelles cette hypothese du Plein & des Tourbillons est sujette.

Dans la suite cependant à l'occasion de quelques disputes qui s'éleverent au sujet de son droit à l'invention du calcul des Infiniment petits, ou de la Méthode des Fluxions, il parut s'opposer avec beaucoup de chaleur à la Philosophie de M. le Chevalier Newton, & il se mit à la tête de ses Adversaires. Il est inutile d'insister sur la passion & les préjugés que ses Sectateurs ont fait paroître contre lui, & contre ceux qui avoient pris sa défense. Il vaut mieux oublier toutes ces aigreur, & restreindre une dispute Philosophique aux seules matieres Philosophiques.

Le système de Mr. Leibnitz a eu beaucoup de Profélites, parce que de la sagesse & de la bonté de Dieu, il conclut que l'Univers est un Ouvrage parfait, ou le meilleur qui puisse avoir été produit. Cette doctrine a toujours extrêmement plu à la plupart des Philosophes, qui n'étoient pas assez aveugles pour douter de l'existence d'un souverain Etre bienfaisant; mais l'origine du mal les embarrassoit. C'est la solution de cette difficulté que Socrate chercha, mais envain dans les Ecrits d'Anaxagore. L'Etre suprême, suivant Timée de Locres, étoit Créateur de ce qu'il y a de plus excellent (a). Platon enseigna que le Maître de l'Univers avoit disposé & arrangé les choses pour la perfection & le bonheur du tout, que nos plaintes étoient sans fondement, & ne venoient que des bornes étroites de

(a) δ αμειβοτος τῷ Βελτίοντι.

nos connoissances. (a) Chrysippe étoit d'opinion que ce n'avoit jamais été le but ni la première intention de l'Auteur de la Nature qui est la source de tout bien, de faire l'homme sujet aux maladies; mais que tandis qu'il créoit beaucoup d'excellentes choses, & qu'il formoit son Ouvrage de la manière la plus convenable & la plus utile, il se trouva d'autres choses incommodes, attachées à celles qu'il produisoit, en sorte qu'elles ne furent point faites pour elles-mêmes, mais seulement permises, comme de certaines conséquences nécessaires de ce qui étoit le meilleur. M. Leibnitz a beaucoup écrit pour défendre cette doctrine, & il a tâché de répondre aux objections qui ont été faites contre la perfection de l'Univers.

Mais quoique les spéculations de ce sçavant Auteur, puissent embarrasser un Lecteur circonspect, elles ne peuvent le satisfaire. Il propose deux principes comme le fondement de toutes nos connoissances. Le premier, qu'il est impossible qu'une chose soit & ne soit pas en même-tems; ce qu'il dit être le fondement de la vérité spéculative. L'autre est, qu'il n'y a rien sans *raison suffisante* pourquoi cela est ainsi plutôt qu'autrement; & par ce principe, suivant lui, nous faisons une transition des vérités abstraites à la Philosophie naturelle. De ce principe il conclut, que l'Âme est naturellement déterminée dans son choix ou sa volonté; par l'apparence du plus grand bien, & qu'il est impossible de faire un choix entre des choses parfaitement semblables, qu'il appelle *indiscernables*; d'où il infère que Dieu même ne peut avoir produit deux choses

(a) Existimas Chrysippus non hoc fuisse Naturæ principale consilium ut faceret homines morbis obnoxios, nunquam enim hoc convenisse Naturæ Auctori, parentique rerum omnium bonarum; sed quoniam multa atque magna egeret, parceretque aprissima & uti-

lissima, alia quoque simul agnata sunt incommoda his ipsis quæ faciebant coherentia; eaque non per Naturam, sed per sequelas quasdam necessarias, facta dicit, quod ipse appellat *κατὰ παραχρῆσιν* Aul. Gell. Lib. VI, Cap. I.

parfaitement semblables. Par cette raison jointe à quelques autres reflexions Métaphysiques, il rejette le Vuide, dont les parties devoient être entierement semblables les unes aux autres. Il rejette aussi, pour la même raison, les Atomes & toutes les particules similaires de Matière; à chacune desquelles, quoique divisibles à l'infini, il attribue une Monade, ou une sorte de Principe actif, dans lequel, dit-il, il y a comme une perception & des volitions. Il fait consister l'essence de la substance dans l'action ou l'activité, ou plutôt, comme il s'exprime, en quelque chose qui est entre l'action & la faculté d'agir. Il soutient que le repos absolu est impossible, & que le mouvement ou une sorte de tendance est essentiel à toutes les substances matérielles. Il décrit chaque Monade comme représentant tout l'Univers de son point de vûe. Et enfin, dans une de ses lettres il nous dit, que la Matière n'est pas une substance, mais un *substantiatum* ou un *Phénomene bien fondé*.

Tels sont les Dogmes & les expressions d'un Philosophe, qui se flattoit d'avoir des idées claires & complètes & se mocquoit de la Métaphysique des Anglois, comme bornée & fondée sur des notions incomplètes. On place ordinairement la regle de vérité (*criterium veritatis*) dans les perceptions claires & évidentes; mais quelques Philosophes semblent estimer les dogmes à proportion qu'ils sont obscurs. Qui est-ce qui s'imagineroit que dans la Philosophie naturelle, on dût préférer de tels argumens aux faits les plus clairs & aux expériences évidentes, pour déterminer la question sur le Vuide? Que tout homme réfléchisse sur ses propres pensées, de qui seules peuvent venir toutes les notions que nous avons de la liberté & par conséquent de la liberté divine; & s'il est convaincu qu'il choisiroit entre deux choses désirables qui paroîtroient également bonnes, plutôt que de se priver de l'une

& de l'autre, de tels raisonnemens ne peuvent avoir de force sur lui. Sa difficulté est toujours la même contre les parties de la Matière, après toutes les peines qu'il s'est donnée pour les distinguer par ses Monades; car comment distinguerons-nous les Monades elles-mêmes? Ou si on pouvoit y réussir, comment distingueroit-on la même Monade d'elle-même, dans tous les momens de son existence? Si deux choses parfaitement semblables l'une à l'autre, peuvent exister en différens tems, elles peuvent sûrement exister en différens lieux en même-tems. Ce sçavant Auteur parut très-oppoé aux opinions, qu'il imaginoit avoir une tendance à rétablir les dogmes rejetés de la Philosophie Scholastique; cependant ces Monades, telles qu'il les a exposées, paroissent aussi incompréhensibles que leurs formes substantielles, l'*Entelechie*, ou les qualités les plus occultes.

Il fait grand usage de la comparaison entre les effets que produisent sur l'Ame des motifs oppoés, & ceux des poids placés dans les bassins d'une Balance, ou des puissances qui agissent sur le même corps dans des directions contraires. Son sçavant Antagoniste nie qu'il y ait aucun rapport entre une Balance mise en mouvement par des poids, & l'Ame qui agit dirigée par de certains motifs, parce que l'une est entièrement passive, & que l'autre n'est pas seulement passive, mais qu'elle agit aussi. Il avoue que l'Ame est purement passive, en recevant l'impression du motif, ce qui n'est qu'une perception & ne doit pas être confondu avec le pouvoir d'agir en conséquence de cette perception. La différence entre un homme & une machine, ne consiste pas seulement dans la sensation & l'intelligence; mais aussi dans ce pouvoir d'agir. La Balance privée de cette puissance, ne peut se mouvoir absolument, lorsque les poids sont égaux: mais un libre agent, dit-il, lorsqu'il trouve deux façons d'agir raisonnables parfaites,

ement semblables, a toujours en lui-même la faculté de choisir; & il peut avoir de très-fortes raisons, pour ne pas rester dans l'inaction. Il est évident que comme je tiens d'un sentiment intérieur, tout ce que je sçais sur la liberté, je ne puis admettre aucune proposition contraire à ce qui m'est suggéré par ce sens intime, & il seroit peut-être mieux de traiter cette matiere abstraite dans le goût de la Philosophie expérimentale, au lieu de remplir un millier de pages de discussions Métaphysiques à ce sujet. Mais la doctrine de la liberté est si étrangere aux questions, concernant le Vuide & les Atomes, qu'il doit paroître bien singulier qu'on ait prétendu les décider par des reflexions Métaphysiques si mal fondées, & qu'on ait osé refuser à Dieu le pouvoir de produire par un seul acte de sa volonté, toute la Matiere de l'Univers tout à la fois, quand même elle seroit par-là supposée parfaitement similaire & uniforme.

5. Du même principe, Mr. Leibnitz conclut que le système du Monde est une machine absolument parfaite, qui ne peut jamais être dérangée, ou avoir besoin d'être rétablie; & que s'imaginer que Dieu le gouverne, c'est diminuer la science de l'Auteur, & la perfection de son ouvrage.

Mais il va plus loin, que n'exigent ses propres principes. Car quand on accorderoit que rien n'est déterminé sans une raison suffisante; cependant il peut se faire qu'il soit mieux que l'Auteur du Monde agisse immédiatement sur lui, conservant & gouvernant son Ouvrage, & quelquefois le changeant ou le renouvelant. La beauté & la perfection de l'Univers pourroient-elles être altérées par l'action immédiate de cet Etre suprême, qui agit toujours avec une parfaite sagesse? Il étoit à propos qu'il y eut en général une régularité & une constance dans le cours de la Nature; non-seulement par rapport à sa plus grande beauté,

mais aussi en faveur des agens doués d'intelligence, qui sans cela eussent été dans l'impossibilité de rien prévoir, ou de choisir, de juger avec sagesse des choses par leurs conséquences, & d'exercer leurs autres facultés. Mais quoique le cours de la Nature dût être régulier, il n'étoit pas nécessaire qu'il ne fût gouverné que par des principes qui résultent des différens mouvemens & des modifications diverses d'une matière inactive, par des Loix mécaniques; l'Univers eut été fort inférieur, à ce qu'il est en beauté & en perfection, si sa formation n'étoit due qu'à de tels principes.

M. le Chevalier Newton pensoit que la structure de l'Univers ne pouvoit toujours continuer dans le même état, mais qu'elle exigeoit à la suite du tems d'être rétablie par la même main qui l'avoit formée; cependant cette Philosophie fut condamnée par M. Leibnitz, comme conduisant à l'impicité; & ce qu'il y a de plus surprenant, c'est qu'il rapporta ce sentiment particulier, comme une preuve manifeste de ce qu'il avance. Il objecta que de même qu'un bon Artiste fait son ouvrage aussi parfait qu'il lui est possible, ainsi ce seroit un manque de puissance ou de science dans l'Auteur du Monde, si le sien avoit besoin d'être reformé & comme remonté de nouveau. Mais le Chevalier Newton pensoit qu'il étoit compatible, & même plus conforme avec la notion d'un Etre souverainement parfait, de supposer qu'il formeroit son Ouvrage dépendant de lui-même, en sorte qu'après un tems convenable il le renouvellât suivant sa sagesse infinie. Exclure de l'Univers, l'action & le gouvernement de la Divinité, c'est en exclure ce qu'il y a de plus parfait & de meilleur, dont l'absence ne peut être supplée par aucun Mécanisme. M. Leibnitz n'eût pas avancé une telle doctrine sur la perfection de l'Univers, s'il n'eût été séduit par un attachement excessif à la Nécéssité & au Mécanisme.

Le fondement de cette Philosophie qui représente l'Univers comme une machine parfaite qui peut toujours persévérer dans son état présent, est que la même quantité de vigueur & de force persiste continuellement & passe d'une portion de la Matière à l'autre, sans que le tout souffre aucun changement. Descartes soutenoit que la quantité de mouvement étoit toujours la même dans l'Univers. Spinoza prétendoit qu'il y avoit toujours la même proportion du mouvement au repos. M. Leibnitz fit une distinction entre la quantité de mouvement & la force des corps; il avoue que la première varie, mais il soutient que la quantité de force est toujours la même dans l'Univers : il n'y a cependant aucune doctrine plus opposée à l'expérience & aux observations les plus communes, quand même on mesureroit les forces des corps par les quarrés des vitesses, comme il le prétend. Si tous les corps dans le Monde avoit une élasticité parfaite, on pourroit avoir quelque raison de soutenir ce principe. Mais on n'en a jusqu'à présent découvert aucun dont l'élasticité fut parfaite; & lorsque deux corps se rencontrent avec des mouvemens égaux, ils rejaillissent avec de moindres mouvemens, & il y a toujours quelque force perdue par le choc : si les corps sont mous, ils s'arrêtent tous deux à cause de l'impénétrabilité de leurs parties; ou pour parler dans le style favori de cet Auteur, parce qu'il n'y a pas de raison suffisante pourquoi l'un d'eux prévaudroit plutôt que l'autre. Dans ce cas tout leur mouvement est perdu; & le mouvement de l'un étant détruit par le mouvement opposé de l'autre, c'est sans fondement & simplement pour sauver une hypothèse qu'on imagine un fluide qui reçoit & retient les forces de ces corps. Lorsqu'on prend la liberté d'appuyer une fiction par une autre, celle-ci par une troisième & ainsi de suite, il n'y a aucun système qu'on ne puisse soutenir. Suivant nos premières idées de la Matière &

du

du Mouvement, il paroît par les expériences les plus évidentes que la Matière est une substance inactive sans élasticité. Cependant ces Philosophes attribuent une élasticité parfaite à toute leur matière subtile ; & ils proposent des loix du mouvement comme générales, qui ne peuvent avoir lieu que pour des corps dont aucun n'a été découvert jusqu'ici dans la Nature. Ils n'ont jamais pû expliquer comment cette élasticité parfaite est un effet des Loix du mécanisme ; cependant suivant eux le Monde est un mouvement mécanique perpétuel.

Le génie de cette sorte de Philosophie ne paroît nulle part aussi évidemment que par les artifices qu'on a mis en usage pour se tirer des objections insurmontables qui ont été faites contre les Tourbillons. Afin d'éloigner un peu plus la difficulté & envelopper la question dans l'obscurité, on a introduit de nouveaux Tourbillons dans chaque partie de Matière infiniment petite. Delà s'ils en ont besoin, ils descendront à un autre ordre infiniment plus petit & ainsi de suite. Car ils prétendent positivement tirer le même avantage en Philosophie (a) des ordres infinis d'infiniment petits, que quelques Géomètres de ces derniers tems dans la résolution de leurs problèmes. Ainsi (comme nous l'avons remarqué ailleurs (b)) une Philosophie absurde est la production naturelle d'une Géométrie défectueuse. Car quoiqu'il suive des notions que nous avons de la grandeur qu'elle consiste toujours de parties, & qu'elle est divisible sans fin ; cependant une division actuelle à l'infini est absurde & une quantité infiniment petite (au jugement même de M. Leibnitz (c)) est une pure fiction. Les Philosophes peuvent s'accorder à imaginer des ordres infinis de parties infiniment petites de Matière

(a) Mémoires de l'Académie Royale de Sciences, 1729.

(b) Traité des Fluxions, intro:

roduction. P. 47. en Anglois.

(c) Essai de Théodicée. §. 70.

& se laisser transporter par cette idée, mais ces illusions ne sont pas appuyées sur une solide Géometrie ni même conformes au sens commun. Après tout ce qui a été dit pour les Tourbillons, il n'y a aucune expérience qui les favorise, tandis que quelques-unes des plus communes & des plus simples sont directement contraires à l'existence de ces fluides & de leurs mouvemens.

Nous avons un autre exemple de l'Art avec lequel ils soutiennent leurs systèmes dans la prétendue démonstration qu'ils donnent contre la possibilité des Atômes ou d'aucuns corps parfaitement durs & inflexibles. Suivant ce qu'ils appellent la Loi de *continuité*, tous les changemens dans la Nature sont produits par des degrés insensibles & infiniment petits : en sorte qu'un corps ne peut dans aucun cas passer du mouvement au repos ou du repos au mouvement, sans passer par tous les degrés possibles de mouvement intermédiaires ; d'où ils concluent que les Atômes ou tous corps parfaitement durs sont impossibles : parce que si deux de ces corps se rencontroient avec des mouvemens égaux en directions contraires, ils s'arrêteroient nécessairement tout-à-coup, & violeroient la loi de continuité (a). Mais sur quels fondemens ont-ils fait cette loi universelle de la Nature ? Quoique dans les corps communs (composés de parties, dont l'union n'est pas intime, qui elles-mêmes sont formées d'autres parties d'un ordre inférieur & ainsi de suite ; en sorte que nous ne pouvons parvenir jusqu'aux élémens ou Atômes qu'après un nombre de résolutions qu'il nous est impossible de déterminer) les parties cèdent dans leurs chocs, nous ne pouvons affirmer cela des Atômes ou des derniers Elémens eux-mêmes. Cette compression est une conséquence de la texture des corps qui ont toujours beaucoup plus d'interstices vuides que de matiere solide,

(a) Discours sur le mouvement, Paris 1726.

& qui sont composés de parties qu'on doit regarder comme adhérentes les unes aux autres avec une force incomparablement plus petite que celle avec laquelle la matiere des parties élémentaires elles-mêmes est réunie (a). La vérité est qu'ils ont trouvé nécessaire de rejeter les corps d'une dureté parfaite ; parce qu'il étoit impossible d'expliquer les effets de leurs chocs d'une maniere compatible avec la conservation de la même quantité de force dans l'Univers, ou avec leur nouvelle doctrine, que les forces des corps sont comme les quarrés des vitesses : & c'est pour cela qu'ils ont recours à cette nouvelle loi de *continuité* pour se tirer d'embaras. Si un corps en frappoit un autre de la même espece égal & en repos, la vitesse du premier seroit également divisée entr'eux par le choc ; mais si nous mesurons la force par le quarré de la vitesse, chacun d'eux n'auroit que la quatrième partie de la force du premier corps, & tous deux ensemble n'en auroit que la moitié ; en sorte que l'autre moitié seroit nécessairement perdue sans avoir produit aucun effet. Pour éluder les objections de cette espece, quelques Partisans de la nouvelle doctrine sur la mesure de la force des corps se contentent d'observer qu'on n'a point trouvé de corps d'une dureté parfaite dans la Nature ; quoiqu'il y ait la même objection contre ceux d'une parfaite élasticité dont on traite en Physique. Mais d'autres rejettent hardiment de tels corps comme impossibles fondés sur ces considérations Métaphysiques singulieres, dont nous avons parlé ci-de-

(a) L'Auteur du discours sur le Mouvement cité ci-dessus, nous dit que si la Nature pouvoit passer d'un état de mouvement à celui de repos tout-à-coup sans passer par les degrés de mouvement intermediaires alors un état seroit détruit avant que la Nature put connoître à quel autre elle doit se déterminer ; & il demande comment elle pourroit

se déterminer à un état plutôt qu'à un autre ? Pour répondre à cela il suffit seulement de remarquer que cesser de se mouvoir est la même chose qu'être en repos, il n'y a point d'intervalle entre l'état de mouvement & celui de repos, & le mouvement étant détruit le repos s'en suit nécessairement.

vant. On verra dans la suite combien on a tâché d'obscure la Théorie du Mouvement dans ce qu'il y a même de plus évident par zèle pour cette opinion.

Le pouvoir du Méchanisme n'a jamais été plus exalté que par la fameuse Doctrine de M. Leibnitz de l'*Harmonie préétablie*, ainsi qu'il l'appelle. Suivant Descartes les Animaux étoient de pures machines, & cette opinion ne parut pas vrai-semblable à la plus grande partie des Philosophes. Mais cela n'est rien en comparaison de ce que M. Leibnitz voudroit nous faire croire, lorsqu'il nous dit que l'ame n'agit pas sur le corps ni le corps sur l'ame, que l'un & l'autre procèdent par des loix nécessaires, l'ame dans ses perceptions & ses volitions, & le corps dans ses mouvemens sans que l'un soit du tout affecté par l'autre; mais qu'on doit les considérer comme deux machines séparées & indépendantes. Les volitions de l'ame sont suivies à l'instant des mouvemens désirés du corps, non en conséquence de ces volitions qui n'y ont aucune influence, mais à cause du merveilleux mécanisme du corps. Les impressions produites sur les sens n'ont point d'effet sur l'ame, mais l'idée correspondante est excitée précisément dans ce tems, en conséquence d'un enchaînement de causes de différentes sortes. Ainsi tout ce que les hommes disent ou font n'est suivant lui que l'effet d'un Méchanisme admirable. Mais il est tems que nous laissions ces fictions, de peur de donner occasion au Lecteur de penser que toute Philosophie n'est qu'illusion.



CHAPITRE V.

Conclusion des Observations précédentes.

1. **L** résultat de tout ce que nous avons observé, quoique ces sçavans hommes aient fait voir dans leurs Ecrits une merveilleuse fécondité de génie; cependant ils ont commencé de même que tous les autres qui ont suivi une pareille méthode par une extrémité trop au-dessus de leur portée, en voulant exposer l'enchaînement des causes, & ils ont entrepris de former un système de Philosophie qui surpassât de beaucoup les facultés de l'esprit humain. L'essence & les premières causes des choses qu'ils croyoient posséder sont infiniment au delà de leur sphere; tandis que les observations certaines & les faits évidens paroissent perpétuellement en contradiction avec leurs spéculations tant vantées..

Nous devons tâcher de nous élever des effets aux causes immédiates jusqu'à la cause suprême. Nous devons chercher à connoître Dieu par ses ouvrages, & non pas prétendre décrire sa conduite dans la Nature par des idées aussi imparfaites que celles que nous sommes capables de former de ce grand Etre enveloppé de mystères. Ainsi la Physique peut devenir une base solide à la Religion naturelle; mais il est absolument ridicule de déduire cette Science d'aucune hypothèse; quoiqu'inventée pour nous faire imaginer que nous sommes en possession d'un système de Méthaphysique plus complet, ou formée peut-être dans la vue de répondre plus aisément à quelques difficultés de la Théologie naturelle. Nous devons, à la fin, rester convaincus que dans la Physique la vérité ne doit être découverte.

que par l'Expérience & l'Observation avec le secours de la Géométrie , & qu'il est nécessaire de procéder d'abord par la méthode d'analyse avant de présumer de construire un système synthétiquement.

Nous pouvons aussi apprendre enfin par le mauvais succès de tant d'entreprises inutiles à être moins avides de systèmes de Physique parfaits & finis , à nous arrêter lorsque nous ne nous trouvons pas en état d'aller plus avant , & à laisser à la postérité l'avantage de faire de plus grands progrès à mesure que le tems & l'expérience leur en donneront le pouvoir. Car nous ne devons pas douter que la Nature ne reserve un grand nombre de Découvertes pour les siècles futurs qui peuvent être retardées par nos anticipations téméraires & mal fondées. En procédant ainsi avec précaution , chaque siècle ajoutera au trésor de nos connoissances , les mystères qui ont été jusqu'ici cachés dans la Nature pourront être dévoilés peu-à-peu , les Arts fleuriront & augmenteront , le Genre humain se perfectionnera & paraîtra plus digne de sa situation dans l'Univers , à proportion qu'il approchera plus d'une parfaite connoissance de la Nature.

2. Ce fut ainsi que les parties spéculatives des Mathématiques s'éleverent peu-à-peu , par les travaux réunis des grands hommes dans des siècles bien éloignés les uns des autres. Les Egyptiens s'adonnerent les premiers à cette Science , elle fit du progrès chez les Grecs , les Arabes la conservèrent lorsqu'elle fut abandonnée en Europe , & elle persista dans une haute estime parmi eux tant que fleurit leur Empire , enfin depuis le dernier rétablissement mémorable des lettres en Europe , ses grands progrès ont fait la gloire des Sçavans modernes.

L'inondation du Nil mit les Egyptiens dans la nécessité d'inventer quelque Art par lequel ils pussent mesurer leurs terres , & c'est delà que nous apprenons que

la Géometrie tire son origine & son nom. Les Prêtres de cette Contrée qui ne manquoient ni de génie ni de loisir, la perfectionnerent & en firent une Science, & même leurs Rois écrivirent des Traités sur ce sujet. Thales en porta les Principes dans la Grece où elle fut cultivée avec tant de soin que la partie élémentaire devint bientôt complete, & elle y fut dans une si haute estime qu'elle reçut le nom de Mathématiques, c'est-à-dire de Science par excellence (a). Un Oracle ordonnant que l'Autel cubique d'Apollon fut doublé, procura sûrement un plus grand avantage à la Géométrie qu'aux Athéniens alors affligés de la Peste, car il donna occasion à Platon d'examiner le fameux Problème de la duplication du Cube, & il fit naître la Géométrie des Solides. L'incomparable Archimede perfectionna cette Science dans la suite, il trouva la quadrature de l'aire de la Parabole, fit quelque progrès dans la mesure du Cercle, & enrichit la Géométrie de plusieurs Découvertes dignes d'un si grand génie.

Il paroît qu'elle n'avança que par degrés & quelquefois fort lentement : l'un découvrit que les trois angles d'un triangle équilatéral étoient égaux à deux droits ; un autre alla plus loin & fit voir la même chose de ceux qui ont deux côtés égaux, qu'on appelle triangles isocèles, & ce fut un troisième qui trouva que le Théorème étoit général, & s'étendoit à toutes sortes de triangles (b). De la même manière lorsque cette Science fut poussée plus loin & qu'ils vinrent à traiter des Sections coniques, le plan de la Section étoit toujours supposé perpendiculaire au côté du Cone; la Parabole étoit la seule Section qui fut considérée dans le Cone à angle droit, l'Ellipse dans le Cone à angle aigu & l'Hyperbole dans celui qui étoit à angle obtus.

(a) Μαθηματα, les Sciences, de μαθηάω j'apprens.

(b) Procli. Comment. In Euclidem.

Les figures des Sections conserverent les noms tirés de ces trois sortes de Cones pendant un tems considérable, jusqu'à ce qu'Appollonius fit voir qu'on trouvoit toutes ces sections dans un seul Cone, & par cette Découverte il mérita alors le surnom de grand Géometre.

C'est par de tels degrés que cette Science s'éleva à la suite du tems à cette sublimité qui fait notre admiration. Les Problèmes qui dans un siècle paroissoient d'une difficulté insurmontable, ont été résolus dans un autre, & dans un troisieme ils furent en quelque maniere méprisés comme trop simples & trop aisés : on trouva des Théoremes particuliers qui conduisirent à des Découvertes plus étendues; on suivit des méthodes laborieuses jusqu'à ce qu'on en eut trouvé d'autres plus simples & plus générales; mais on prit toujours le plus grand soin que la certitude & l'évidence fussent constamment le caractère de cette Science dans tous ses progrès. Il y eut à la vérité un long intervalle de plusieurs siècles entre le tems où elle fleurissoit en Grece & celui de son renouvellement en Europe; mais les Anciens l'ayant établie sur les fondemens les plus solides, & cultivée avec la plus grande exactitude, lorsque les Sciences reprirent leur ancien lustre, leurs ouvrages servirent de base aussi bien que de modeles aux Sçavans modernes. Ainsi le progrès du Genre humain dans cette Science paroît avoir de la similitude à quelques égards avec l'avancement d'un homme en force & en connoissance. Ils firent d'abord quelques essais d'une force foible & sans expérience, mais peu-à-peu elle s'accrût de plus en plus jusqu'à ce qu'enfin, après les heureux travaux de plusieurs siècles, rien ne parut trop élevé pour eux.

3. Parce que nous avons observé sur l'Histoire de la Philosophie naturelle, on peut aisément comprendre pourquoi ses progrès ont été si différens; & d'où vient
que

que nous y avons si rarement trouvé cette agréable gradation, depuis les premiers élémens jusqu'au plus haut période, que nous avons observée en Géométrie. Au lieu d'étudier la Nature, les hommes se sont appliqués à contempler leurs propres pensées; au lieu de décrire ses opérations, ils n'ont donné que le jeu de leurs imaginations, où ils auroient dû hésiter ils ont décidé, & ils se sont arrêtés où il n'y avoit pas de difficultés. Ils ont divisé ce qui étoit simple, & expliqué ce qui étoit clair; mais dans les choses plus embarrassées, ils ont mis les subterfuges de l'Art en opposition avec la Nature, & une science captieuse avec la raison commune; tandis qu'ils imaginoient une maxime mal fondée, pour en soutenir une autre, & qu'une fiction étoit suivie d'une autre fiction pour lui servir d'appui. On inventa des hypothèses, non pour réduire les faits & les observations à des règles & à un certain ordre, en quoi elles peuvent être de quelque utilité, mais comme des principes de science. Elles avoient une si grande autorité, qu'elles ne pouvoient être détruites, ni par les conséquences extravagantes qui en résultoient, ni par les observations contradictoires; mais l'Auteur charmé de sa rhapsodie, procédoit, sans faire attention à ces difficultés, à la conclusion de la fable qu'il avoit imaginée.

Ainsi une Secte ne pouvoit que détruire, pour la plus grande partie, les travaux d'une autre. Dans un tems les nombres & l'harmonie des Pythagoriciens servirent à expliquer ce qu'il y avoit de plus mystérieux dans la Nature; les idées de Platon, la matiere & la forme d'Aristote, prévalurent à leur tour; mais elles ne servoient qu'à voiler l'ignorance des hommes. Epicure employa sa Philosophie, à détruire ce que les sens & la raison nous apprennent de plus certain & de plus évident; cependant il n'a pas manqué de Disciples, pour soutenir & embelir un système si absurde. Les Sceptiques

romberent dans l'autre extrémité, & devinrent si attachés à l'obscurité, qu'ils ne vouloient pas voir la lumière même la plus claire; & quelques-uns d'eux aimèrent mieux douter s'ils doutoient, que d'avouer aucune vérité; ils eurent cependant les uns & les autres un grand nombre de Sectateurs. Dans la suite la Philosophie ne fut estimée, qu'autant qu'elle servit par des explications fausses & obscures, à étendre la superstition. De nos jours, les prétendues idées claires de Descartes, & les spéculations Métaphysiques de M. Leibnitz ont eu un grand nombre d'admirateurs qui les ont reçues pour la vraie Philosophie, sans parler des extravagances de Spinoza, & de mille autres imaginations singulieres, qui ne méritent aucune attention.

Nous avons vû dans l'Histoire précédente de l'état de la Philosophie, que ceux qui s'attachèrent à inventer des systêmes, & à les rendre universels, ont quelquefois procédé d'une maniere qui paroissoit plausible; mais qu'en avançant dans leurs systêmes, ils ont donné lieu à des conséquences, qui ne pouvoient manquer de dégoûter tous ceux qui ne s'étoient pas laissés entièrement séduire par ces trompeuses imaginations. Quelques-uns par leur obstination à tout expliquer par le Méchanisme, ont été conduits jusqu'à tout exclure de l'Univers hors la Matière & le Mouvement; d'autres d'une disposition contraire, n'admettent que des perceptions, & les choses perçûes; & il y en a qui ont poussé cette façon de raisonner, jusqu'à n'admettre que leurs propres perceptions. D'autres, en méprisant les causes immédiates & remontant d'abord à l'influence de la premiere cause, altèrent la beauté de la Nature & mettent fin à nos recherches dans la plus sublime partie de la Philosophie. Celui qui a poussé un systême le plus loin, a rendu cet important service, que tandis qu'il s'imaginoit vainement le rendre parfait & universel, il en a découvert la fausseté & l'a réduit à une ab-

turdité. Le système de Descartes auroit eu plus de Partisans, si les impiétés de Spinoza ne les eussent retenus. M. Leibnitz se seroit attiré beaucoup de Sectateurs de son système, de la Nécessité absolue, s'ils n'eussent été rebutés par ses Monades & son Harmonie *préétablie*. Et quelques-uns consentant à rejeter la réalité de la Matière, ne purent se résoudre à rejeter celle de l'Ame.

La variété des opinions & des disputes perpétuelles parmi les Philosophes, a fait penser à beaucoup de personnes dans ces derniers tems, comme dans les plus reculés, que c'étoit en vain qu'on cherchoit à acquérir de la certitude dans la Physique, & qu'on devoit attribuer cette difficulté à quelques défauts inévitables dans les principes de cette Science. Mais il a paru suffisamment, par les découvertes de ceux qui ont consulté la Nature, & non pas leurs propres imaginations, & particulièrement parce que nous apprenons de M. le Chevalier Newton, que la faute retombe sur les Philosophes eux-mêmes, & non pas sur la Philosophie. On ne peut trop recommander à tous ceux qui voudront y faire du progrès de ne jamais perdre de vue cette excellente maxime (a) : tout ce qui ne se déduit pas des Phénomènes n'est qu'une Hypothèse; & les Hypothèses soit Métaphysiques, Physiques, Mécaniques ou de qualités occultes, n'ont pas lieu dans la Philosophie expérimentale. Dans cette Philosophie on déduit les propositions des Phénomènes & on les rend générales par des inductions. C'est ainsi qu'on a découvert l'impenétrabilité, la mobilité & la force des corps, les loix du Mouvement & de la Gravité. On

(a) *Quidquid enim ex Phenomenis non deducitur Hypothesis vocanda est: & Hypotheses seu Metaphysicae, seu Physicae, seu Mechanicae, seu qualitatium occultarum, in Philosophia experimentalis locum non habent. In hac Philosophia propositiones de-*

ducuntur ex Phenomenis, & redduntur generales per inductionem. Sic impenetrabilitas, mobilitas & impetui corporum & leges morum & gravitatis innuntiantur. NEUV. ou Philos. natur. Princip. Mathem. Schol. gener. p. 530.

ne devoit pas à la vérité attendre un Système complet d'un seul homme, d'un siècle, ou peut-être d'un très-grand nombre de siècles; si on avoit lieu de l'attendre des facultés d'un seul homme, nous l'aurions sûrement eu de M. le Chevalier Newton; mais il connoissoit trop la Nature, pour former une pareille entreprise. Nous allons maintenant considérer jusqu'où il a pénétré, & qu'elles sont les plus importantes de ses Découvertes.

Fin du premier Livre.





D É C O U V E R T E S

PHILOSOPHIQUES

DE M. NEWTON.



LIVRE SECOND.

De la Théorie du Mouvement & des Mé-
chaniques rationnelles.

CHAPITRE PREMIER.

*De l'Espace , du Tems , de la Matiere & du
Mouvement.*



OMME nous sommes certains de notre pro-
pre existence & de celle de nos idées ,
par un sens intime ; de même nous som-
mes intérieurement convaincus qu'il y
a des objets , des puissances , ou des
causes hors de nous , & qui agissent sur nous. Car dans
plusieurs de nos idées , particulièrement celles qui sont

accompagnées de douleur, l'Ame est passive & reçoit les impressions (qui sont involontaires) des causes externes qui ne dépendent pas de nous. Nous distinguons aisément ces objets en deux classes générales. La première est de ceux que nous appercevons avoir une spontanéité, ou une puissance de se mouvoir d'eux-mêmes & différentes autres propriétés & affections semblables à celles de notre Ame, telles que de raisonner, de juger, de vouloir, d'aimer, de hair, &c. La seconde classe générale, est de ceux qui n'ont point de pareilles affections ; mais qui sont tellement d'une nature passive, qu'ils ne se meuvent jamais d'eux-mêmes, & lorsqu'ils sont en mouvement, ne s'arrêtent pas sans quelque cause externe. Si quelqu'un de ces objets vient à être mû, sans qu'il paroisse un moteur, nous concluons aussi-tôt que ce mouvement est dû à quelque agent invisible, tant nous sommes persuadés de sa propre inertie. Si nous le mettons en quelque endroit, nous nous attendons à l'y retrouver à quelque intervalle de tems que ce soit, si aucune puissance n'a agi sur lui. Cette nature passive ou cette inertie, est ce qui distingue principalement la seconde classe des objets externes, qu'on appelle Corps ou Matière ; comme la première est appelée Ame ou Esprit.

2. Il n'est pas maintenant de notre sujet d'examiner ; comment les objets externes de l'une & l'autre classe, agissent sur l'Ame, en produisant une si grande variété d'impressions ou d'idées & il n'est pas nécessaire pour nous de déterminer combien la ressemblance peut être parfaite ou exacte entre nos idées & les objets ou substances qu'elles représentent. Les idées qui sont des répétitions d'autres idées, ont beaucoup plus de ressemblance avec les objets, que celles dont elles sont les répétitions. L'idée que nous formons dans notre imagination d'une personne, d'un lieu, ou d'une figure que nous avons souvent vue, a une ressemblance beau-

Coup plus parfaite avec l'impression que nous recevons par les sens, que l'idée que nous sommes capables de former dans notre imagination de la douleur, n'en a avec la sensation que nous en avons éprouvée. Et comme ce n'est pas une objection contre l'existence des Ames des autres hommes, de dire qu'elles peuvent être très-différentes de la notion que nous pouvons en avoir; de même on ne doit rien conclure contre l'existence de la Matière, de ce que son essence interne, ou *substratum*, peut être très-différente de toutes les propriétés que nous lui connoissons. C'est cependant trop rabbaïsser les idées que nous avons des objets externes, que de les comparer aux mots, ou à des signes purement arbitraires, servant seulement à les distinguer les uns des autres. Car c'est par les idées que nous en avons, que nous apprenons leurs propriétés, leurs rapports, & leurs influences les uns sur les autres & sur nos Ames, & que nous acquérons une connoissance utile de ces objets, & de nous-mêmes. Par exemple, en comparant & en examinant nos idées, nous jugeons de l'ordre & de la confusion, de la beauté & de la difformité, de la régularité & de l'irrégularité des choses. Les idées de nombre & de proportion qui servent de fondement à des sciences si utiles & si étendues, ont la même origine.

3. L'Ame est intimement persuadée de sa propre activité en réfléchissant sur ses idées, en les examinant & les arrangeant, en formant celles qui sont complexes des plus simples, & enfin lorsqu'elle raisonne en conséquence, choisit & se détermine. Par-là, aussi-bien que par l'influence des objets externes sur elle, & par sa connoissance du cours de la Nature, l'Ame acquiert aisément les idées de cause & d'effet. Lorsqu'une figure représentée sur une table, produit une idée ou une impression semblable sur tous ceux qui la voyent, il est aussi naturel d'attribuer cela à une cause, que lorsqu'on nous parle à une nombreuse assemblée, l'effet

du discours doit nous être attribué ; quoique nous ne puissions expliquer comment l'impression de la figure est communiquée aux differens spectateurs , ou le discours aux Auditeurs. Il seroit aisé de faire beaucoup plus de remarques sur cette espece de Philosophie , dont les principes conduiroient à soutenir , que les objets externes varient avec nos perceptions , & que l'objet est toujours different, lorsqu'il est perçû par differentes personnes, ou par la même en differens tems ou en différentes circonstances. On ne doit pas attendre de nous, que dans un Traité tel que celui-ci , nous entrions plus avant dans l'examen de ces sortes de doctrines, qui sont aussi inutiles qu'elles sont extravagantes.

4. Le corps non-seulement ne change jamais son état de lui-même , en conséquence de sa nature passive , ou de son inertie , mais de plus il résiste aux causes qui produisent ce changement ; lorsqu'il est en repos , ce n'est pas sans difficulté qu'il est mis en mouvement , & lorsqu'il est en mouvement , il faut une certaine force pour l'arrêter. Cette force par laquelle il tend à persévérer dans son état , & résiste à tout changement , est appelée la force d'inertie. Elle provient de l'inertie de ses parties , qui est toujours proportionnelle à la quantité de matiere contenue dans le corps ; ensorte que c'est par cette inertie seulement , que nous sommes capables de juger de la quantité de matiere. Et ce jugement est bien fondé , parce que nous trouvons constamment , que lorsque nous rendons un corps double ou triple , ou que nous l'augmentons ou le diminuons en quelque proportion , nous sommes obligés de doubler ou de tripler la force requise pour le mouvoir avec la même vitesse , ou de l'augmenter ou la diminuer dans la même proportion , que le corps. Si les parties solides simples & sans pores , d'un égal volume , ont une inertie égale , alors ce que nous venons de dire sera exactement vrai ; mais
s'il

s'il y a des especes de matieres si differentes entr'elles, que les parties solides élémentaires des unes, ayent une plus grande inertie, que les parties solides élémentaires égales des autres especes, alors ce ne sera qu'en comparant celles de la même sorte, que nous pourrions assurer que l'inertie est proportionnelle à la quantité de matiere. Ces differentes especes de matiere peuvent exister autant que nous le sçavons ; mais c'est en diminuant ou augmentant le nombre ou la dimension des pores des corps qu'ils sont condensés ou rarefiés, suivant l'expérience, & c'est par-là que l'inertie d'un volume donné, est augmentée ou diminuée.

5. L'Espace est d'une étendue sans bornes, immobile, uniforme, similaire en toutes ses parties, & libre de toute résistance. Il est composé à la vérité de parties, qui peuvent être divisées en d'autres parties plus petites, & celles-ci de même jusqu'à l'infini ; mais elles ne peuvent être séparées les unes des autres, & avoir leurs situations & leurs distances changées.

6. Le Corps est étendu dans l'Espace, mobile, terminé par une figure, solide & impénétrable, résistant par son inertie, divisible en parties de plus petites en plus petites jusqu'à l'infini, en sorte qu'elles peuvent être séparées les unes des autres, & avoir leurs situations & leurs distances changées de toute maniere.

7. La succession de nos propres idées, & les variations successives des objets externes suivant le cours de la Nature, nous font aisément naître les idées de la durée, du tems & de leurs mesures. Nous concevons que le tems vrai & absolu s'écoule uniformement, suivant un cours immuable, en sorte qu'il sert seul à mesurer avec exactitude les changemens de toutes les autres choses. Car à moins qu'on ne corrige les mesures vulgaires du tems, qui sont grossieres & peu exactes, par des équations convenables, (comme en prédisant les Eclipses des Satellites de Jupiter, & la

plupart des autres Phénomènes astronomiques) les conclusions se trouvent toujours fautives & sans exactitude : & quelque variable que puisse paroître l'écoulement du tems à différens Etres intellectuels , on ne peut au moins s'imaginer qu'il dépende des idées d'aucun Etre créé. On peut concevoir le tems divisé en parties , successivement plus petites & plus petites sans fin ; quoique respectivement à chaque Etre particulier , il puisse y avoir le plus petit espace de tems sensible , de même qu'il ya un *minimum sensible* dans les autres grandeurs.

8. Le Mouvement est un changement de lieu , c'est-à-dire , de la partie d'espace que le corps occupe , ou dans laquelle il est étendu. Le mouvement est *réel* ou *absolu* , lorsque le corps change de place dans l'espace absolu. On l'appelle *relatif* , lorsque le corps ne change de place que respectivement aux corps environnans ; & il est *apparent* , lorsque le corps change sa situation relativement aux autres corps , qui nous paroissent être en repos. Les parties de l'espace absolu , n'étant pas les objets des sens , c'est une des plus grandes difficultés en Philosophie , de distinguer les mouvemens vrais & réels , de ceux qui ne sont qu'apparens. Cependant les Philosophes par de certaines précautions , sont souvent en état d'en venir à bout , en faisant de justes raisonnemens , en conséquence des causes du mouvement , lorsqu'elles sont connues , ou de leurs propriétés & de leurs effets. Un mouvement réel circulaire , par exemple , est toujours accompagné d'une force centrifuge , qui vient de la tendance du corps à se mouvoir en ligne droite. Ainsi , la force centrifuge qui a l'Equateur , diminue la Gravité , & retarde le mouvement du Pendule , en sorte qu'il y fait ses vibrations plus lentement que vers l'un ou l'autre Pôle , est une preuve de la révolution diurne de la Terre sur son axe. En même-tems , la révolution diurne des corps célestes autour de la Terre , ne peut être qu'apparente ; puisque si elle étoit

réelle, il s'ensuivroit de-là une force centrifuge immense, qui se manifesterait sûrement, parce qu'ils se meuvent dans des espaces libres, & que les orbes solides ont été rejetés par les raisons les plus évidentes.

9. Je sçais qu'il y a quelques Métaphysiciens de grande réputation, qui condamnent la notion d'Espace absolu, & qui accusent en cela les Mathématiciens de trop réaliser leurs idées; mais si ces Philosophes faisoient plus d'attention aux Phénomènes du mouvement, ils verroient combien leur reproche est mal fondé. Nous sçavons tous par l'observation de la Nature qu'il y a du mouvement, qu'un corps en mouvement persévère dans cet état, jusqu'à ce que par l'action ou l'influence de quelque puissance, il soit obligé de le changer : que ce n'est pas dans le mouvement relatif ou apparent, qu'il persévère en conséquence de son inertie, mais dans le mouvement réel & absolu. Ainsi le mouvement diurne apparent des Astres cesseroit, sans que la moindre force agit sur eux, si le mouvement de la Terre venoit à s'arrêter; & si le mouvement apparent d'un Astre étoit détruit par un mouvement contraire qui lui fut imprimé, les autres corps célestes paroîtroient toujours persévérer dans leur course; la force centrifuge à l'Equateur subsisteroit encore, avec la figure sphéroïdale de l'Océan; Phénomènes qui sont les conséquences du mouvement réel de la Terre sur son axe. Ceux qui ne sont pas bien instruits de la Théorie du mouvement, conviennent plus aisément, qu'un corps en repos y persévère en conséquence de sa nature passive, ou de son inertie, qu'ils n'accordent qu'un corps en mouvement, continue de se mouvoir: mais cette persévérance d'un corps dans un état de repos, ne peut avoir lieu que relativement à l'espace absolu, & même n'est intelligible qu'en l'admettant. Lorsqu'une Toupie tourne sur un petit pivot, son mouvement circulaire continue pen-

dant long-tems, tandis qu'un corps placé sur sa surface, n'y reste pas, mais s'échappe aussi-tôt. Tant qu'un Vaisseau continue de se mouvoir, un corps posé sur le Tillac y reste à sa place, comme si tout étoit en repos; mais lorsque le mouvement du Vaisseau vient à cesser, le corps s'échappe dans la direction de son premier mouvement; car en conséquence de son inertie, il tend à persévérer, non dans son état de repos sur le Vaisseau; mais dans son état de mouvement ou de repos respectivement à l'espace absolu. Il seroit aisé de s'étendre sur ce sujet, & de faire voir qu'on ne peut expliquer les Phénomènes de la Nature, sans convenir d'une distinction réelle entre le mouvement vrai, & le mouvement apparent, & entre l'espace absolu & relatif. Quoique puissent prétendre ces Philosophes, nous n'avons pas d'idée plus claire que celle de l'Espace; & si quelques-unes de nos recherches sur cette matière, donnent lieu à des disputes embarrassantes, nous savons qu'il en peut naître de même sur toutes les recherches que nous faisons dans la Nature; nous devons tâcher d'en acquérir des connoissances aussi claires & aussi bien fondées qu'il est possible, quoique nous prétendrions en vain les rendre complètes & parfaites, comme nous l'avons remarqué dans le premier Livre.

10. Le Corps étant distingué de l'Espace par sa force d'inertie ou sa résistance, nous sentons évidemment que tout Espace n'est pas également plein de matière; & il résulte des observations Philosophiques, que la matière solide dans les corps les plus denses, n'a que très peu de proportion à tout leur volume. Les rayons de Lumière trouvent un passage au travers d'un globe de verre en toutes directions, ce qui fait voir la grande rareté du globe, autant que la subtilité de la Lumière. On doit dire la même chose des Ecoulemens magnétiques & électriques, & de la matière subtile qui pénètre les pores des corps avec une grande liberté dans

les expériences Chymiques. Quant à ces fluides, que les Philosophes ont inventé pour remplir les pores des corps, afin d'exclure le vuide de l'Univers, nous avons fait quelques observations à leur sujet, dans le premier Livre, & nous aurons occasion, dans la suite, de faire voir combien ils sont incapables de servir à l'explication des Phénomènes, dont on prétendoit qu'ils étoient la cause.

11. L'Espace & le Tems servent à se mesurer réciproquement par le mouvement; le tems s'écoule & se perd continuellement; mais l'espace parcouru par le mouvement, en conserve la représentation. Lorsque des parties égales d'espace, sont parcourues dans des parties égales de tems, alors le mouvement est uniforme, & la vitesse est constante ou invariable durant le mouvement. Lorsque les parties d'espace, parcourues dans des parties égales successives de tems, augmentent continuellement, le mouvement est accéléré; & lorsque ces parties d'espace diminuent constamment, le mouvement est retardé. En général, la vitesse du mouvement est toujours mesurée par l'espace, qui seroit parcouru par ce mouvement continué uniformément pendant un tems donné. Il est clair que l'espace parcouru par un mouvement uniforme est en raison composée du tems & de la vitesse du mouvement: mais en général que AB, (*Planch. I. Fig. I.*) la base d'une figure, représente le tems d'un mouvement, & que l'ordonnée ou perpendiculaire PM, à un point quelconque P de la base, mesure la vitesse au terme correspondant du tems (c'est-à-dire l'espace qui seroit parcouru par le mouvement continué uniformément depuis ce terme pendant un tems donné) alors l'aire de la figure ABD ainsi formée mesurera l'espace parcouru par le mouvement dans le tems représenté par la base AB. Ainsi un Parallelogramme rectangle sert

à mesurer l'espace parcouru par un mouvement uniforme, le tems étant représenté par la base, & la vitesse constante du mouvement par la perpendiculaire. L'Espace parcouru par un mouvement qui est uniformément accéléré (dont la vitesse augmente comme le tems, c'est-à-dire reçoit des augmentations égales dans chaque parties égales successives de tems,) est représenté par un triangle; le tems étant représenté par la base, & la vitesse accélérée par la perpendiculaire qui augmente dans la même proportion que la base. Comme le triangle est la moitié d'un Parallelogramme de même base & de même hauteur, l'espace parcouru par un mouvement uniformément accéléré durant un tems quelconque dès le commencement du mouvement, est la moitié de celui qui auroit été parcouru si le mouvement eut été uniforme, & si la vitesse eut été la même que celle qui est acquise à la fin de ce tems. Les triangles semblables étant comme les quarrés de leurs côtés homologues, les espaces parcourus par un mouvement uniformément accéléré dont ces triangles sont la mesure, sont comme les quarrés des vitesses acquises à la fin de ces tems. Les espaces parcourus par des mouvemens uniformément retardés se mesurent de la même maniere; on doit seulement prendre les tems & les vitesses dans un ordre contraire jusqu'à l'extinction du mouvement. Dans d'autres cas les espaces sont mesurés par des aires curvilignes. Et parce qu'il y a des aires dont les ordonnées diminuent de telle maniere que quoique la figure soit prolongée à l'infini, l'aire n'augmente pas jusqu'à un certain espace fini, il paroît que les vitesses d'un mouvement retardé peuvent diminuer de même, en sorte que quoique le mouvement fut continué durant un tems infini, cependant l'espace parcouru n'excederoit pas certaine ligne donnée. Par exemple, si la vitesse durant la premiere heure étoit double de ce qu'elle est dans la seconde heure, & que celle-ci fut réduite à sa

moitié dans la troisieme, & ainsi de suite continuellement, alors l'espace parcouru par ce mouvement, quoique continué pendant le plus grand nombre de siecles ne deviendrait jamais le double de la ligne parcourue dans la premiere heure.

12. La quantité de mouvement dans un corps étant la somme des mouvemens de ses parties, est en raison composée de sa quantité de matiere & de la vitesse du mouvement. Si le corps A d'une quantité de matiere représentée par 2, se meut avec une vitesse représentée par 5, & le corps B représenté par 3 avec une vitesse comme 4; alors la quantité de mouvement de A fera à la quantité de mouvement de B en raison composée de 2 à 3 & de 5 à 4, c'est-à-dire comme 2×5 à 3×4 ou comme 10 à 12. Il paroît que c'est sans fondement qu'on voudroit faire une distinction entre la quantité de mouvement & la force d'un corps en mouvement; puisque toute la puissance ou l'activité d'un corps ne dépend que de son mouvement. Nous ne devons pas cependant attendre que tous les effets du mouvement des corps soient proportionels à la quantité de mouvement, à moins qu'on ait égard au tems & à la direction dans laquelle, ce mouvement agit suivant les vrais principes de Méchanique. Un corps en conséquence de son mouvement uniforme parcourt un certain espace dans un certain tems; mais il n'y a point d'espace si grand qu'il ne puisse parcourir si le tems n'étoit pas limité. Lorsqu'un corps agit sur un autre corps, l'effet est très-différent suivant la direction dans laquelle il agit. On verra plus particulièrement dans le Chapitre suivant de quelle nécessité il est d'avoir égard à toutes ces choses en déterminant les effets du mouvement & de l'action des corps.

13. Lorsqu'un corps tend à se mouvoir, mais qu'il en est empêché par quelque obstacle, cette tendance est appelée pression. On ne doit pas plus la compa-

rer avec un corps en mouvement qu'une ligne avec le Rectangle qu'elle a produit. De cette espece est la gravité d'un corps qui est arrêté & qui presse sur une table, ou celle de l'eau sur le fonds d'un vase, ou de l'air sur les voiles d'un Vaisseau. Lorsque l'obstacle est ôté l'action continuelle de la pression produit du mouvement dans le corps pendant un certain tems fini; ainsi la Gravité accélère le mouvement des corps qui tombent en agissant sans cesse sur eux. Lorsqu'il y a un orifice ouvert dans le fonds d'un vase, la pression du fluide accélère le mouvement de l'eau qui sort & dans un tems extrêmement petit porte la vitesse à son plus haut point. Lorsque le vent agit sur les voiles d'un Vaisseau, il accélère son mouvement pour quelque tems jusqu'à ce que la résistance de l'eau (qui augmente à proportion de la vitesse du Vaisseau) contrebalance l'action du Vent, après quoi son mouvement devient uniforme. Dans ces exemples & tous autres semblables, le mouvement commence d'un point de repos, & c'est en conséquence de l'action continuelle de la puissance ou pression, que la vitesse acquise dans un tems fini, est finie. Si nous supposions que chaque action de la puissance produisît une augmentation finie de vitesse, le mouvement acquis dans le moindre tems fini seroit infini, ou surpasseroit toute vitesse assignable, comme nous l'avons démontré ailleurs (a).

14. La Gravité est celle de toutes ces puissances ou pressions qui est la plus connue. Tous les corps descendant avec une vitesse égale dans le vuide, la Gravité des corps doit être proportionnelle à leur quantité de Matière, & ne dépend pas de la figure ou de la texture de leurs parties, mais seulement de leur matière solide. Cela est évident par les expériences du mouvement des Pendules faites avec la plus grande exactitude. Car lorsque les longueurs des Pendules sont

(a) Voyez le Traité des Fluxions, §. 44.

égales

égales, des corps de volumes très-différens & de diverse
contexture au-dedans & au-dehors font, dans des tems
exactement égaux, leurs vibrations dans des arcs égaux,
marchant toujours ensemble, & acquérant des vitesses
égales dans les points correspondants de ces arcs, à
moins que la résistance de l'air n'agisse inégalement sur
eux. On a toujours mesuré pour les usages communs
de la vie, la quantité de matière des corps par leurs
poids, quoique l'influence de l'air soit variable dans ses
différens états, & rende cette mesure quelque peu fau-
tive dans les choses de grande conséquence. Quoique
la gravité des corps provienne réellement de leur gra-
vitation vers les différentes parties de la Terre (com-
me il paroîtra dans la suite), cependant parce que
cette puissance agit de tous côtés, & que sa di-
rection est à peu près vers le centre de la Terre, on
l'appelle à cause de cela force centripète. Nous ver-
rons dans la suite qu'il y a des forces centripètes sem-
blables qui tendent au Soleil & aux Planètes. Ces for-
ces sont de trois sortes : la force *absolue* qui est mesu-
rée par le mouvement qu'elle produiroit dans un corps
donné, à une distance donnée. Par exemple, la force
centripète absolue tendant vers le Soleil est à celle qui
tend vers la Terre, comme le mouvement qui seroit
produit par la force qui tend vers le Soleil, dans un
corps donné, à une distance donnée hors du corps du
Soleil, est au mouvement qui seroit produit par la
force qui tend vers la Terre, dans un corps égal, à éga-
le distance de ce Globe. De même que pour détermi-
ner les forces de deux Aimans on doit comparer leurs
effets à des distances égales; ainsi lorsque nous comparons
les forces absolues qui tendent à des corps placés au cen-
tre, la comparaison ne peut être juste, à moins qu'elle
ne soit entre des effets produits lorsque les circonstances
sont égales. La seconde sorte de force centripète est la
force *accélératrice*, qui se mesure par la vitesse qu'elle

produit dans un tems donné , & qui est différente à différentes distances du même corps central , mante à ne dépend pas de la quantité de matiere du corps qui gravite , étant égale dans toutes sortes de corps à distances égales du centre. La troisieme espece est le poids ou la force *motrice* , qui se mesure par la quantité de mouvement produit dans un corps pesant dans un tems donné , & elle differe de la force accélératrice comme le mouvement differe de la vitesse.

15. Le pouvoir de la Gravité nous étant si bien connu , lorsque nous faisons des recherches sur d'autres puissances , nous tâchons de les comparer avec celle de la Gravité & de déterminer leur proportion. Nous trouvons une grande variété de puissances qui lui sont analogues dans la Nature ; comme celle qui fait rassembler en gouttes les particules des fluides ; celle par laquelle les parties des corps durs adhèrent ensemble ; celle qui fait que les rayons de lumiere en entrant dans l'Eau ou dans le Verre , ou dans tout autre milieu d'une plus grande force réfractive , sont constamment rompus en approchant de la perpendiculaire , & que lorsqu'ils tombent avec une suffisante obliquité sur la surface postérieure du Verre , ils sont tous réfléchis , quoiqu'il n'y ait au delà du Verre aucun milieu sensible qui puisse produire cet effet ; de la même maniere qu'un corps pesant jetté obliquement en haut , décrit une courbe & retombe de nouveau sur la Terre par sa gravité. Ces puissances & plusieurs autres semblables dans la Nature ont une analogie avec la Gravité ; mais elles s'étendent à de moindres distances & observent des loix un peu différentes. On a trouvé beaucoup de difficulté à les expliquer mécaniquement. Dans ce dessein quelques-uns ont imaginé certains écoulemens qui s'échappent des corps , ou des atmospheres qui les environnent : d'autres ont inventé des Tourbillons ; mais toutes leurs entreprises ont eu jusqu'ici fort peu de suc-

cès. Il est de la dernière évidence que de telles puissances ont lieu dans la Nature, & contribuent à produire ses principaux Phénomènes : mais leurs causes sont très-obscurës, & presque impénétrables pour nous. Dans tous les cas où des corps paroissent agir les uns sur les autres, quoiqu'éloignés, & tendre réciproquement à s'approcher sans aucune cause apparente qui les pousse, cette force a été communément appelée *attraction*, & ce terme est souvent employé par M. le Chevalier Newton. Mais il a eu soin d'avertir qu'il ne prétendoit pas en faisant usage de ce terme déterminer la nature de la puissance, ou la manière dont elle agit, & même il assure ou insinue toujours qu'un corps ne peut agir sur un autre qui est éloigné que par l'intervention d'autres corps. Il est de la dernière importance en Philosophie d'établir un petit nombre de puissances générales dans la Nature, avec une évidence incontestable, de déterminer leurs loix, & d'en tirer les conséquences, quelques obscures que puissent être les causes de ces puissances ; & c'est ce que M. Newton a fait avec un grand succès.

16. Mais quelque commode que soit le terme d'*Attraction* pour éviter une circonlocution inutile & ennuyeuse, cependant parce que quelques scholastiques s'en étoient servis pour voiler leur ignorance, les adversaires de M. le Chevalier Newton ont pris le prétexte injuste de l'usage qu'il fait de ce terme, pour déprécier sa doctrine, & même la tourner en ridicule, malgré toutes les précautions qu'il a prises à ce sujet. Ils nous convainquent par là qu'ils ne l'ont pas entendue cette Doctrine, ou qu'ils ne l'ont pas examinée avec impartialité & avec toute l'attention nécessaire. M. Leibnitz employa ce terme dans le même sens que le Chevalier Newton, avant qu'il se rangea parmi ses adversaires ; & on le trouve souvent dans les Ecrits des Philosophes les plus exacts, qui s'en sont toujours servis, sans même

se précautionner, comme lui, contre l'abus qu'on en pourroit faire. Un terme de l'art a souvent été mis en usage avec trop de succès par des personnes adroites, pour embarrasser leurs adversaires, tromper ceux qui ne sont pas sur leurs gardes & les dégoûter de s'appliquer à la recherche de la vérité; mais cette mauvaise foi est indigne des Philosophes. Il n'a paru aucun Ecrivain contre le Chevalier Newton qui n'ait insisté fort au long sur cet argument, quoique si mal fondé; & quelquefois ils y ont ajouté tous les ornemens que l'esprit ou l'humour pouvoit leur fournir; mais si le Lecteur prend la peine de comparer leurs descriptions avec la propre exposition de M. le Chevalier Newton, il s'apercevra bientôt combien peu ils l'ont entendu, & que le résultat de tout leur art & toute leur science n'aboutit qu'à faire voir, qu'ils sont capables de mettre au jour l'ouvrage de leur propre imagination. Peut-être que quelques ignorans se sont imaginés que les corps pouvoient s'attirer les uns les autres, par quelque charme ou quelque vertu inconnue, sans être poussés par d'autres corps qui agissent sur eux, ou par aucune puissance de quelque espèce qu'elle soit: & d'autres peuvent avoir pensé qu'une tendance mutuelle étoit essentielle à la Matière, quoique cela soit directement contraire à l'inertie des corps dont nous avons parlé ci-devant. Mais sûrement on n'a aucune raison d'attribuer de telles opinions à M. le Chevalier Newton, il s'est clairement expliqué qu'il pensoit que ces puissances venoient de l'impulsion d'un milieu subtil étheré qui est répandu dans l'Univers & qui pénètre les pores des corps grossiers. Il paroît par ses lettres à M. Boyle (a) que c'étoit son opinion depuis long-tems, & que s'il ne l'avoit pas plutôt rendue publique, c'étoit seulement parce qu'il ne se trouvoit pas en état par l'expérience & l'observation, de défi-

(a) Voyez la vie de M. Boyle ion *complete de ses Oeuvres*, mise à la tête de la dernière édi-

nir ce milieu d'une maniere satisfaisante , & d'exposer sa maniere d'opérer en produisant les principaux Phénomènes de la Nature. Ceux qui s'imaginent qu'il n'a fait qu'introduire une nouvelle phrase ou deux en Philosophie , sans lui avoir procuré aucun avantage réel , seront aisément convaincus de leur erreur , s'ils veulent bien seulement considérer , avec quelle évidence il a résolu , par ces puissances , le principal Phénomène du système du Monde ; comment il a calculé la quantité de Matière & la densité du Soleil & de plusieurs des Planètes ; comment il est parvenu à terminer le mouvement des nœuds de la Lune à très-peu de chose près , en raisonnant conséquemment à sa cause , enfin comment il a expliqué plusieurs de ses irrégularités & les autres mouvemens du système de l'Univers. Mais nous avons peut-être trop insisté là-dessus : car de même qu'aucun Philosophe ne fait scrupule de dire que l'Aiman attire le fer & que les corps électriques , lorsque leur vertu est excitée par le frottement , attirent les corps légers ; on doit au moins accorder comme une expression exacte , ou même plus incontestable , que la Terre attire les corps pesants , puisqu'ils descendent tous vers ce Globe avec des forces proportionnées à leur quantité de Matière à distances égales : & cette puissance s'étend à toutes distances variant suivant une certaine Loi connue.



CHAPITRE II.

Des Loix du Mouvement & de leurs Corollaires généraux.

1. **L**A premiere loi du mouvement est , qu'un « corps persévère toujours dans son état de repos , ou de mouvement uniforme , en droite ligne , « jusqu'à ce que quelque cause externe vienne à le « changer. » Les observations les plus communes , & la nature passive de la Matière , nous persuadent aisément qu'un corps de lui-même persévère dans son état de repos : mais qu'il persiste pareillement de lui-même dans son état de mouvement , aussi-bien que dans celui de repos , c'est ce qui n'est pas si évident , & même , qui pendant quelque tems , n'a pas été compris par les Philosophes mêmes , lorsqu'ils demandoient la cause de la continuation du Mouvement ; il est cependant aisé de voir que cette dernière loi de la Nature est aussi générale & aussi constante que la première. Tous les mouvemens que nous produisons ici sur la Terre , languissent bientôt , & s'évanouissent à la fin ; d'où on a pris cette idée vulgaire , qu'en général le mouvement diminue , & tend toujours au repos. Mais ce n'est que l'effet des différentes résistances , que les corps y rencontrent dans leur mouvement , particulièrement du frottement qu'ils éprouvent sur les autres corps dans leur progression , qui est la principale cause de la destruction de leur mouvement. Car , lorsque par quelque mécanisme , ce frottement est fort diminué , il arrive toujours que le mouvement continue long-tems. Ainsi lorsque le frottement de l'Axe est diminué par les Roues à frottement qui lui sont

appliquées & qui tournent avec lui, la grande Roue continue quelquefois de faire ses révolutions, pendant une demie heure. Et lorsqu'une Toupie, de cuivre se meut sur un très-petit pivot qui tourne sur un verre plan, elle persévère dans un mouvement égal, pendant un grand nombre de minutes. Un pendule suspendu d'une manière avantageuse, fera de même ses vibrations fort long-tems, malgré la résistance de l'air. Il paroît par ces observations, que si le frottement & les autres résistances, pouvoient être totalement détruits, le mouvement seroit perpétuel. Mais ce qui met cette vérité dans un plus grand jour, c'est qu'un corps placé sur le Tillac d'un Vaisseau, y reste en repos, tant que le mouvement du Vaisseau est uniforme & constant; & il en est de même d'un corps qui est emporté dans quelque'espace, qui a lui-même un mouvement uniforme en ligne droite. Car si un corps en mouvement tendoit au repos, celui qui seroit placé sur le Tillac d'un Vaisseau, devroit se retirer vers le Gouvernail; ce qui paroîtroit aussi surprenant, lorsque le mouvement du Vaisseau est uniforme & constant, que si le corps se mouvoit de lui-même vers le Gouvernail, lorsque le Vaisseau est en repos. C'est pour cette raison que le mouvement de la Terre sur son axe, n'a point d'effet sur le mouvement des corps à la surface de ce Globe; que le mouvement d'un Vaisseau emporté par le courant, est insensible à ceux qui sont dans ce Vaisseau, à moins qu'ils n'ayent occasion de le découvrir par les objets qu'ils sçavent être fixes comme les rivages & le fonds de la Mer, ou par des observations Astronomiques; & que les mouvemens des Planetes & des Cometes dans les espaces libres des Cieux, n'exigent point de nouvelles impulsions pour se perpétuer.

2. C'est une partie de la même loi, qu'un corps ne change jamais la direction de son mouvement de lui-même, mais seulement par quelque influence externe; & il suit aussi évidemment de la nature passive des

corps qu'ils ne changent jamais leur vitesse d'eux-mêmes. Comme le corps n'a pas la puissance de se mouvoir de lui-même, s'il devoit changer sa direction, comment pourroit-il se déterminer à une direction, plutôt qu'à une autre? Cette partie de la loi est pareillement confirmée par l'expérience constante. Si sur un plan poli on jette un Globe d'une contexture uniforme, il avance toujours en ligne droite, sans décliner d'aucun côté, jusqu'à ce que son mouvement soit détruit par le frottement du plan, & par la résistance de l'Air. Il est vrai que dans certains cas, une boule avance sur un Billard d'abord en ligne droite, ensuite elle retourne un peu d'elle-même en arrière, suivant la même ligne droite; mais cela vient du mouvement de la boule sur son axe, qui se fait dans une direction contraire à celle de son mouvement progressif sur la table; ce qui fait tourner la boule en arrière, lorsque le mouvement progressif est détruit par le frottement, jusqu'à ce que ce mouvement sur son axe, soit pareillement éteint par le même frottement. Lorsqu'on jette une boule en l'air, sa gravité lui fait à la vérité décrire une courbe dans son mouvement, mais elle continue de se mouvoir dans le plan de sa première direction perpendiculaire à l'horison, sans quitter absolument ce plan, à moins que dans quelques cas, lorsqu'à cause de son mouvement sur son axe, la réaction de l'air l'en fait un peu écarter. Si les corps changeoient la direction de leur mouvement d'eux-mêmes, ils ne pourroient persévérer en repos, dans un espace qui est emporté uniformément en avant dans une ligne droite, comme on observe toujours qu'ils le font. De même donc qu'un corps est passif, en recevant son mouvement, & la direction de son mouvement, ainsi il y persévère sans aucun changement, jusqu'à ce que quelque cause externe agisse sur lui. Cette Loi est maintenant reçue généralement comme étant de la dernière évidence,

évidence; mais elle n'a pas été entendue clairement, même dans le tems de Kepler, comme on le voit par l'exposition que nous avons donnée de sa doctrine dans le premier Livre. Il paroît par cette Loi, pour-quoi nous ne recherchons pas en Philosophie, la cause de la continuation du mouvement des corps, ou de leur mouvement uniforme en ligne droite. Mais si un mouvement commence, ou si un mouvement déjà produit est accéléré ou retardé, ou bien si la direction du mouvement est changée, il est du devoir d'un Philosophe, de rechercher la puissance ou la cause qui a produit ce changement; le principal objet de la Philosophie, comme le remarque M. le Chevalier Newton, est de découvrir les puissances qui produisent tous les mouvemens donnés, ou lorsque les puissances sont données, de rechercher les mouvemens qui sont produits.

3. La seconde Loi générale du Mouvement, est
 « que le changement de mouvement est proportionnel
 « à la force imprimée, & qu'il est produit dans la ligne
 « droite, suivant laquelle cette force agit. » Ainsi lorsqu'un mouvement est accéléré, comme celui d'un corps pesant, descendant dans la ligne verticale, l'accélération est proportionnelle à la puissance qui agit sur le corps. Si un corps descend le long d'un Plan incliné, l'accélération du mouvement le long du Plan, est proportionnelle, non à la force totale de la Gravité, mais à cette partie seulement qui agit dans la direction du Plan, comme il paroîtra plus clairement, lorsque nous traiterons de la résolution du Mouvement. Lorsqu'un Fluide agit sur un corps, comme l'Eau sur les Aubes d'une roue de Moulin, ou le vent sur les Voiles d'un Vaisseau, & sur les Aîles d'un Moulin à vent, l'accélération du mouvement n'est pas proportionnelle à toute la force de ces Fluides; mais à cette partie seulement qui presse sur les Aubes ou les Voiles, qui dépend

de l'excès de la vitesse du Fluide, sur celle que les Aubes ou les Voiles avoient déjà acquise: car si la vitesse du Fluide étoit seulement égale à la vitesse des Aubes, ou des Voiles, il les suivroit exactement dans leur mouvement, mais il n'auroit pas le pouvoir de le retarder ou de l'accélérer.

Il est en même-tems de la plus grande importance, d'avoir égard à la direction, dans laquelle la force est imprimée, afin de déterminer le changement de mouvement qu'elle produit. On se tromperoit beaucoup, si on supposoit que l'accélération du mouvement d'un Vaisseau, dans la direction où il avance, est proportionnelle à la force imprimée, lorsqu'elle agit obliquement sur la Voile, ou lorsque la position de la Voile est oblique à la direction, dans laquelle le Vaisseau se meut. Le changement de son mouvement doit être d'abord estimé dans la direction de la force imprimée; & de-là par une juste application des principes Mécaniques & Géométriques, on doit déduire le changement du mouvement du Vaisseau dans sa propre direction. Lorsque la Gravité ou une force centripète, agit sur un corps qui se meut dans une direction oblique à la ligne droite tirée de ce corps au centre, le changement de son mouvement, n'est pas proportionnel à toute la force centripète qui agit sur lui, mais à cette partie seulement, qui après une exacte décomposition de la force, se trouve agir dans la direction de son mouvement. Il paroît par ces exemples, combien ces Loix générales sont d'un usage étendu dans la doctrine du Mouvement.

4. La troisième Loi générale du Mouvement, est « que l'action & la réaction, sont égales dans des directions opposées, & doivent être toujours estimées » dans la même ligne droite. » Le Corps non-seulement ne change jamais son état de lui-même, mais il résiste par son inertie à toute action, qui tend à produire quelque altération dans son mouvement. Lorsque deux

Corps se rencontrent , chacun s'efforce de persévérer dans son état , & résiste à tout changement ; & parce que celui qui est produit dans l'un des deux , peut être également mesuré par l'action , qu'il exerce sur l'autre , ou par la résistance qu'il en éprouve , il suit que les changemens produits dans les mouvemens de chacun d'eux sont égaux , mais qu'ils se font en directions contraires. L'un n'acquiert aucune force nouvelle , que celle que l'autre perd dans la même direction ; & ce dernier ne perd aucune force , que celle que l'autre acquiert : d'où il suit que quoique par leur choc , le mouvement passe de l'un à l'autre , cependant la somme de leurs mouvemens , estimés dans une direction donnée , est toujours la même , & qu'elle est inaltérable par leurs actions mutuelles l'un sur l'autre. En prenant cette somme , les mouvemens qui ont des directions contraires , doivent être représentés par des signes contraires : un mouvement vers l'Orient , est contraire à un mouvement vers l'Occident ; en sorte que si l'on cherche la somme des mouvemens qui ont une direction Occidentale , on doit considérer comme négatif , un mouvement vers l'Orient , ou le soustraire des précédens. Ainsi cette Loi sert à rendre la première plus générale , & à l'étendre à un nombre de corps quelconque ; car comme par la première Loi , un corps persévère dans son état de repos , ou de mouvement uniforme en ligne droite , jusqu'à ce qu'il soit affecté de quelque cause externe ; ainsi il suit de cette Loi « que la somme des mouvemens d'un nombre de corps » « indéterminé , estimés dans une direction donnée , » « persévère la même dans leurs actions ou leurs chocs » « mutuels , jusqu'à ce que quelqu'influence externe » « vienne à les déranger. »

5. La vérité de cette troisième Loi , paroît par un grand nombre d'expériences , dans les chocs des corps de toute espece. Mais des Philosophes ingénieux , sem-

blent s'être trompés dans la signification qu'ils lui ont attribuée en plusieurs occasions; & il est nécessaire de nous précautionner contre cette erreur. Ceux qui soutiennent la nouvelle opinion sur la force des Corps, les mesurant par la raison composée de la quantité de Matière & du carré de la Vitesse, trouverent impossible d'expliquer les actions & les chocs des Corps d'une dureté parfaite, privés de toute élasticité, d'une manière compatible avec cette doctrine. C'est pourquoy, afin de se tirer de cet embarras, quelques-uns prétendirent qu'il étoit absolument impossible, que de semblables Corps pussent exister, fondés sur des raisons dont nous avons fait voir la faiblesse dans le premier Livre; tandis que d'autres se contenterent d'observer, qu'ils ne connoissoient dans la Nature aucun Corps de cette espece, & jugerent que c'étoit une excuse suffisante, pour ne point expliquer leurs chocs; quoiqu'en même-tems ils s'étendissent fort au long sur les Corps d'une élasticité parfaite, dont on ne peut trouver aucun dans la Nature. Nous avons beaucoup plus de raison de conclure qu'il y a des Corps d'une dureté parfaite, que d'une parfaite élasticité, parce que nous devons nécessairement supposer que les dernières parties élémentaires des Corps privés de tous pores, ou les Atômes sont parfaitement durs & inflexibles, en sorte qu'ils ne cèdent pas dans les actions ou les chocs ordinaires des Corps. Mais après tout cet art employé à la défense de leur opinion favorite, la difficulté reparut de nouveau dans l'explication du choc des Corps nous; & il fallut recourir à quelque nouvelle invention pour accorder les Phénomènes avec leur doctrine. Car si un Corps mou avec la vitesse u , frappe un autre Corps mou égal & en repos, ils s'avanceront comme en une seule masse avec la vitesse $\frac{1}{2}u$ divisant également entre eux le mouvement du premier Corps, en conséquence de la troisième Loi générale du Mou-

vement. Suivant la nouvelle opinion, la force du premier Corps avant le choc étoit uu ; la force de chacun d'eux après le choc est $\frac{1}{2}u \times \frac{1}{2}u$ ou $\frac{1}{4}uu$, & la somme de de leurs forces est $\frac{1}{2}uu$; en sorte que la somme des Forces après le choc n'est que la moitié de ce qu'elle étoit avant le choc, tandis que la quantité de Mouvement est toujours la même sans aucun changement. Maintenant la difficulté étoit de rendre raison de la perte de la moitié de la force du premier Corps dans le choc: dans cette vûe ils avancèrent sans aucune autre preuve cette nouvelle doctrine, que lorsque les parties des Corps mous cedent sans se rétablir, étant privés d'élasticité, il se perd une certaine quantité de force dans la compression de leurs parties par le choc, tandis que nous ne connoissons dans un Corps d'autre façon de perdre sa force qu'en la communiquant à un autre. Les parties des Corps mous sont à la vérité mues hors de leur place dans le choc, & il y a quelque mouvement de perdu dans le premier Corps, qui est communiqué de cette manière aux parties du second; mais ces parties ne peuvent perdre ce mouvement autrement qu'en le communiquant à d'autres parties ou en l'ajoutant à celui du Corps entier: en sorte qu'il n'y a point de juste raison de supposer qu'il y ait aucun Mouvement ou aucune force perdue dans l'appâtissement ou l'enfoncement des Corps mous dans leurs chocs; & cette doctrine nouvelle n'est absolument inventée que pour servir à leurs vûes particulieres.

6. Le plus sçavant & le plus habile défenseur de cette opinion, paroît s'être grandement trompé sur cette troisième Loi du Mouvement, lorsqu'il nous dit que la conservation de la somme des Mouvements absolus des Corps dans leurs chocs, est une conséquence si immédiate de l'égalité de l'action & de la réaction, qu'on ne feroit que la rendre plus obscure si on cherchoit à la prouver; l'augmentation ou la diminution de la force de l'un,

dit-il , étant la conséquence nécessaire de la diminution ou de l'augmentation de la force de l'autre. Maintenant il est clair que cette troisième Loi du Mouvement est générale , s'étendant à toutes sortes de Corps : il est très-connu que lorsque des Corps mous se rencontrent dans des directions opposées , la somme de leurs Mouvements absolus ou de leurs forces est diminuée ; & lorsque les Corps sont égaux & leurs vitesses pareillement égales , elle est totalement détruite par leur choc. Ce n'est pas la somme des mouvemens absolus ou des forces des Corps , mais celle des mouvemens qui se font dans une direction donnée , qui est inaltérable dans leurs chocs , en conséquence de cette troisième Loi du Mouvement & la conservation de la somme des forces absolues d'aucune sorte de corps n'en peut être regardée comme une conséquence immédiate. Au contraire la somme des mouvemens absolus des Corps même parfaitement élastiques est quelquefois augmentée & dans d'autres cas diminuée par leurs chocs ; enforte qu'il faudroit prouver que la somme de leurs Forces absolues (de quelque manière qu'elles soient mesurées) se conserve inaltérable dans leurs chocs ; particulièrement puisque cette somme , suivant sa propre doctrine , subit une variété infinie de changemens , durant le peu de tems dans lequel les Corps agissent l'un sur l'autre , tandis que les parties cedent d'abord & ensuite se rétablissent à leurs premières situations.

7. Les mêmes Philosophes entendent mal cette troisième Loi ou sa partie la plus essentielle , lorsqu'ils mesurent l'action & la réaction suivant différentes lignes droites. Dans un fameux argument dont ils se servent pour appuyer leur nouvelle doctrine sur les forces des Corps , & qui est tant vanté par ceux qui la soutiennent , ils font voir qu'un Corps avec une vitesse comme 2 , est capable de bander ou de surmonter la résistance de quatre ressorts , dont un seul est équivalent à la for-

ce du même Corps qui auroit une vitesse comme 1, d'où ils inferent que dans le premier cas la force est quadruple, quoique la vitesse soit seulement double de ce qu'elle est dans le dernier cas. De même parce qu'un corps qui se meut avec une vitesse proportionnelle à la diagonale d'un Rectangle est capable de contrebalancer la Résistance de deux ressorts proportionnels aux côtés du même Rectangle, ils concluent que la force d'un Corps qui se meut avec une vitesse comme la diagonale, est égale à la somme des forces de deux Corps dont les vitesses sont proportionnelles aux côtés du rectangle; & parce que le carré de la diagonale est égale à la somme des carrés des deux côtés, ils inferent delà que les forces des corps égaux sont comme les carrés de leurs vitesses. Mais dans tous ces raisonnemens (qui sont les plus plausibles qui aient été faits en faveur de leur nouvelle doctrine & les plus propres à séduire les Lecteurs) ils ne considerent pas que la force que perd un Corps en agissant sur un autre n'est pas égale à celle qu'il produit ou détruit dans cet autre estimée dans toute direction à volonté, mais dans celle seulement suivant laquelle le premier Corps agit, & qu'un corps en conséquence de son inertie non-seulement résiste à toute altération dans sa quantité de mouvement, mais aussi à tout changement dans la direction de son mouvement. Si une Planete fait sa révolution dans un cercle, sa gravité vers le centre n'est employée durant toute la révolution qu'à changer la direction de son mouvement sans produire aucune augmentation ou diminution du mouvement même; mais toutes ces choses paroîtront dans un plus grand jour après que nous aurons traité de la composition & de la résolution du Mouvement: nous observerons seulement ici que pour défendre leur doctrine favorite, ils embrouillent la Théorie du Mouvement qui est aussi belle qu'elle est claire & simple, en négligeant le tems

dans quelques circonstances, & dans d'autres en confondant les directions dans lesquelles les Corps agissent les uns sur les autres ou sur des ressorts ; tandis que toutes les conséquences importantes qu'ils prétendent tirer de cette doctrine suivent plus naturellement & de la seule manière satisfaisante des Loix du Mouvement entendues & appliquées comme il faut.

8. Le premier Corollaire que tire M. Newton des Loix du Mouvement est, que lorsque deux forces agissent en même tems sur un Corps elles lui font parcourir la diagonale, par le mouvement qui résulte de leur composition, dans le même tems qu'il parcourroit les côtés du Parallelograme, si ces forces agissoient séparément. Qu'un corps A (Fig. 2.) ait un mouvement dans la direction AB, représenté par la ligne droite AB, qu'en même tems un autre mouvement lui soit communiqué dans la direction AD, représenté par la ligne droite AD ; finissez le Parallelogramme ABCD ; & le Corps avancera suivant la diagonale AC, & la parcourra dans le même tems qu'il auroit parcouru le côté AB par le premier mouvement, ou le côté AD par le second. Pour entendre la démonstration que donne M. Newton de ce Corollaire, il faut d'abord poser ce Principe évident que lorsqu'une puissance parallèle à une ligne droite, dont la position est donnée, agit sur un Corps, elle n'a aucun pouvoir pour le faire approcher ou éloigner de cette ligne droite ; mais son effet seulement consiste à le mouvoir dans une ligne parallèle à cette droite : comme il paroît par la seconde Loi du Mouvement. C'est pourquoi AD étant parallèle à BC, le mouvement dans la direction AD ne peut faire avancer ni retarder l'approche du corps A vers la ligne BC ; par conséquent il arrivera à cette ligne BC dans le même tems que s'il n'y eut eu que le premier mouvement AB imprimé sur lui. De même parce que AB est parallèle à DC, le mouvement AB n'agit pas en avan-

çant

çant ou retardant l'approche du corps A vers la ligne DC; par conséquent il arrivera à cette ligne DC dans le même tems que si le mouvement AD eut été seul imprimé sur lui. Le corps A arrivera donc aux deux lignes BC & DC dans le même tems que par le premier mouvement seul il auroit parcouru AB, ou que par le second il auroit parcouru AD. Mais il ne peut arriver aux deux lignes BC & DC autrement qu'en parvenant à leur intersection C; donc lorsqu'un Corps reçoit tout à la fois les deux mouvemens AB & AD, il se meut de A en C, & parcourt la diagonale AC dans le même tems que par ces mouvemens agissant séparément, il auroit parcouru les côtés AB & AD.

9. Ce Corollaire étant d'un usage très-étendu, il est à propos de l'éclaircir encore davantage. Supposons (*Fig. 3.*) que l'espace EFGH soit emporté uniformément en avant dans la direction AB & avec une vitesse représentée par AB; qu'un mouvement dans la direction AD & mesuré par la ligne droite AD, soit imprimé sur le corps A dans l'espace EFGH. Le corps A paroîtra à ceux qui sont dans cet espace se mouvoir dans la ligne droite AD; mais son mouvement réel & absolu sera dans la diagonale AC du Parallelograme ABCD; & il parcourra AC dans le même tems que l'espace ou quelqu'un de ses points sera emporté par son mouvement uniforme suivant une ligne droite égale à AB, ou que le corps A par son mouvement à travers l'espace parcourra AD. Car il est évident que la ligne AD en conséquence du mouvement de l'espace est emportée dans la situation BC & le point D en C, ensorte que le corps A se meut réellement suivant la diagonale AC.

10. L'inverse de ce Corollaire est que le mouvement dans la diagonale AC peut être résolu en deux mouvemens suivant la direction des côtés du Parallelograme AB & AD. Car il est évident que si (*Fig. 4.*) on

prend AK égale à AD avec une direction opposée, & si on finit le Parallelograme $AKBC$, la ligne droite AB sera la diagonale de ce Parallelograme ; par conséquent, par les deux derniers Articles, le mouvement AC combiné avec le mouvement AK égal & opposé au mouvement AD produit le mouvement AB , c'est-à-dire si du mouvement AC dans la diagonale, vous retranchez le mouvement AD suivant l'un des côtés, il restera le mouvement AB dans la direction de l'autre côté du Parallelograme $ABCD$.

11. Cette doctrine recevra un plus grand éclaircissement en décomposant chacun des Mouvements AB & AD en deux Mouvements, l'un dans la direction de la diagonale AC & l'autre dans celle qui lui est perpendiculaire ; (*Fig. 5.*) c'est-à-dire en décomposant le Mouvement AB en ces deux Mouvements AM & AN , & le Mouvement AD en AK & AL . Car les triangles ADK & BCM étant égaux & semblables, DK est égale à BM ou AL à AN ; en sorte que les Mouvements AL & AN étant égaux & opposés, ils détruisent mutuellement leur effet : & comme c'est un Principe évident & général que le Mouvement d'un corps en ligne droite n'est point affecté par deux puissances ou par deux Mouvements égaux, qui agissent dans des directions perpendiculaires à cette ligne & qui sont opposés l'un à l'autre, on voit pourquoi le corps A est déterminé à se mouvoir dans la diagonale AC ; & parce que AK est égale à MC on apperçoit comment les mouvements qui restent AM & AK sont accumulés dans la direction AC ; en sorte qu'ils produisent un mouvement mesuré par AC . Il paroît aussi pourquoi le mouvement absolu se perd dans la composition du Mouvement ; car les parties des Mouvements AB & AD qui sont représentées par AN & AL , étant égales & opposées, détruisent réciproquement leur effet, & les autres parties AM & AK restent seules dans la direction du Mouvement composé AC ; tandis qu'au contraire dans la résolution

du Mouvement, la quantité du Mouvement absolu est augmentée, la somme des Mouvements AB & AD, ou BC étant plus grande que le Mouvement AC, mais la somme des Mouvements estimés dans une direction donnée, n'est nullement affectée par la composition ou la résolution du Mouvement, ou par aucunes actions ou influences des Corps les uns sur les autres égales & réciproques, & qui ont des directions opposées.

Car supposons que (*Fig. 6.*) les Mouvements doivent être estimés dans la direction AP, que CP, BR, DQ soient perpendiculaires à cette direction dans les points P, R & Q; alors les Mouvements AC, AB, AD réduits à la direction AP devront être estimés par AP, AR & AQ respectivement, les parties qui sont perpendiculaires à AP n'ayant aucun effet dans cette direction. Que AP rencontre BC en S; alors à cause que RP est à SP, comme BC (ou AD) est à CS, c'est-à-dire comme AQ à SP, il suit que AQ est égale à RP & que $AR + AQ$ est égale à AP; c'est-à-dire que la somme des Mouvements AB & AD, réduits à une direction donnée AP, est égale au Mouvement composé AC réduit à la même direction. D'où il est évident qu'en général lorsque plusieurs Mouvements sont composés ensemble ou sont résolus suivant ce Corollaire, la somme de leurs Mouvements persiste invariablement la même, jusqu'à ce que quelque cause externe agisse sur eux.

12. L'utilité du même Corollaire a porté les Auteurs à inventer d'autres démonstrations afin de le rendre encore plus évident. Nous ajouterons seulement un exemple d'un cas très-simple, lorsque les Mouvements AB & AD sont égaux & que l'angle BAD est un angle droit; dans ce cas ABCD (*Fig. 7. & 8.*) est un carré, & la diagonale AC coupe en deux également l'angle BAD; & parce que les Puissances & les Mouvements de AD & AB sont égaux, & qu'il n'y a point de raison pourquoi la direction de la Puissance ou du Mouvement

composé inclineroit à l'un de ces deux côtés plutôt qu'à l'autre, il est évident que sa direction doit être dans la diagonale AC; & que la Puissance ou le Mouvement composé est mesuré par AC, comme on va le voir. S'il n'étoit pas mesuré par AC, supposons d'abord qu'il fut mesuré par une ligne droite AE moindre que AC; tirez BD coupant à AC en K, sur AC prenez AM plus grande que AK dans la même proportion que AC est plus grande que AE; par le point M tirez la ligne droite FG parallèle à BD, rencontrant AD en G & AB en F; finissez les Parallelogrammes AMGH & AMFN: alors parce que ces Parallelogrammes sont quarrés aussi bien que ABCD & que AD est à AG comme AK est à AM, c'est-à-dire comme AE à AC; & AB à AF dans la même proportion, & parce que AE est supposée être la Puissance ou le Mouvement composé de AB & AD, il suit que la Puissance ou le Mouvement AD peut être supposé composé des Mouvements ou Puissances AM & AH, & AB de AM & AN. Mais AH & AN agissant également avec des directions opposées, détruisent réciproquement leur effet; en sorte qu'il s'en suivroit que les Puissances ou les Mouvements restans $AM + AM$ (c'est-à-dire $2AM$) qui sont réunis dans la direction de la diagonale AC, seroient égaux à AE, ce qui est absurde; car AM est plus grande que AK par la construction, & $2AM$ plus grande que $2AK$ ou AC, qui est supposée plus grande que AE. On fait voir de la même maniere (Fig. 8.) que la Puissance ou le Mouvement composé dans la diagonale AC, n'est pas mesuré par une ligne droite plus grande que AC; il est donc mesuré précisément par la diagonale AC elle-même.

13. On juge de l'état d'un nombre de corps quelconque, quant au mouvement & au repos par celui de leur centre de Gravité, de la maniere la plus simple & la plus convenable. Dans un Corps régulier d'une con-

texture homogène, le centre de Gravité est le même que le centre de figure; & en général, c'est ce point d'un corps pesant, lequel étant soutenu, le Corps l'est aussi lui-même. Dans deux Corps égaux il est dans un point d'une ligne droite qui joint leurs centres, à égale distance de l'un & l'autre: lorsque les Corps sont inégaux, il est plus près du plus grand corps à proportion que ce dernier surpasse l'autre en grandeur, ou les distances de ce point à leurs centres sont réciproquement comme les Corps. Que A (*Fig. 9.*) soit plus grand que B, tirez AB sur laquelle prenez le point C, en sorte que CA soit à CB, comme le corps B est au corps A, ou que $A \times CA$ soit égal à $B \times CB$, alors C est le centre de de Gravité des corps A & B; & nous ferons voir dans la suite que si A & B étoient joints par une verge inflexible AB exemte de gravité, & le point C soutenu, alors les Corps A & B seroient en équilibre. Si on cherchoit le centre de gravité de trois corps, il faudroit d'abord trouver C le centre de gravité de A & B, & supposant qu'un corps égal à la somme de A & de B fut placé à ce point C, cherchez G son centre de gravité & du corps D; alors G sera le centre de gravité des trois Corps A, B & D: on détermine de la même manière le centre de gravité d'un nombre de Corps quelconque.

14. La somme des produits formés de la multiplication des corps par leurs distances respectives d'une ligne droite, ou d'un plan, dont la position est donnée, est égale au produit de la somme des corps multipliés par la distance où est leur centre de gravité de la même ligne droite, ou du même plan, lorsque tous les corps sont du même côté de cette ligne: mais lorsque quelques-uns d'eux sont du côté opposé, leurs produits multipliés par leurs distances respectives de cette ligne doivent être considérés comme négatifs ou être soustraits. Que II. (*Fig. 10.*) soit la ligne droite dont la position est don-

née, C le centre de gravité des corps A & B, Aa , Bb , Cc des perpendiculaires à IL aux points a, b, c , alors si les corps A & B sont du même côté de IL, nous

trouverons $A \times Aa + B \times Bb = A + B \times Cc$. Car tirant par le point C la ligne droite MN parallèle à IL, rencontrant Aa en M & Bb en N, nous avons A à B comme BC est à AC, par la propriété du centre de gravité, & par conséquent A à B, comme BN à AM, ou $A \times AM = B \times BN$; mais $A \times Aa + B \times Bb = A \times Cc + A \times AM + B \times Cc - B \times BN = A \times Cc + B \times Cc = A + B \times Cc$.

Lorsque (Fig. 11.) B est de l'autre côté de la ligne droite IL, & C du même côté que A, alors $A \times Aa - B \times Bb = A \times Cc + A \times AM - B \times BN + B \times Cc = A + B \times Cc$; & lorsque la somme des produits des corps d'un côté de IL, multipliés par leurs distances de cette ligne, est égale à la somme des produits des corps, multipliés par leurs distances de l'autre côté de IL, alors Cc s'évanouit, ou le centre commun de gravité de tous les corps tombe sur cette ligne droite IL.

15. Supposons maintenant que les corps A & B s'avancent sur les lignes droites AD & BE, (Fig. 12.) & que lorsqu'ils arrivent en D & en E leur centre de gravité soit en G: que Dd , Ee , Gg soient perpendiculaires à IL en d, e, g ; que DM, EN & GK parallèles à IL, rencontrent Aa , Bb , Cc , respectivement, aux points M, N, K. Par le dernier Article $A \times Dd + B \times Ee = A + B \times Gg$; & retranchant cette équation de celle de l'Article précédent, à sçavoir $A \times Aa + B \times Bb = A + B \times Cc$, alors $A \times AM + B \times BN = A + B \times CK$. En procédant de la même manière, on trouvera que $A \times DM + B \times EN = A + B \times GK$. Les mouvemens de A & de B étant supposés unifor-

mes, les lignes droites AM & BN augmenteront uniformément; en sorte qu'elles deviendront doubles dans un tems double: par conséquent CK augmentera aussi uniformément, ou dans la même proportion que le tems. Et parce que DM & EN augmentent uniformément, il s'ensuit que GK augmente aussi uniformément; & que CK est à KG en raison constante de $A \times AM + B \times BN$ à $A \times DM + B \times EN$. D'où il paroît que lorsqu'un nombre de corps quelconque se meuvent en ligne droite avec des mouvemens uniformes, leur centre commun de gravité se meut pareillement en ligne droite d'un mouvement uniforme; & que la somme de leurs mouvemens estimés dans une direction donnée, est précisément la même que si tous les corps en une seule masse, étoient emportés suivant la direction & le mouvement de leur centre commun de gravité. Parce que la somme des Mouvements des corps estimés dans une direction donnée, persiste invariablement la même dans leurs chocs sans être affectée par leurs actions les uns sur les autres, lorsqu'elles sont égales & mutuelles & qu'elles ont des directions contraires; il suit que l'état de leur centre de gravité n'est nullement affecté par leurs chocs, ou par aucunes actions semblables, & qu'il persévère dans son état de repos & de mouvement uniforme, de la même manière que par la première Loi du Mouvement, tout Corps persévère dans son état jusqu'à ce que quelque cause externe le dérange. Ces propositions répandent beaucoup de lumière sur la Théorie du Mouvement & nous mettent en état de juger des mouvemens d'un système de corps presque avec la même facilité que de ceux d'un seul corps.

16. Les mouvemens & les actions des Corps les uns sur les autres dans un Espace qui est emporté uniformément en avant sont les mêmes que si cet Espace étoit en repos; & les Puissances ou les Mouvements qui agissent sur tous les corps, & qui leur impriment des

vitesse égales dans la même ligne droite ou dans des parallèles, n'ont aucun effet sur leurs actions mutuelles ou leurs mouvemens respectifs. Ainsi le mouvement des corps s'exécute dans un Vaisseau qui est emporté en avant constamment & uniformément comme si le Vaisseau étoit en repos. Lorsqu'une Flotte est emportée d'un mouvement uniforme, les mouvemens relatifs des Vaisseaux ne sont point altérés par le courant, mais ils sont les mêmes que si la Mer étoit en repos. Le Mouvement de la Terre & de l'Atmosphère autour de son axe, n'a aucun effet sur les actions des Corps & sur les agens qui sont à sa surface, qu'autant qu'il n'est pas uniforme & ne se fait pas en ligne droite. En général les actions des Corps les uns sur les autres ne dépendent pas de leur Mouvement absolu mais du relatif, qui est la différence de leurs Mouvemens absolus lorsqu'ils ont la même direction, & leur somme lorsqu'ils sont mus dans des directions opposées.

17. Aucun Principe n'étant plus universellement accordé que celui-là, ou plus évidemment fondé sur l'expérience commune, nous en avons déduit l'argument suivant contre la nouvelle Doctrine sur les forces des Corps en mouvement, dans une Piece qui remporta le Prix de l'Académie Royale des Sciences de Paris en 1724; nous le rapporterons ici de nouveau à cause de sa clarté & de sa simplicité. Que A & B (*Fig. 13.*) soient deux Corps égaux séparés l'un de l'autre par des ressorts interposés entr'eux (ou de toute autre manière équivalente) dans un Espace EFGH, qui s'avance en même tems uniformément dans la direction BA, suivant laquelle les ressorts agissent avec une vitesse comme 1; & supposons que les ressorts impriment à des Corps égaux A & B des vitesses égales dans des directions opposées qui soient chacune comme 1. Alors la vitesse absolue de A qui étoit comme 1 sera maintenant comme 2, & suivant la nouvelle Doctrine sa force comme 4: au lieu que la vitesse

tesse absolue & la force de B qui étoit comme 1 sera pour lors détruite ; en sorte que l'action des ressorts ajoutée à A une force comme 3 , & retranchée du Corps B son égal une force comme 1 seulement ; cependant il semble que les actions des ressorts sur ces Corps égaux doivent être égales ; (& M. Bernoulli avoue expressément que cela doit être ainsi) : c'est-à-dire des actions égales des mêmes ressorts sur des Corps égaux produiroient des effets très-inégaux , l'un étant triple de l'autre suivant la nouvelle Doctrina ; on pourroit à peine avancer une chose plus absurde dans la Philosophie ou la Mécanique. En général si m représente la vitesse de l'Espace EFGH dans la direction BA , n la vitesse ajoutée à celle de A & soustraite de celle de B par l'action des ressorts , alors les vitesses absolues de A & de B seront représentées par $m + n$ & $m - n$ respectivement , la force ajoutée à A par les ressorts sera $2mn + mn$, & la force retranchée de B sera $2mn - mn$ qui diffèrent de $2mn$. De plus on convient que les actions des Corps les uns sur les autres sont les mêmes dans un Espace qui s'avance d'un Mouvement uniforme , que si cet Espace étoit en repos : mais si l'Espace EFGH étoit en repos , on convient que les forces communiquées par les ressorts aux corps A & B seroient égales ; & suivant la nouvelle Doctrina la force de chacun eut été représentée par mn ; au lieu que la force communiquée à A par les ressorts dans l'Espace EFGH est représentée par $2mn + mn$ & la force retranchée de B sera $2mn - mn$. Ces raisonnemens sont simples & évidens & paroissent les plus convenables au sujet dont il s'agit. Ceux qui soutiennent la nouvelle Doctrina peuvent définir la force de façon que la dispute ne paroisse rouler que sur les mots ; mais comme les termes d'action & de force ont entr'eux une liaison très-intime , c'est sûrement vouloir mettre de la confusion dans les notions que nous avons & dans nos expressions , que de soutenir que des actions égales engendrent ou produisent des

forces inégales dans le même tems ; mais ce qui fait voir évidemment que les Auteurs partisans de cette nouvelle opinion n'ont pas entendu ce qu'ils enseignoient , c'est qu'ils nous disent que la quantité de force absolue est inaltérable par le choc des Corps , & que cela suit si évidemment de l'égalité de l'action & de la réaction qu'on ne feroit que le rendre plus obscur en voulant le démontrer. Car il paroît delà qu'ils entendent que des changemens égaux sont produits dans les forces des Corps , en conséquence de l'égalité de l'action & de la réaction ; & cependant il est évident parce que nous avons démontré que les changemens produits dans les forces des Corps sont très-inégaux suivant cette nouvelle Doctrine , quoique l'action & la réaction qui les produisent soient égales. Il semble que ce fut par une méprise que M. Leibnitz se trouva le premier engagé à soutenir cette nouvelle Doctrine en 1686 ; & de même quelques-uns de ses Disciples paroissent l'avoir adoptée témérairement sans avoir fait attention aux conséquences.

18. Dans la Théorie du Mouvement entendue comme il faut , les mêmes Loix qui servent à comparer , composer ou résoudre les Mouvements , sont également observées par les Pressions ; c'est-à-dire les Puissances qui engendrent le Mouvement ou qui tendent à le produire : car les forces ne sont autre chose que les sommes de ces Pressions accumulées dans les Corps , en conséquence de l'action continuée des Puissances pendant un tems fini ; & les Pressions sont considérées comme des forces infiniment petites , ou comme les élémens dont les forces sont produites ; cette Théorie du Mouvement reçoit un nouveau lustre & une nouvelle évidence de ce que les mêmes Loix sont observées par les Pressions & les Mouvements. Lorsqu'une force est produite dans un Corps par la réunion d'autres forces ou impulsions , celle qui est produite dans quelque direction , doit être égale à la somme de celles qui sont toutes employées

& consommées, dans cette direction, en la produisant; & si la force est produite par une action continuelle successive, le Mouvement produit doit être égal à la somme des Pressions employées à le produire. De même si le Mouvement est détruit par la résistance de quelque Puissance opposée, il doit être égal à la somme de toutes les actions qui le détruisent entièrement. D'un autre côté l'intensité de la Puissance, qui produit le mouvement dans un Corps, est proportionnelle à l'augmentation de la force qu'elle engendre dans un tems donné, & l'intensité de la Puissance qui résiste ou détruit le mouvement, est mesurée par la diminution de la force produite dans un tems donné; puisque l'augmentation du mouvement dans le premier cas & la diminution dans le second, sont les effets complets de la puissance, qui est supposée d'une nature à se renouveler à chaque instant, & à faire agir toute son influence tout à la fois. En général l'intensité de quelque Puissance qui produit ou détruit le mouvement est plus grande, à proportion que le changement de vitesse, produit dans la direction de cette Puissance, est plus grand, & que le tems dans lequel ce changement est produit, est moindre, si l'intensité de la Puissance persiste uniforme durant ce tems: mais si la Puissance varie, son intensité à un terme donné du tems, doit être mesurée par le changement de vitesse qui auroit été produit, dans un tems donné, par la Puissance continuée uniformément pendant ce tems.

19. La Pression ou la Puissance qui produit le mouvement dans un Corps, est en raison composée de la quantité de matiere contenue dans le Corps, & de la vitesse qu'elle lui imprimeroit dans un tems donné, si elle étoit continuée uniforme pendant ce tems; & ces Pressions sont toujours égales dans deux Corps, lorsque leurs quantités de Matiere sont réciproquement comme ces vitesses, c'est-à-dire, lorsque l'in-

tenfité de la Puiffance qui agit fur le plus grand Corps A, eft moindre que l'intenfité de celle qui agit fur le plus petit Corps B, dans la même proportion que B eft moindre que A. Si deux corps tirés ou poulfés par de telles Puiffances, dans des direCTIONS oppofées, font en contact, aucune des Puiffances ne prévaudra, & il n'y aura point de Mouvement produit. Pareillement, fi deux Corps qui fe meuvent avec des vitelfes réciproquement proportionnelles à leurs quantités de Matière, fe rencontrent avec des direCTIONS oppofées, leurs Mouvements fe détruiront l'un l'autre, fi ce font des corps mous; ou s'ils font fi parfaitement durs, que leurs parties foient absolument inflexibles, ils s'arrêteront tous deux après le choc; mais s'ils ont quelque élasticité, ils rejailliront avec des mouvements égaux. Ainfi il y a une harmonie parfaite entre les Loix des Preffions ou des Puiffances, & celles des mouvements ou des forces produites par ces Puiffances; comme en général il doit y avoir une analogie entre les Puiffances, qui produifent quelque effet, & les effets eux-mêmes qui font produits. Mais cette harmonie eft entièrement perdue quant aux forces des corps, fuivant la nouvelle Doctrine; car fuivant cette opinion, lorsque la vitelfe eft finie, quelque petite qu'elle foit, la force fe mefure par le quarré de la vitelfe. Mais lorsque la vitelfe eft infiniment petite (ainfi que le prétendent les Partifans de la nouvelle Doctrine) en conféquence de la première impulfion de la Puiffance qui produit le Mouvement, la force eft fimplement comme la vitelfe; & nous ne pouvons nous empêcher de remarquer que ce changement foudain de la Loi, ne paroît pas être compatible avec le principe favorable de *continuité*, fôûtenu avec tant de zele par les mêmes Philofophes. Suivant la même opinion, les forces qui fe contrebalancent réciproquement, avec des direCTIONS oppofées, & qui détruiſent leurs effets

mutuels, peuvent être inégales en quelque raison donnée; & lorsque les Corps se rencontrent avec des forces égales dans des directions opposées, ils ne se soutiennent pas pour cela mutuellement, mais celui qui a la plus grande vitesse, l'emporte sur l'autre. Que V désigne la vitesse de A , & v la vitesse de B ; alors $A \times V$ exprimera le mouvement ou la force de A , & $B \times v$ le mouvement ou la force de B ; en sorte que ces mouvemens sont égaux, lorsque $A \times V = B \times v$, c'est-à-dire, lorsque V est à v , comme B est à A : & c'est le cas dans lequel l'expérience constante nous apprend que les Mouvements se soutiennent réciproquement, pourvu que leurs directions soient opposées. Mais suivant la nouvelle opinion la force de A est mesurée par $A \times VV$, & la force de B par $B \times vv$ qui sont l'une à l'autre dans la même proportion que V est à v , dans le cas présent, parce que nous supposons $A \times V = B \times v$. Ces forces donc, suivant la nouvelle Doctrine, sont si éloignées d'être égales, que la force de A est moindre que celle de B , à proportion que V est moindre que v , ou B moindre que A ; en sorte que, suivant cette opinion, une force pourra soutenir, ou même surmonter une force 1000 fois plus grande qu'elle, ou qui la surpasse en une proportion assignable quelconque. Suivant la même doctrine, les forces de A & de B sont égales, lorsque $A \times VV = B \times vv$, c'est-à-dire par exemple, lorsque A étant quadruple de B , la vitesse de B est double de la vitesse de A ; dans lequel cas la quantité de Mouvement, ou le moment de A est double de celui de B ; & le mouvement de A se trouve par l'expérience plus que suffisant, pour soutenir le mouvement de B . Les Partisans de la nouvelle opinion, ont pris beaucoup de peine, pour tâcher de concilier leur Théorie avec l'Expérience; mais si le Lecteur prend la peine d'examiner leurs raisonnemens, il verra combien ils sont peu

20. Que les Corps A & B (*Fig. 14.*) en s'approchant l'un de l'autre , compriment des ressorts égaux & semblables , placés entr'eux , jusqu'à ce que par la réaction de ces ressorts , leurs mouvemens soient détruits. M. Bernouilli avoue expressément que les actions des ressorts sur ces Corps , sont constamment égales entr'elles , & cependant il soutient qu'elles détruisent une force en B plus grande que la force de A , dans la même proportion que le Corps A , est plus grand que B , ou (C étant le centre de gravité de A & de B) que CB est plus grand que CA. Il soutient donc que des pressions ou actions de ressorts égales , produisent dans le même-tems , des forces qui peuvent être inégales en toute raison assignable ; ce qui répugne aux notions les plus évidentes que nous sommes capables de former de l'action & de la force , & ne sert qu'à introduire des façons de parler mystérieuses ou obscures dans la Théorie du Mouvement , sans aucune nécessité. Si nous supposons que le Corps A comprime les ressorts de A en C , alors le corps B comprimera tous les ressorts de B en C , dans le même degré & dans le même tems ; & de-là il infere que la force de A est à la force de B , dans la même proportion que le nombre des ressorts de C en A , au nombre de ressorts de C en B. Mais puisque le mouvement , la force , ou l'effet de quelque'espece qu'il soit , produit ou détruit dans A ou B , dépend de l'action immédiate qui produit l'effet , & en dépend uniquement ; & puisque dans ce cas les actions des ressorts sur les Corps A & B , sont celles qui détruisent leurs mouvemens ; enfin puisque M. Bernouilli convient que les actions des ressorts sur ces corps sont égales ; n'est-il pas évident que les forces , détruites par ces ressorts dans le même-tems , doivent être égales ? Et n'est-il pas aussi manifeste , que les forces qui sont

produites ou détruites dans les Corps, doivent être mesurées par les efforts, avec lesquels les ressorts agissent sur les Corps, en produisant cet effet, & non pas par le nombre des ressorts? C'est le dernier ressort seulement, qui est en contact avec le Corps, qui agit sur lui, les autres ne servant qu'à le soutenir dans son action; en sorte que tout le changement produit dans le Corps, de quelque nom qu'il soit appelé, doit être déterminé par l'action de ce dernier ressort seulement, & ce n'est qu'à lui seul qu'on doit avoir égard dans le calcul, en raisonnant juste. S'il eut défini la force par le nombre de ressorts égaux & semblables, qui, par un degré donné d'expansion ou de compression, la produisent ou la détruisent; ces expressions nouvelles & confuses, auroient trouvé de justes oppositions, comme absolument impropres, & ne tendant qu'à embrouiller & obscurcir la Théorie du Mouvement, qui étoit auparavant très-claire & très-évidente: mais alors cette dispute n'eût eu principalement rapport qu'aux mots & aux termes de l'Art, & les erreurs dérivées de leur Doctrine, n'eussent pas été si dangereuses. Mais il n'adopte point cette définition de la force.

21. Lorsqu'un Corps descend par sa gravité, le mouvement produit peut-être considéré comme la somme des impulsions uniformes & continuelles accumulées dans le Corps, durant le tems de sa chute. Et lorsqu'un Corps est jetté perpendiculairement en haut, son mouvement peut être considéré comme équivalent à la somme des impulsions de la même Puissance, jusqu'à ce qu'elles le détruisent. Lorsque le Corps est jetté en haut avec une vitesse double, ces impulsions uniformes doivent continuer durant un tems double, pour pouvoir détruire le mouvement du corps; & de-là il suit, qu'un Corps jetté avec une vitesse double, & montant pendant un tems double, doit s'élever à une hauteur quadruple, avant que son mouvement

soit épuisé. Mais cela prouve qu'un Corps avec une vitesse double, se meut avec une force double, puisqu'elle est produite ou détruite par la même Puissance uniforme, continuée pendant un tems double, & non pas avec une force quadruple, quoiqu'il s'éleve à une hauteur quadruple. Ce fut cependant, sur cet Argument, que M. Leibnitz fonda d'abord cette Doctrine; & les preuves qui depuis ont été tirées des enfoncemens produits dans des substances molles, par des Corps qui y tombent, sont du même genre & de la même force. On ne doit pas mesurer les causes par tous les effets qu'elles produisent, pris sans aucun choix ou jugement, & sans avoir égard aux circonstances. Les Mouvements & les forces ne doivent pas être mesurés par les effets produits, sans égard aux tems & aux directions de ces Mouvements, suivant les principes de Géométrie & de Mécanique. En Géométrie nous jugeons des Touts, en comparant leurs parties ou les Elemens dont ils sont produits, & en Mécanique, nous ne pouvons avoir de meilleure Méthode de juger des Mouvements ou des forces, que par les Puissances qui les produisent. Le Mouvement, ou la force d'un corps, a une analogie beaucoup plus simple & plus claire, avec la Puissance qui le produit, qu'avec l'Espace qu'il parcourt dans la terre glaise, ou tout autre milieu résistant.

22. Le principe, que la cause doit être mesurée par son effet, est un de ceux qui seroit le plus propre à nous induire en erreur, en Métaphysique, & en Physique, si on l'appliquoit d'une maniere vague & confuse, sans les précautions suffisantes. Ceux qui soutiennent la nouvelle opinion, ou du moins quelques-uns d'eux, définissent la force, cette Puissance d'agir; dans un Corps, qui doit être mesurée par son effet total, jusqu'à ce que son mouvement soit détruit. Cette Définition est aussi adoptée par quelques Philosophes, qui

qui voudroient représenter cette dispute, comme roulant uniquement sur les mots. Mais les mêmes Auteurs nous disent pareillement que la force est proportionnelle aux nombres de ressorts qu'elle peut bander avant que d'être détruite; & ils l'avancent sans preuve, comme une Définition ou un Axiome. S'ils se contentoient de cette dernière opinion seulement, nous accorderions que la dispute seroit de peu d'importance, si ce n'est que ces libertés tendroient à confondre les notions que nous avons de l'action & du mouvement des Corps, comme il a été remarqué ci-dessus. Mais tandis qu'ils prétendent que la force, définie comme il leur plaît, doit être considérée comme la cause des effets produits par le Mouvement, & qu'elle doit être mesurée par ces effets, la dispute ne paroît plus consister simplement en mots. M. le Chevalier Newton, dans sa seconde Loi du Mouvement, nous fait voir que la force imprimée, étant considérée comme la cause, le changement de mouvement qu'elle produit, est l'effet qui mesure la cause, & non pas l'Espace parcouru contre l'action d'une Gravité uniforme, ni les enfoncemens produits par le Corps tombant dans la terre glaise. Cette Loi du Mouvement est le plus sûr guide que nous puissions suivre, en déterminant les effets par leurs causes, ou réciproquement les causes par leurs effets.

23. L'harmonie qui est entre les Loix des Pressions ou Puissances, qui produisent le Mouvement, paroît dans un plus grand jour lorsqu'on considère leur composition, & leur résolution. Les Puissances agissant dans les directions AB & AD, (Fig. 4.) proportionnelles à ces lignes droites, se combinent en une Puissance qui agit dans la direction de la diagonale AC, & qui se mesure par AC. Parce que AC est moindre que $AB + AD$, la Puissance composée de AB & de AD, est toujours moindre que ces Puissances elles-

mêmes; on le démontre aisément, en résolvant la puissance AB en AM & AN, (*Fig. 5.*) & la puissance AD en AK & AL; dont AN & AL sont égales & opposées, & détruisent mutuellement leur effet, en sorte qu'il reste AM+AK, ou AC, pour la mesure de cette Puissance composée. Les Partisans de la nouvelle Doctrine, conviennent avec nous de ces principes sur les Puissances & les Pressions; mais ils raisonnent d'une manière toute différente dans la composition & la résolution des Forces. Lorsque l'angle BAD est droit, la force composée est égale à la somme des forces AB & AD, suivant eux; & il n'y a aucune force perdue, malgré les directions opposées des forces AL & AN; quoiqu'il ne soit pas aisé de concevoir pourquoi cet effet n'auroit pas lieu dans la composition des forces, aussi-bien que dans celle des Puissances ou Pressions. Lorsque l'angle BAD (*Fig. 15.*) est aigu, le carré de la diagonale AC, excédant la somme des carrés de AD & DC (*Euclid. 12. 2.*) ou de AD & AB, les deux forces dans les directions AD & AB doivent composer, suivant la nouvelle Doctrine, une force AC plus grande que leur somme. Maintenant cela paroît directement contradictoire au principe Métaphysique, sur lequel ils insistent tant, que l'effet est proportionnel à la cause qui le produit; car dans ce cas, l'effet est plus grand que la cause; il semble que cela est aussi absurde en Mécanique, que si on prétendoit en Géométrie, que deux quantités réunies, produisent une quantité plus grande que leur somme. Lorsqu'on leur a fait cette objection, ils y ont donné une réponse (a) qui mérite d'être rapportée comme un exemple de leur façon de résoudre les difficultés: ils disent seulement, " qu'il ne suit aucune absurdité " de la nouvelle opinion, qui, en mesurant les forces,

(a) Voyez Desaguliers *Cours de Philosophie expérimentale*, vol. 2, à

la note qui est au bas de la page 721 en Anglois.

non par les *momens*, mais par les quarrés des vitesses, « conclud que dans le cas où l'angle DAB est aigu, le « quarré de AC (qui est la force composée) est plus « grand que les quarrés de AB & de AD, la somme de « ce qu'ils appellent les forces composantes. »

24. Pour ajouter encore plus d'éclaircissement, supposons que le corps élastique A (Fig. 16.) reçoive sa force, dans la direction AB, du corps élastique égal H, & sa force, dans la direction AD, du Corps élastique égal G, en même-tems. Suivant les Défenseurs de la nouvelle Doctrine, les forces de H & de G sont communiquées au corps A, par des degrés infiniment petits, ou par une succession non interrompue de Pressions, & la force totale communiquée à A, est la somme des effets de ces Pressions. Maintenant la Pression ou la force infiniment petite, imprimée à chaque instant sur A, est moindre que la somme des Pressions produites en cet instant par H & par G, à proportion que AC, est moindre que $AB + AD$, comme on l'accorde de part & d'autre. Donc la somme de toutes les Pressions, ou la force imprimée sur A, doit être moindre que la somme de toutes les Pressions, ou que celle des forces produites par H & par G, dans la même proportion de AC à $AB + AD$; c'est-à-dire, les forces de A, H, G, doivent être comme les lignes AC, AB, & AD, & non pas comme leurs quarrés. Il n'est pas possible de concevoir, que tandis que la force de A est produite par la collection des pressions, ou des forces infiniment petites, qu'il reçoit à chaque instant des actions de H & de G, & que chacune de ces pressions, ou forces infiniment petites, est moindre que la somme des actions de H & de G qui les produisent, la force totale de A excédât cependant la somme de toutes les actions ou forces de H & de G. Je parle ici de forces infiniment petites, pour me prêter autant qu'il est possible, au style des Partisans

de la nouvelle opinion. Ils ne donnent (a) à cela d'autres réponses, si non que ce que nous appellons Forces, doit être appelée *Momens*. Mais ils ne prétendent pas expliquer comment les forces infiniment petites, imprimées sur le corps A, dans la direction AC, viennent à produire une force finie, beaucoup plus grande que leur somme totale; ou comment l'effet seroit si éloigné d'être proportionnel à la cause; principe Métaphysique qu'ils semblent adopter ou rejeter, suivant qu'ils y trouvent leur avantage. Si nous supposons que l'angle BAD soit infiniment aigu, les mêmes forces, suivant la nouvelle opinion, produiront une force en A, qui excédera leur somme, autant que le quarré de $AB+AD$, excéde la somme des quarrés de AB & de AD; en sorte que si AD est égale à AB, elles produiront alors en A, une force double de leur somme; car dans ce cas, le quarré de $AB+AD$, sera égal au quarré de $2AB$, c'est-à-dire à $4AB^2$; quoique les deux forces égales qui sont supposées la produire, prises ensemble, ne valent que $2AB^2$, suivant leur propre calcul, en sorte que dans cette supposition, une cause produit un effet de même espèce double d'elle-même. On a répondu (b) à cela que, suivant la nouvelle opinion, un double *Moment* peut produire un effet quadruple, si la vitesse est double. Mais sûrement l'Auteur qui a donné cette réponse, n'a pas fait attention à l'objection; car ce que nous avons prouvé, n'est pas qu'un Moment double produit un effet quadruple, mais qu'une force double suivant leur propre notion & leur calcul, produit une force quadruple, suivant le même calcul. Et en vérité le résultat des réponses qu'ils ont faites aux absurdités déduites de leur opinion favorite, revient à ceci, que, ce ne sont pas des absurdités, parce que leur nouvelle doctrine oblige de les admettre.

(a) Ibid pag. 73, dans la dernière note.

(b) Ibid, pag 74. dans les notes.

25. La résolution des Puissances ou Pressions, est une conséquence nécessaire de leur composition. Comme il se perd du Mouvement dans la composition, il s'en acquiert aussi nécessairement dans la résolution du Mouvement ; & comme on accorde cela des mouvemens & des Puissances qui les produisent, il ne peut y avoir de bonnes raisons, pour ne pas l'accorder des effets de ces Puissances, ou de la force de Corps. Les mêmes raisons qui prouvent une augmentation dans le premier cas, prouvent avec la même évidence, qu'on doit aussi convenir d'une augmentation dans le second. Qu'un corps C (*Fig. 17.*) qui se meut dans la direction DC, diagonale du Parallelogramme CLDK, frappe le Corps égal A obliquement, enforte qu'il le pousse dans la direction CA continuation de CK, & en même-tems le Corps égal B, dans la direction CB continuation de CL; le corps A avancera dans la ligne droite CA, le corps B dans la direction CB, continuation de CL, & C leur ayant communiqué toute la force s'arrêtera. On ne fera pas étonné que les mouvemens & les forces de A & de B excèdent le mouvement ou la force de C, si on considère que C communique le mouvement entier ou la force CK au Corps A, & le mouvement entier ou la force CL à B, que la résistance ou inertie de A réagissant sur C, non dans la direction de son mouvement CD, mais dans la direction CK qui lui est oblique, le mouvement absolu ou la force de C, dans la direction DC, n'est pas autant diminuée par cette réaction, que si elle étoit directement opposée au mouvement de C; car aucune Puissance ou résistance, ne peut produire un effet si grand dans toute autre direction, que dans celle dans laquelle elle agit. De la même manière, la réaction de B, détruit le mouvement ou la force LC dans le corps C, dans la direction suivant laquelle B réagit; mais non pas un mou-

vement ou une force si considérable dans la direction DC, à laquelle sa réaction est oblique: & ainsi il paroît que le mouvement ou la force de C, dans la direction DC, doit nécessairement être moindre que la somme des mouvemens ou des forces des corps A & B, dans leurs directions respectives. Si on objectoit que dans ce cas le mouvement de C, dans la direction DC, est la cause des mouvemens de A & de B, dans les directions CA & CB, en sorte qu'une cause produit des effets, dont la somme est plus grande qu'elle même: Pour répondre à cela, nous avons déjà observé, que comme on l'accorde de part & d'autre, des mouvemens & des pressions, il ne peut être absurde de l'accorder aussi des forces, mais que cela doit y avoir lieu pour les mêmes raisons. De plus; nous devons observer qu'en conséquence de l'inertie du Corps, il résiste non-seulement à tout changement de son mouvement, mais aussi à tout changement dans la direction de ce Mouvement; & que lorsque l'action des Corps l'un sur l'autre, n'est pas en ligne droite, on doit avoir égard aux effets produits par ces deux résistances. Supposons que le corps C frappe d'abord A, alors la réaction de A a un effet double; elle retranche une partie du mouvement ou de la force de C, & en même-tems elle produit un changement dans la direction de C; & la réaction de A, (qui est égale au mouvement ou à la force qu'il reçoit) ne doit pas être estimée par un de ces effets seulement, mais par tous les deux conjointement. Après que le Corps C a frappé A, il avance dans la ligne droite CB, avec un mouvement ou une force, comme CL, & heurtant directement contre B, il communique tout son mouvement ou sa force à B, qui réagit directement contre lui. Nous avons supposé les Corps C, A & B parfaitement élastiques, pour nous conformer aux suppositions de nos Adversaires,

quelques-uns desquels se restraignent dans leurs recherches, à cette seule espece de Corps.

26. Si on substitue des ressorts à la place des Corps A & B, & que leurs résistances soient mesurées par CK & CL, il paroîtra de la même maniere, que les résistances de ces ressorts ne sont pas les vraies mesures de la force du Corps C, mais que prises ensemble, elles la doivent excéder; car le ressort A agit au désavantage du mouvement ou de la force de C. Il a tout son effet dans la direction CK, dans laquelle il résiste; mais son effet n'est pas si grand dans la direction CD, qui est oblique à celle dans laquelle il agit. Si le ressort A agissoit avec le même avantage que B, ils produiroient ensemble un plus grand effet, que dans la situation où ils sont dans la figure; & par conséquent, les plus grandes résistances qu'ils sont capables d'opposer, prises ensemble, doivent excéder la force du Corps C. Ainsi il paroît que cet Argument confirme notre Doctrine, au lieu de la renverser, & que ceux qui l'ont avancé, supposoient que ces forces étoient égales, qui suivant les principes connus de Mécanique sont fort inégales. Si l'on demandoit ce que devient l'excès de la force du ressort A, sur ce qui est détruit de la force de C? On répondroit qu'il n'est pas sans son effet; car la direction du Corps est changée de la ligne DC, dans la ligne droite CB; & aucun Principe soit en Métaphysique, soit en Mécanique, ne nous apprend que cet effet doive être négligé, en comparant dans ce cas la cause & les effets. Au contraire, on peut donner plusieurs exemples où une force est employée à produire un changement dans la direction du Mouvement d'un Corps seulement, sans l'accélérer ou le retarder. La force qui suffit pour élever un Corps perpendiculairement à l'Horizon, à une distance double du centre de la Terre, est égale à celle qui, imprimée dans une direction horizontale,

le, l'emporteroit continuellement dans un cercle autour de la Terre, en faisant abstraction de la résistance de l'air; comme il paroît par la Théorie de la Gravité; & cependant la premiere ne surmonteroit que pour un certain tems, la résistance qui provient de la gravité du Corps, au lieu que l'autre surmonteroit cette résistance pour toujours, sans aucune diminution de Mouvement. Dans le premier cas, la gravité du Corps agiroit directement contre sa force; dans le second, elle agiroit dans une ligne perpendiculaire à la direction de son Mouvement: dans la premiere supposition, l'action de la Gravité est entierement employée à détruire la force du Corps; dans la dernière, à changer seulement sa direction. Les Argumens, en faveur de la nouvelle opinion, tirés de la résolution du Mouvement, paroissent à la premiere vûe les plus plausibles qui ayent été faits à ce sujet; mais les Observations que nous avons présentées, convaincront un Lecteur impartial, qu'au lieu de détruire la Doctrine commune, ils ne font que la confirmer. De même que dans d'autres exemples, les Partisans de M. Leibnitz, négligent la considération du tems, en raisonnant sur la force des Corps; ainsi nous trouvons ici qu'ils n'ont pas eu égard, comme ils le devoient, aux directions des Mouvements & des forces, en estimant & comparant leurs effets; cependant ces directions ne sont pas, en Mécanique, de moindre importance que les Mouvements ou les forces mêmes.

27. Nous avons fort insisté sur ces Observations; parce qu'elles mettent la Théorie du Mouvement dans un jour très-clair. Les disputes sur les Propositions élémentaires d'une Science, nous procurent souvent cet avantage, qu'on les examine avec plus de soin, & que lorsqu'on les trouve justes, on les éclaircit, & on ne les entend que mieux, pour avoir été disputées. Nous ne pouvons cependant abandonner ce sujet, sans rap-
porter

porter une Expérience faite par l'ingénieux & exact M. Graham à qui les Sciences Mécaniques sont si redevables. Il prépara un Pendule qui avoit une cavité capable de recevoir un autre Corps d'un poids égal, au plus bas point de sa vibration ; & lorsque le Corps y fut placé, il trouva que la vitesse de cette masse double étoit précisément la moitié de celle que le Pendule avoit auparavant ; d'où il paroît que la même force produit dans une quantité double de Matière la moitié seulement de la vitesse ; ce qui est conforme à la doctrine commune, mais qui répugne directement à la nouvelle, sur les forces des Corps en Mouvement. Plusieurs Sçavans ont écrit des dissertations ingénieuses contre cette nouvelle Doctrine, auxquelles nous renvoyons le Lecteur qui souhaite de voir cette matière traitée plus au long (a). On prétend que cette Doctrine nous met en état de résoudre des Problèmes d'une manière fort aisée, qui sans cela sont d'une grande difficulté ; mais en rejetant les Corps durs & inflexibles, on a plus perdu que gagné à cet égard, comme nous l'avons fait voir ailleurs, & comme il paroîtra dans la suite, lorsque nous viendrons à déterminer plus particulièrement les effets du choc des Corps.

28. C'est parce que l'action & la réaction sont toujours égales, que les actions mutuelles des Corps n'ont point d'effet sur le Mouvement du centre commun de Gravité du Système auquel ils appartiennent. S'il y avoit une action dans un Système de Corps qui n'eût pas une réaction contraire & égale correspondante, elle changeroit l'état du centre de Gravité du Système & troubleroit son mouvement : & réciproquement, si on accorde que l'état du centre de Gravité d'un Système n'est pas dérangé par les actions des Corps les uns sur les au-

(a) Comme une Piece de l'Illustre M. DE MAIRAN dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences

1728. Différentes Dissertations du Docteur Jurin, Transactions Philosophiques, &c.

tres qui sont ses parties, nous concluons que leurs actions sont mutuelles, égales, & dans des directions contraires. On trouvera donc qu'il est conforme au cours des choses & à l'expérience continuelle, que la troisième Loi du Mouvement soit étendue généralement à toutes les sortes de Puissances qui ont lieu dans la Nature; celles d'*Attraction* & de *Répulsion* aussi bien que les autres, (& que ce n'est pas une supposition introduite arbitrairement par le Chevalier Newton;) puisqu'on voit que ces Puissances ne dépendent pas moins des Corps qui *attirent* ou *repoussent* que de ceux qui sont *attirés* ou *repoussés*. Nous trouvons que l'Aiman attire le Fer, & que le Fer attire l'Aiman avec une force égale : & parce qu'ils s'attirent l'un l'autre également, ils restent en repos lorsqu'ils viennent au contact. Si une montagne par sa gravité pressoit sur la Terre, & que la Terre ne réagit pas également sur la montagne; alors celle-ci emporteroit nécessairement la Terre devant elle par sa Pression, avec un mouvement accéléré à l'infini. On doit dire la même chose d'une pierre, ou de la moindre partie de la Terre aussi bien que d'une montagne. Les corps agissent sur la Lumière à proportion de leur densité, *cæteris partibus*, en la rompant lorsqu'elle les pénètre, & réciproquement la Lumière agit sur les Corps en les échauffant & mettant leurs parties en mouvement. Cette égalité d'action & de réaction a lieu si généralement, que lorsqu'un nouveau Mouvement est produit par quelque Puissance ou quelque agent dans la Nature, il y a toujours un mouvement correspondant égal & opposé produit par sa réaction en même tems, ou quelque mouvement égal dans la même direction détruit. Lorsqu'un Corps est lancé par une Machine, la Machine réagit avec une force égale sur la Terre & sur l'Air. Si cette Loi n'étoit pas observée, l'état du centre de Gravité de la Terre seroit dérangé par toute action ou impulsion de chaque Puissance qui

agiroit sur ce Globe ; mais à raison de cette Loi , l'état du centre de gravité de la Terre & le cours général des choses sont conservés indépendants de tous les Mouvements qui peuvent être produits à la surface, près de la surface, ou dans les entrailles de la Terre. Par la même loi, l'état des Systèmes particuliers des Planètes, & le repos du Système général persévèrent sans que les actions des agens quels qu'ils soient y pussent causer aucun dérangement. Nous devons donc convenir que dans les Puissances attractives & répulsives qui ont lieu dans la Nature, de quelque sorte de cause qu'elles puissent provenir, l'action & la réaction sont toujours égales ; & puisque cette Loi a lieu dans toutes sortes de Mouvements causés par l'impulsion, nous serions fort surpris si nous trouvions des Philosophes qui expliquent les Puissances par l'impulsion, portés à la revoker en doute. Cette Loi est également observée même dans les mouvemens produits par des agens volontaires & intelligens : car quoique le Principe de Mouvement soit dans ces agens au-dessus du Méchanisme, cependant les instrumens dont ils sont obligés de se servir dans leurs actions, lui sont autant soumis que cette Loi l'exige. Lorsqu'une personne lance une pierre, par exemple, en l'air, elle réagit en même tems sur la Terre avec une force égale, & par là le centre de gravité de la Terre & de la pierre persévère dans le même état qu'auparavant. La nécessité de cette Loi pour conserver la régularité & l'uniformité de la Nature, méritoit bien l'attention de ceux qui ont donné des Traités si complets & si utiles sur les causes finales, s'ils l'avoient remarquée.



CHAPITRE III.

Des Puissances Mécaniques.

1. **L**A connoissance de la Mécanique est une de ces choses qui contribuent le plus à distinguer les Nations civilisées des Barbares. C'est d'elle que les ouvrages de l'Art tirent leur principale beauté & leur mérite ; sans son secours nous ne pourrions faire que très-peu de progrès dans la connoissance des ouvrages de la Nature. C'est cette Science qui nous apprend à retirer le plus grand avantage des Puissances ou des Forces qui existent dans la Nature , & à rendre utiles aux differens desseins de la vie les mouvemens des Elémens , l'Eau , l'Air & le Feu , lorsque l'industrie & les matériaux pour les instrumens nécessaires ne manquent pas. Quelque foible que paroisse la force de l'homme destitué de cet Art , il n'y a presque aucune entreprise qui soit au-dessus de lui lorsqu'il en est secouru. C'est une Science susceptible de l'évidence la plus rigoureuse , & qu'il est de la dernière importance d'établir sur ses vrais Principes , & de cultiver avec le plus grand soin.

M. le Chevalier Newton la distingue en Mécanique *pratique* & Mécanique *rationnelle* ; la première traite des Puissances mécaniques à sçavoir du *Levier*, de l'*Axe* & de la *Roue* , de la *Poulie* , du *Coin* , de la *Vis* , du *Plan incliné* & de leurs différentes combinaisons. Les Mécaniques rationnelles renferment toute la Théorie du Mouvement ; & enseignent lorsque les Puissances ou les Forces sont données , comment on doit déterminer les Mouvemens qu'elles produisent , & réciproquement lorsque les Phénomènes des Mouvemens sont donnés , comment on doit rechercher les Puissances ou les Forces dont ils sont les effets. Ainsi il paroît que toute la Philosophie

naturelle après la description des Phénomènes de la Nature n'est presque qu'une juste application des Mécaniques rationnelles à ces Phénomènes; en remontant de ces derniers aux Puissances qui opèrent dans la Nature, nous procédons par analyse; & en déduisant les Phénomènes des Puissances ou des causes qui les produisent, nous employons la Méthode de Synthèse. Mais dans l'un & l'autre cas pour procéder avec certitude, & faire les plus grands progrès, il est nécessaire d'établir auparavant avec toute la clarté possible les Principes de cet Art comme les fondemens de tout l'ouvrage, nous avons déjà examiné l'inertie ou la nature passive du Corps, suivant laquelle il persévère dans son état de mouvement ou de repos, reçoit aussi du mouvement à proportion de la force imprimée, & résiste à raison de la résistance qu'il éprouve lui-même. C'est le résultat des trois Loix générales du Mouvement desquelles avec leurs Corollaires généraux démontrés dans le dernier Chapitre, nous allons maintenant déduire les Principes de Mécanique. De même que ces Loix & leurs Corollaires ont lieu, quoique les causes du Mouvement, la nature de la force imprimée ou de la résistance nous soient inconnues, ou du moins nous paroissent fort obscures; ainsi l'obscurité de la nature & de la cause de la Puissance qui produit les mouvemens, ne nous empêche pas de découvrir ses effets en Mécanique avec une évidence suffisante, pourvu que nous puissions soumettre son action à une juste mesure: & nous sçavons en effet que des personnes qui ne se sont pas donné la peine de rechercher la cause de la Gravité, ont cependant inventé d'excellens moyens pour lever des Poids & surmonter leurs résistances.

2. En traitant des Machines mécaniques nous considérerons toujours le *Poids* qui doit être élevé, la *Puissance* par laquelle il est élevé & l'*Instrument* ou la Machine qui doit servir à cet effet. Il ya deux Problèmes

principaux qui doivent être résolus en traitant de chacune de ces Machines. Le premier est « de déterminer » la proportion que la Puissance ou le Poids doivent avoir entre eux, afin qu'ils puissent se soutenir exactement l'un l'autre, ou être en équilibre. » Le second est « de déterminer qu'elle doit être la proportion de la Puissance & du Poids entre eux, afin qu'ils puissent produire *le plus grand effet possible, dans un tems donné.* » Tous ceux qui ont écrit de la Mécanique traitent du premier de ces Problèmes; mais il y en a peu qui aient parlé du second, quoique dans la pratique il ne soit pas moins utile que l'autre. Quant au premier il y a une règle générale uniforme qui a lieu dans toutes les Puissances, qui est fondée sur les Loix du Mouvement, & fait une autre preuve de la beauté & de l'harmonie qui résultent de la simplicité de la Théorie du Mouvement exposée dans le dernier Chapitre. Supposons que la Machine soit en mouvement, on réduit d'abord les vitesses de la Puissance & du Poids aux directions respectives dans lesquelles elles agissent, & on voit quelle est la proportion de ces vitesses; alors si la Puissance est au Poids comme la vitesse du Poids est à la vitesse de la Puissance, ou ce qui revient au même, si la Puissance multipliée par sa vitesse donne le même produit que le Poids multiplié par sa vitesse, c'est le cas dans lequel la Puissance & le Poids se soutiennent mutuellement en équilibre; ensorte que l'un ne l'emporteroit pas sur l'autre si la Machine étoit en repos; & si elle se trouvoit en mouvement, elle continueroit de se mouvoir uniformément, si ce n'étoient le frottement de ses parties & plusieurs autres résistances. Ce Principe à une parfaite analogie à celui par lequel nous avons déterminé en général (*Chap. 2. §. 19*) l'égalité des mouvemens ou des forces des Corps. Car comme les mouvemens des Corps sont égaux & détruisent réciproquement leurs effets, si leurs directions sont contraires, lorsque le

premier est au second comme la vitesse du second est à la vitesse du premier, la plus grande vitesse du plus petit Corps compensant exactement sa quantité moindre de Matière; de même les actions des Puissances & des Poids sont égales & détruisent mutuellement leurs effets sur la Machine, lorsque la Puissance est au Poids comme la vitesse du Poids est à la vitesse de la Puissance. Mais quoiqu'il soit utile & satisfaisant d'observer avec quelle uniformité ce Principe a lieu dans les Machines de toute espece partout où il y a équilibre; cependant il ne seroit pas juste de se reposer de l'évidence d'une Doctrine si importante sur une preuve pareille. C'est pourquoi nous démontrerons la Loi de l'équilibre dans le *Levier*, qui est le fondement de toutes les autres propositions de ce genre en Mécanique, par une nouvelle Méthode qui nous paroît fondée sur les Principes les plus clairs & les plus évidens: nous y joindrons la démonstration que M. le Chevalier Newton a donnée de la même Loi, & celle qui est attribuée à Archimede.

3. En premier lieu il est évident, que si des Puissances égales agissent à des distances égales de differens côtés du point d'appui, ou du centre du mouvement, avec des directions opposées & paralleles l'une à l'autre, elles auront le même effet. Ainsi AB (*Fig. 18.*) étant divisée en deux parties égales au point C, si une Puissance A agit sur le Levier dans la direction AF, & qu'une Puissance égale B agisse aussi sur ce Levier dans une direction opposée & parallele BE, alors les effets de ces Puissances pour mouvoir le Levier autour du centre C seront précisément égaux; en sorte que l'une pourra toujours être substituée à la place de l'autre. Il est encore certain que la Gravité étant supposée agir en lignes paralleles, si le point d'appui C (*Fig. 19. N^o. 1.*) est entre les Corps A & B, il doit soutenir la somme de leurs Poids; parce que le Levier étant chargé de ces Poids seroit obligé de céder si le point d'appui ne soutie-

noit pas leur somme; mais que lorsque les Puissances A & B sont du même côté du point d'appui C (*Fig. 19. N^o. 2.*) dans lequel cas l'une comme A doit tirer en haut, tandis que l'autre B tire vers le bas en sorte qu'il y ait équilibre, il est seulement chargé de la différence des Puissances A & B. L'un de ces cas suit toujours de l'autre si nous considérons que l'équilibre ayant lieu, une des trois Puissances qui agissent en A, B & C, peut être considérée comme celle du point d'appui, & les deux autres comme s'efforçant de mouvoir le Levier autour d'elle; de ces Principes nous déduisons la Loi de l'équilibre dans le Levier de la manière suivante.

4. Supposant d'abord deux Puissances égales A & B (*Fig. 20.*) agissant dans des directions AF & BH, pour élever un Corps C, sur le Levier AB, placé en C à égale distance de ces Puissances; il est évident que dans ce cas chacune d'elles soutient la moitié du Poids C, en le divisant également entre elles. Imaginons maintenant que la Puissance A soit ôtée & que l'extrémité A du Levier, au lieu de reposer sur elle, soit soutenue par un point d'appui en A; il est évident que la Puissance B & le point d'appui A soutiennent comme auparavant chacun la moitié du Poids C, le point d'appui A agissant maintenant à tous égards comme la Puissance en A auparavant; & l'équilibre continuant, il paroît que dans ce cas une Puissance B égale à la moitié du poids C le soutient & le contrebalance, lorsque la distance de C au point d'appui A est la moitié de la distance de B au même point A; c'est-à-dire lorsque B est à C comme CA à BA, ou $B \times BA = C \times CA$. Par cette simple preuve nous voyons que les Puissances agissent sur un Levier non par leur force absolue seulement, mais que leur effet dépend nécessairement de la distance du point où elles agissent au point d'appui, ou au centre du mouvement; & particulièrement qu'une Puissance en contrebalance une double qui agit à la moitié de sa distance du

point d'appui du même côté de ce point avec une direction opposée.

Le cas où les deux Puissances agissent de differens côtés du point d'appui suit du précédent par les Principes établis dans le dernier Article. Car que BH & CG (*Fig. 21.*) représentent les directions & les forces avec lesquelles les Puissances A & B agissent sur le Levier ; sur BA prolongée , prenez AE égale à AC , ou $\frac{1}{2}$ AB , & au lieu de la Puissance CG substituez une Puissance égale EK en E , avec une direction opposée , & par le premier de ces Principes, cette Puissance EK aura le même effet que CG , seulement le point d'appui , ou le centre du mouvement A soutiendra alors la somme des forces EK & BH , par le second Principe du dernier Article ; mais l'équilibre entre les Puissances BH & EK continuera comme il étoit auparavant entre BH & CG ; en sorte que les Puissances BH & EK seront en équilibre lorsque la Puissance BH sera la moitié de EK , & que la distance de EK au point d'appui A sera la moitié de la distance de BH au même point A ; c'est-à-dire lorsque la Puissance en B sera à la Puissance en E comme AE à AB ou $B \times BA = E \times EA$. Dans ce cas le point d'appui A étant chargé des deux Puissances B & E qui agissent avec la même direction , sa réaction doit être égale à leur somme $EK + BH = 3BH$, & dans la direction opposée AF. Au lieu de cette réaction substituons maintenant (*Fig. 22.*) une Puissance AF en A égale au triple de BH , & au lieu de la Puissance EK , substituons un point d'appui en E soutenant cette extrémité du Levier BE ; & puisque l'équilibre continue comme auparavant , il suit que le point d'appui ou le centre du mouvement étant en E , la Puissance BH soutient la Puissance AF qui est triple de BH , lorsque la distance de BH au point d'appui est triple de la distance de la Puissance AF au même point , c'est-à-dire lorsque $BH \times BE = AF \times AE$.

Si nous supposons que la Puissance EK reste, (*Fig. 23.*) mais que l'extrémité B du Levier EB repose sur un point d'appui, alors les Puissances AF & EK se soutiendront & se contrebalanceront l'une l'autre, le point d'appui en B étant maintenant à la place de la Puissance BH; en ce cas $AF = 3BH$, & $EK = 2BH$; en sorte que AF sera à EK comme 3 à 2; & les distances EB & AB étant dans la même proportion, il paroît que lorsque deux Puissances dans la proportion de 3 à 2 agissent sur un Levier, du même côté du point d'appui ou du centre du mouvement, avec des directions opposées, à des distances en proportion de 2 à 3, elles se soutiennent mutuellement. Nous avons donc démontré que lorsque les Puissances sont en proportion soit de 2 à 1, ou de 3 à 1, ou de 3 à 2, & que les distances du point de leur application au centre du mouvement sont en raison réciproque, alors ces Puissances se contrebalancent l'une l'autre ou sont en équilibre.

5. Sur BE prolongée (*Fig. 24 N° 1.*) prenez EL = EA; & au lieu de la Puissance BF substituez une Puissance LM = AF, mais avec une direction contraire; cette Puissance LM aura le même effet pour mouvoir le Levier autour du centre du mouvement E qu'avoit AF par le premier Principe au §. 3. par conséquent elle sera en équilibre avec la Puissance BH comme AF l'étoit. Donc lorsque deux Puissances LM & BH en proportion de 3 à 1, agissent sur un Levier, avec la même direction, elles sont en équilibre, si leurs distances au centre du mouvement LE & EB sont en raison de 1 à 3, c'est-à-dire lorsque $LM \times LE = BH \times BE$. Dans ce cas les Puissances LM & BH agissant avec la même direction, le point d'appui E doit soutenir leur somme $LM + BH = 4BH$, par le second Principe du §. 3. Donc une Puissance comme L, comme 3, & une Puissance agissant en B avec la même direction que L, sont soutenues par une Puissance agissant en E.

avec une direction contraire, comme 4. D'où il suit qu'en substituant au lieu de la Puissance LM un point d'appui en L, une Puissance en B comme 1 soutient une Puissance en E comme 4, agissant avec une direction contraire, lorsque $BL : EL :: 4 : 1$; c'est-à-dire lorsque les Puissances sont réciproquement comme leurs distances du point d'appui, ou du centre du mouvement. En substituant le point d'appui en B au lieu de la Puissance BH, il paroît qu'une Puissance LM en L, comme 3, soutient une Puissance agissant avec une direction opposée en E comme 4, lorsque leurs distances LB & EB au point d'appui B, sont entre-elles comme 4 à 3, ou lorsque $LM \times LB = EK \times EB$. En prenant sur LB prolongée $e = BE$ (Fig. 24. N°. 2.) & au lieu de la Puissance en E, substituant une Puissance égale en e avec une direction contraire, il suit du premier Principe du §. 3 qu'une Puissance en L comme 3 soutient une Puissance agissant en e , avec la même direction, comme 4, lorsque la distance LB est à la distance eB comme 4 à 3. Dans ce cas le point d'appui en B soutient la somme des Puissances agissant en L & e , c'est-à-dire une Puissance égale à sept fois BH. D'où il suit qu'en substituant un point d'appui en L ou e à la place des Puissances qui y agissent une Puissance en e comme 4 soutient une Puissance en B comme 7, autour du centre du mouvement L, lorsque leurs distances au point d'appui eL & BL sont entre-elles comme 7 à 4 : & qu'une Puissance en L comme 3 soutient la Puissance en B comme 7, lorsque leurs distances au point d'appui Le & Be sont en raison de 7 à 3.

6. En procédant de cette manière on voit que lorsque les Puissances sont entre-elles comme nombre à nombre, & que leurs distances au centre du mouvement sont en raison inverse des mêmes nombres, alors ces Puissances se soutiennent l'une l'autre ou sont en équilibre. D'où il est aisé de faire voir en général que lorsque les Puissances sont entre-elles en quelque rai-

son quoiqu'incommensurable, & les distances du point de leur application au centre du mouvement dans la même raison inverse, alors elles sont en équilibre; parce que la raison des quantités incommensurables peut toujours être limitée, jusqu'à un certain degré d'exactitude à volonté, entre une plus grande & une plus petite raison de nombre à nombre. Et je regarde cette preuve comme la plus naturelle & la plus directe de la Loi d'équilibre dans le Levier, proposition fondamentale de la Mécanique.

7. Lorsque le centre du mouvement C est entre les Corps A & B, c'est le même point qui est appelé leur centre de gravité, Chap. 2. §. 13; d'où il suit que lorsque deux Corps sont supposés joints par une verge inflexible exemte de gravité, si le centre de gravité est appuyé les Corps seront aussi soutenus.

Si deux Puissances ou Poids B & D (*Planch. II. Fig. 25.*) agissent sur un Levier aux distances BC & DC du centre du mouvement, les forces avec lesquelles elles agissent sur le Levier seront dans la même proportion que $B \times BC$ à $D \times DC$; c'est-à-dire en raison composée de la raison des Puissances, ou des Poids, & de celle de leurs distances au centre du mouvement. Car l'effort de B est soutenu par A, si $A \times AC = B \times BC$; & l'effort de la Puissance D est soutenu par K appliqué à la distance CA, si $K \times AC = D \times DC$; mais les efforts des Puissances ou des Poids B & D sur le Levier sont entre eux en même raison que les Puissances A & K, qui, appliquées à la même distance CA du centre du mouvement, les soutiennent, ou comme $A \times AC$ est à $K \times AC$, & par conséquent comme $B \times BC$ à $D \times DC$. Il arrive delà qu'un nombre de Puissances agissant sur un Levier, si la somme des produits formés de la multiplication de chaque Puissance par sa distance respective au centre du mouvement d'un côté du point d'appui, est égale à la somme des produits qui résultent de

la multiplication de chaque Puissance de l'autre côté du point d'appui par sa distance respective à ce même point, alors ces Puissances se soutiennent mutuellement, où le Levier est en équilibre. Mais parce que nous avons démontré au §. 13. Chap. 2. le centre du mouvement est précisément dans ce cas au même point que le centre de gravité. Donc si un nombre quelconque de Puissances ou de Poids agissent sur un Levier, & leur centre de gravité étant déterminé par la construction comme on l'a enseigné dans cet Article, si le point d'appui est appliqué à ce centre, le Levier sera en équilibre. De même si plusieurs Puissances ou Poids sont appliqués sur un plan qui repose sur une ligne droite donnée IL (Fig. 26.) & que le centre de gravité de toutes les Puissances ou des Poids tombe sur cette ligne, le plan sera en équilibre. Car par cet Article, les sommes des produits formés de la multiplication de chaque Puissance par sa distance respective à l'axe du mouvement étant égales des différens côtés de cet axe, leurs efforts pour mouvoir le plan doivent être égaux & contraires, & détruire mutuellement leurs effets. Donc de même que l'état de tout Système de Corps, quant au mouvement & au repos dépend du mouvement ou du repos du point appelé le centre de gravité, suivant ce qui a été démontré ci-dessus dans le dernier Chapitre; ainsi c'est une autre propriété remarquable de ce point que si les Corps sont joints ensemble par des lignes inflexibles exemptes de gravité, ce point étant soutenu tous les Corps le seront aussi & resteront en équilibre.

8. Lorsque des Puissances B & D (Fig. 25. 26.) agissent sur un Levier, s'efforçant de le mouvoir autour du centre du mouvement C, ou lorsqu'elles agissent sur un plan en tâchant de le tourner autour de l'axe du mouvement IL, leur effet est le même que si une Puissance ou un Poids égal à leur somme étoit substitué à leur place au centre de gravité N. Car par le §. 14. Chap. 2.

$B \times BC + D \times DC = B + D \times NC$; ou si Bb , Dd , Nn sont perpendiculaires à IL , aux points b , d , n , alors par

le même Article $B \times Bb + D \times Dd = B + D \times Nn$. Si G le centre de gravité de toutes les Puissances ou de tous les Poids qui agissent sur le Levier, se trouve d'un côté de C centre du mouvement, ou si le centre de gravité de toutes les Puissances qui agissent sur le plan, est d'un côté de l'axe IL ; alors ce côté l'emportera, & il en seroit de même que si au lieu de ces Puissances, on en avoit substitué une autre égale à leur somme au centre commun de gravité. Car on a fait voir

que $B \times BC + D \times DC = A \times AC = A + B + D \times GC$, lorsque la Puissance A agit d'un côté, & les Puissances B & D de l'autre. Donc comme lorsque le centre de gravité des Puissances repose sur le centre du mouvement, le tout est en équilibre, & le point d'appui C soutient une force égale à leur somme; de même lorsque le centre de gravité n'est pas soutenu par le point d'appui, mais qu'il se trouve à côté, c'est ce même côté qui l'emporte, & il arrive la même chose que si toutes les Puissances ou les Poids étoient rassemblés à ce centre. L'Analogie entre ces Théorèmes statiques & ceux de la Théorie du Mouvement au sujet de ce centre exposés dans le dernier Chapitre, mérite notre attention, & met dans un plus grand jour la simplicité de cette Doctrine & l'harmonie de toutes ses parties.

9. M. le Chevalier Newton démontre la proposition fondamentale sur le Levier par la résolution du mouvement. Que C (Fig. 27.) soit le centre du mouvement dans le Levier KL ; que A & B soient deux Puissances appliquées en K & L , agissant dans les directions KA & LB . Du centre du mouvement soient tirées CM & CN perpendiculaires à ces directions en M & N ; que CM soit supposée moindre que CN , & du centre C , à la distance CN , soit décrit le cercle NHD , ren-

contrant KA en D. Que la Puissance A soit représentée par DA, & qu'elle soit résolue en la Puissance DG agissant dans la direction CD, & la Puissance DF perpendiculaire à CD, finissant le Parallelogramme AFDG. La Puissance DG agissant dans la direction CD du centre du cercle, ou de la Roue DHN, vers la circonférence n'a aucun effet pour le tourner autour du centre, de D vers H, & tend seulement à le tirer hors de ce centre. Il n'y a que la partie DF qui s'efforce de mouvoir la Roue de D vers H & N, & qui est totalement employée à cet effort. La Puissance B peut être conçue appliquée en N aussi bien qu'en L, & totalement employée à s'efforcer de tourner la Roue dans un sens contraire de N vers H & D. Si donc la Puissance B est égale à cette partie de A qui est représentée par DF, ces efforts étant égaux & opposés doivent détruire mutuellement leur effet; c'est-à-dire lorsque la Puissance B est à la Puissance A, comme DF est à DA, ou à cause de la similitude des triangles AFD & DMC, comme CM à CD, ou comme CM à CN, alors les Puissances doivent être en équilibre; elles se contrebalancent toujours l'une & l'autre lorsqu'elles sont en raison inverse des distances de leurs directions au centre du mouvement, ou lorsque le produit d'une Puissance, multipliée par la distance de sa direction au centre, est égal au produit de la Puissance, placée de l'autre côté, multipliée pareillement par sa distance au même centre du mouvement.

10. La démonstration communément attribuée à Archimède est fondée sur ce Principe, que lorsqu'un Corps cylindrique ou prismatique est appliqué sur un Levier il a le même effet que si tout son Poids étoit réuni & appliqué au point du milieu de son axe. Que AB (Fig. 28.) soit un Cylindre d'une contexture uniforme, G son point du milieu; il est manifeste que si le point C est appuyé, les moitiés égales du Cylindre CA &

CB se contrebalanceront autour du point C & le Corps restera en équilibre. Que le Cylindre AB soit divisé en parties inégales AD & DB ; divisez en deux également AD en E & DB en F ; alors une Puissance appliquée en E égale au Poids de la partie AD , avec une direction contraire, la soutiendra ; & une Puissance appliquée en F égale au Poids de la partie DB , avec une direction contraire, soutiendra aussi cette partie : en sorte que ces deux Puissances agissant en E & en F , respectivement égales aux Poids de AD & DB , ont précisément le même effet qu'un point d'appui en C, soutenant tout le Cylindre AB, & peuvent être considérées comme en équilibre avec une Puissance agissant en C égale à tout le Poids du Cylindre. Mais la distance $CE = CA - AE = \frac{1}{2} AB - \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} DB$, & pareillement la distance $CF = CB - BF = \frac{1}{2} AB - \frac{1}{2} DB = \frac{1}{2} AD$; par conséquent CE est à CF comme DB à AD ; c'est-à-dire comme la Puissance appliquée en F à la Puissance appliquée en E , ces Puissances étant en équilibre avec le Poids de tout le Cylindre appliqué en C. D'où il paroît que les Puissances appliquées en E & F, qui sont entre-elles en proportion de CF à CE , se soutiennent l'une l'autre autour du centre C.

11. Qu'on suppose que le Levier AB (Fig. 29.) avec les Poids A & B tourne autour du centre C ; les Corps A & B décriront des arcs semblables Aa & Bb , & Aa sera à Bb , comme CA est à CB , ou comme B est à A ; par conséquent $A \times Aa = B \times Bb$; c'est-à-dire les *momens* , ou quantités de mouvement de A & de B seront égaux , & considérant l'un d'eux comme la Puissance & l'autre comme le Poids , la Puissance sera au Poids , comme la vitesse du Poids à la vitesse de la Puissance. Donc dans ce Levier comme dans les Machines mécaniques , lorsqu'une petite Puissance élève un grand Poids , la vitesse de la Puissance est beaucoup plus grande que la vitesse du Poids , & ce qui est gagné en for-

ce est dit pour cela perdu en tems. Pareillement lorsque plusieurs Puissances sont supposées agir sur le Levier, & qu'il est mù autour de leur centre commun de gravité C, les sommes des momens des différens côtés de C sont égales.

12. Le Levier est communément distingué en trois especes. Dans la premiere le centre du mouvement est entre la Puissance & le Poids. Dans la seconde le Poids est entre le centre du mouvement & la Puissance. Dans la troisieme la Puissance est appliquée entre le Poids & le centre du mouvement. Dans cette derniere espece la Puissance doit excéder le Poids, à proportion que sa distance au centre du mouvement est moindre que la distance du Poids à ce même centre. Mais comme les deux premieres servent à produire un Mouvement lent par un vite ; de même la derniere sert à produire un mouvement vite du Poids par un mouvement lent de la Puissance. C'est par cette espece de Levier que les Mouvements musculaires des Animaux s'exécutent ; les muscles ayant leurs insertions beaucoup plus près du centre du mouvement que le point où le centre de gravité du Poids qui doit être élevé est appliqué ; en sorte que la Puissance du muscle est beaucoup plus grande que le Poids qu'elle peut soutenir. Quoique cela puisse d'abord paroître un désavantage pour les Animaux, parce que par là leur force est diminuée ; c'est cependant l'effet d'un excellent Méchanisme : car si dans ce cas la Puissance étoit appliquée à une plus grande distance que le Poids, la figure des Animaux seroit non-seulement difforme & incommode, mais même elle ne seroit pas propre au mouvement ; comme Borrelli l'a démontré dans son *Traité de Motu Animalium*.

13. Lorsque les deux bras d'un Levier ne sont pas en ligne droite, mais qu'ils forment quelque angle invariable en C (*Fig. 30.*) la Loi de l'équilibre est la même que dans le premier cas ; c'est-à-dire si la Puissance P

est appliquée en B au bras CB, & que le Poids W agisse par le moyen de la Poulie M dans la direction AM perpendiculaire au bras CA, la Puissance & le Poids se soutiendront en équilibre, si P est à W comme CA à CB, ou $P \times CB = W \times CA$. Si plusieurs Puissances agissent sur le bras CA, trouvés leur centre de gravité A sur le bras CA par §. 13. Chap. 2. & supposez que toutes les Puissances y soient réunies, alors si la Puissance P est à leur somme comme CA à CB elle les contrebalancera. La somme des Puissances étant supposée donnée, il est évident que plus leur centre de gravité A est éloigné du centre du mouvement C, plus grande sera la résistance qu'elles opposeront à la Puissance P, qui aura besoin d'une plus grande force pour les surmonter. De-là Galilée conclut avec justice que les os des Animaux sont plus forts en ce qu'ils sont creux, leur Poids étant donné; ou si le bras CBF représente leur longueur, le cercle CHD une Section perpendiculaire à la longueur, P une Puissance qui tend à les rompre appliquée à quelque point de leur longueur; alors la force de toutes leurs fibres longitudinales par laquelle l'adhésion des parties est conservée, peut être conçue réunie en A le centre du cercle CHD qui est le centre commun de gravité de ces forces, si la Section est un cercle ou un anneau; mais il est clair que l'aire de la Section ou le nombre des fibres étant donné, la distance CA est plus grande lorsque la Section est un anneau, que lorsque c'est un cercle sans aucune cavité; par conséquent la Puissance avec laquelle les parties sont unies & résistent à P qui s'efforce de les séparer est plus grande dans la même proportion. Par la même raison les Tiges de bled, les Plumes d'Oiseaux & les pointes creuses résistent plus aux accidens qui tendent à les rompre que si elles étoient du même Poids & de la même longueur, mais solides sans aucune cavité. En cela l'Art ne fait donc qu'imiter la sagesse de la Nature.

14. Le même Auteur observe que dans les Corps semblables, soit Machines ou Animaux, les plus grands sont plus exposés aux accidens que les plus petits, & ont une force relative moindre ; c'est-à-dire que les plus grands n'ont pas une force proportionnée à leur grandeur. Une grande colonne par exemple est en beaucoup plus grand danger d'être rompue en tombant qu'une petite qui lui seroit semblable ; un homme est plus exposé aux accidens de cette espece qu'un enfant ; un Insecte peut porter un Poids plusieurs fois plus considérable que lui-même, au lieu qu'un grand Animal comme un cheval peut à peine porter une charge égale à son propre Poids. Pour expliquer ce fait il suffira de faire voir que dans les Corps similaires de même contexture, la force qui tend à les rompre ou à les rendre sujets aux accidens nuisibles, augmente dans les plus grands Corps en plus grande raison que la force qui tend à les maintenir entiers, ou à les munir contre ces accidens. Supposons que des poutres similaires ABDE, FGHK, (Fig. 31.) de figure cylindrique ou prismatique soient fixées dans un mur immobile IL ; & faisons pour le présent abstraction de toute autre force qui puisse tendre à les rompre, à l'exception de leur propre Poids. Divisez AB en deux également en C & FG en M, & leurs Poids pourront être conçus réunis aux points C & M qui sont directement sous leurs centres de gravité. Pour la plus grande facilité du calcul, supposons $AB = 2FG$, & par conséquent le Poids de la poutre ABDE sera huit fois plus grand que le Poids de la poutre similaire FGHK ; le Poids de la première étant conçu rassemblé en C, celui de la dernière en M, & la distance AC étant double de FM ; il suit que la force qui tend à rompre la première en A étant huit fois plus grande que celle qui tend à rompre la dernière en F, & en même tems agissant à une distance double, son effort pour ces deux raisons doit être seize fois plus grand que celui de la

Y ij

derniere. Maintenant afin de comparer les forces qui tendent à conserver ces poutres dans leur entier & fixées dans le mur, que ARE soit la Section de la plus grande poutre & FSK celle de la plus petite, perpendiculaires à leurs longueurs aux points A & F : divisez AE en deux parties égales en p & FK en q ; alors le nombre des fibres longitudinales dont l'adhésion cause la résistance de ces poutres à leur rupture, ou plutôt la quantité de cette adhésion dans la plus grande poutre sera à la quantité d'adhésion dans la plus petite, comme l'aire de la Section ARE est à l'aire de la Section FSK, c'est-à-dire dans le cas présent, (à cause de la similitude des figures) comme le carré de AE au carré de FK, ou comme 4 à 1. Mais l'adhésion des parties qui sont en contact entre-elles dans la Section ARE peut être conçue rassemblée en p leur centre de gravité; & l'adhésion des parties en contact entre-elles dans la Section FSK doit être conçue comme réunie en q par la même raison. L'adhésion donc qui tend à conserver la grande poutre en son entier est quadruple de celle qui tend à conserver la plus petite entière, & en même tems elle doit être conçue comme agissant à une distance double du centre du mouvement, parce que $Ap = 2Fq$, en sorte que l'effort qui tend à empêcher la grande poutre d'être rompue est huit fois plus grand que celui qui tend à conserver la petite en son entier. Nous avons donc trouvé que l'effort qui tend à rompre la plus grande poutre en A, est seize fois plus grand que celui qui tend à rompre la plus petite en F; mais que la force qui d'un autre côté tend à conserver l'adhésion des parties de la grande poutre, n'est que huit fois plus grande que celle qui tend à conserver l'adhésion dans la petite poutre. En général il paroîtra aisément de la même manière que les efforts tendant à détruire l'adhésion des poutres, qui ne sont que l'effet de leur propre gravité, augmentent en raison quadruple

plée de leurs longueurs, mais que les efforts opposés tendant à conserver leur adhésion, augmentent seulement en raison triplée des mêmes longueurs. D'où il suit que les grandes poutres doivent être en plus grand danger d'être rompues, que les petites qui leur sont semblables; & que quoiqu'une petite poutre puisse être ferme & solide, cependant une plus grande qui lui sera semblable pourra être faite si longue qu'elle se rompra nécessairement par son propre Poids. De-là Galilée conclut avec raison que ce qui paroît très-solide & qui réussit parfaitement dans les modèles peut être très-foible où même tomber en pièces par son seul Poids, lorsqu'il vient à être exécuté en grand suivant le modèle.

15. Des mêmes principes ce célèbre Auteur infère qu'il y a des limites nécessaires dans les Ouvrages de la Nature & de l'Art qu'ils ne peuvent surpasser en grandeur. Si les arbres étoient d'un volume énorme, leurs branches tomberoient par leur propre Poids. Les grands Animaux n'ont pas une force proportionnée à leur volume, & s'il y avoit des Animaux terrestres beaucoup plus gros que ceux que nous connoissons, ils pourroient à peine se mouvoir, & seroient continuellement exposés aux accidens les plus dangereux. Il n'en est pas à la vérité de même des Animaux de la Mer, parce que la gravité de l'Eau les soutient considérablement, & en effet nous en connoissons dont le volume surpasse prodigieusement celui des Animaux terrestres les plus grands. On ne doit rien conclure contre cette Doctrine de ce qu'on a trouvé des os qui ont été supposés avoir appartenu à des Géants d'une grandeur immense, tels que les squelettes dont parlent Strabon & Pline, le premier desquels étoit haut de 60 coudées, & le second de 46; car les Naturalistes ont déterminé par de justes raisons que dans quelques cas ces os avoient appartenus à des Elephans, & que les plus

monstrueux étoient des os de Baleines qui avoient été transportés aux lieux où on les a trouvés par les révolutions que la Nature a éprouvées dans des tems fort éloignés de nous. Il faut cependant avouer qu'on ne donne pas de bonnes raisons pourquoi il ne peut y avoir eu des hommes qui eussent surpassé de plusieurs pieds en hauteur les hommes les plus grands que nous ayons vus. Le Lecteur trouvera une dissertation curieuse & utile sur ce sujet par le célèbre M. Hans Sloane dans les *Transactions Philosophiques*, ou dans les *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences* 1727. Si dans les autres Planetes la même Loi de cohésion & les autres attractions ont lieu, comme sur la Terre, il peut être utile que la Gravité près de leurs surfaces ne soit pas fort différente de celle qui est près de la surface de la Terre. M. Newton avoit peut être cela en vûe, lorsqu'il insinue que ce n'étoit pas sans dessein que les Gravités sur les surfaces des Planetes différoient beaucoup moins l'une de l'autre qu'on ne l'auroit d'abord attendu des attractions de Corps d'une grandeur si inégale.

16. Il suit du §. 14. qu'afin de rendre les Corps, les Machines ou les Animaux d'une force relative égale, les plus grands doivent avoir une grosseur proportionnée. Ainsi afin que le plus grand Cylindre ABDE puisse être aussi solide & aussi propre à résister aux accidens que le plus petit Cylindre FGHIK, la Section ARE & son diamètre AE doivent être augmentés jusqu'à ce que l'effort produit par l'adhésion des parties ait une aussi grande proportion à l'effort qui tend à surmonter cette adhésion, dans le grand Cylindre que dans le petit. Ce sentiment nous étant suggéré par une expérience continue, nous joignons naturellement l'idée de plus grande force avec la grosseur, & l'idée d'agilité avec la délicatesse. En Architecture où l'apparence de solidité n'est pas moins recherchée que la fermeté & la force réelles, on y a particulièrement égard afin de satisfaire

un œil & un goût judicieux ; les différens ordres des colonnes servant à représenter divers degrés de force. Mais par le même principe , si nous supposions les Animaux très-gros à proportion de leur grandeur , il s'ensuivroit nécessairement une pesanteur & un engourdissement qui les rendroient inutiles eux-mêmes & désagréables à la vue. En cela comme dans tous les autres cas , on doit se conformer à ce qui plaît généralement à ceux dont le goût n'est pas corrompu par l'éducation, ou par des contes merveilleux lorsque leur sentiment paroît fondé sur des principes puisés dans la Nature ; quoique véritablement la force de l'habitude est si forte , & ses effets sur nos idées sont si vifs & si soudains , qu'il est souvent très-difficile de découvrir par la réflexion les raisons de ce qui nous plaît.

17. Nous avons insisté si longtems sur le Levier , afin d'être courts en traitant des autres Puissances mécaniques. La Balance commune est un Levier qui a deux bras égaux AG & GB (Fig. 32.) avec le centre du mouvement C communément placé directement sur G. Si le centre du mouvement étoit en G des Poids égaux suspendus en A & en B , se soutiendroient mutuellement dans toute position du Levier AB ; mais lorsque le centre du mouvement est au-dessus de G , ils se soutiennent seulement lorsque le Levier AB est parallèle à l'Horison ; & lorsque le Poids en A n'est qu'un peu plus grand que le Poids en B , les extrémités A & B descendent & montent alternativement jusqu'à ce que leur centre de gravité *g* se place dans la ligne verticale CG , où ils se soutiennent réciproquement parce que leur centre de gravité est soutenu par C. La Balance est fautive lorsque les bras AG & GB sont inégaux ; & l'exactitude de cet instrument consiste principalement à rendre le frottement , au centre du mouvement C , aussi petit qu'il est possible.

18. L'Axe & la Roue ont beaucoup d'Analogie avec

le Levier ; la Puissance est appliquée à la circonférence de la Roue , & le Poids est élevé par une corde qui se roule (tandis que la Machine tourne) autour de l'Axe. La Puissance peut être conçue comme appliquée à l'extrémité du bras d'un Levier égal au rayon de la Roue , & le Poids comme appliqué à l'extrémité d'un Levier égal au rayon de l'Axe ; seulement ces bras ne se rencontrent pas à un centre de mouvement comme dans le Levier , & au lieu de centre nous avons un Axe du mouvement , à sçavoir l'Axe de toute la Machine. Mais comme cela ne peut faire de différence , il suit que la Puissance & le Poids sont en équilibre lorsqu'ils sont l'un à l'autre en raison inverse des distances de leurs directions à l'Axe de la Machine ; ou lorsque la Puissance est au Poids , comme le rayon du Cylindre est au rayon de la Roue , la Puissance étant supposée agir dans une direction perpendiculaire à ce rayon : mais si la Puissance agit obliquement au rayon , il faut substituer une perpendiculaire tirée de l'Axe sur la direction de la Puissance , à la place du rayon. Ainsi si ABDE (*Fig. 33.*) représente le rouleau cylindrique , HPN la Roue , LM l'Axe ou la ligne droite sur laquelle toute la Machine tourne , Q le point de la surface du Cylindre où le Poids W est appliqué , P le point où la Puissance est appliquée , KQ le rayon du Cylindre , CP le rayon de la Roue ; alors si la Puissance P agit dans une direction perpendiculaire à CP , la Puissance & le Poids se soutiendront réciproquement lorsque P fera à W comme KQ à CP ou CH : mais si la Puissance agit dans quelque autre direction PR , qu'on tire CR perpendiculaire de C centre de la Roue sur cette direction ; alors F & W seront en équilibre lorsque P fera à W comme KQ à CR , parce que dans ce cas une Puissance P a le même effet que si elle étoit appliquée au point R de sa direction , agissant dans une ligne droite perpendiculaire à CR.

19. La simple *Poulie* sert seulement à changer la direction de la Puissance ou du mouvement, sans causer aucun avantage, ni aucun désavantage à l'exception de celui qui résulte du frottement. Que M (*Fig. 34.*) représente une simple Poulie, PNW la corde qui passe sur la Poulie de la Puissance P au Poids W : il est évident que si P & W étoient égaux ils se soutiendroient comme s'ils étoient suspendus aux distances égales MA & MB du centre du Levier AB. Mais si outre la Poulie fixe M, il y a (*Fig. 35.*) une autre Poulie mobile L, à laquelle le Poids W soit fixé, & que la corde qui de la Puissance P passe sur la Poulie fixe M, & sous la Poulie mobile L, soit fixée en E, alors il est évident que la Puissance P ne soutient que la moitié du Poids W, parce que la corde KN en soutient seulement la moitié, l'autre étant soutenue par la corde KE.

Il y a une analogie manifeste entre ce cas des Poulies, & celui dans lequel une Puissance soutient un Poids double dont la distance au centre du mouvement n'est que la moitié de la sienne du même côté de ce centre. Car si AB est le diamètre de la Poulie L, aux extrémités duquel les cordes parallèles AE & BN touchent cette même Poulie, la Puissance P peut être conçue appliquée en B, le Poids W en L & le centre du mouvement en A. Si nous supposons que la Puissance P & le Poids W se meuvent, comme P est égal à la moitié de W, ainsi la vitesse de W est la moitié de la vitesse de P, ou P multipliée par sa vitesse donne un produit égal à W aussi multiplié par sa vitesse; car pour que le Poids W soit élevé d'un pouce, chacune des parties de la corde EK & KN doit être accourcie d'un pouce; & la Puissance P qui tire toute la corde de E par K en N, doit descendre de deux pouces. On appliquera un raisonnement semblable à toutes les combinaisons des Poulies.

20. Lorsqu'un Poids W (*Fig. 36.*) descend le long

Z

d'un *Plan incliné* AC, une partie de sa gravité est soutenue par la réaction du Plan, & la partie restante produit son mouvement le long du Plan. Que AB soit la hauteur du Plan, BC la base, & la gravité du Poids W étant représentée par la ligne verticale WM, que cette Puissance soit résolue en la Puissance WN perpendiculaire au Plan, & WQ qui lui soit parallèle. La première WN est détruite par la réaction du Plan, & la dernière WQ est celle qui produit le mouvement du Corps le long de ce Plan. Parce que les triangles WQM & ABC sont semblables, WQ est à WM comme AB est à AC; & la force avec laquelle un Corps descend le long du Plan est à sa gravité comme la hauteur de ce Plan est à sa longueur; par conséquent une force agissant sur le Corps W avec la direction QW parallèle au Plan AC le soutiendra, si elle est à tout le Poids du Corps comme AB est à AC.

21. Que ABC (*Fig. 37.*) représente un *Coin* enfoncé dans la fente EDF, dont DE & DF sont les côtés, & si nous supposons que ces côtés DE & DF réagissent sur le Coin avec des directions perpendiculaires à DE & DF, que la ligne horizontale EF rencontre DF en F; alors lorsque la force qui enfonce le coin supposée perpendiculaire à l'Horizon, est en équilibre avec les résistances des côtés de la fente DE & DF, ces trois Puissances sont dans la même proportion que les trois lignes droites EF, DE & DF. Car il suit de la composition du mouvement que lorsque trois Puissances sont en équilibre entre elles, elles sont dans la même proportion que les trois côtés d'un triangle parallèles à leurs directions respectives, & par conséquent comme les trois côtés d'un triangle perpendiculaires à leurs directions; ce dernier triangle étant évidemment semblable au premier. Mais EF est perpendiculaire à la direction dans laquelle le Poids du Coin, ou la Puissance qui l'enfonce est supposé agir, & DE, DF sont per-

pendiculaires aux directions dans lesquelles leurs résistances sont supposées agir, par conséquent la Puissance qui pousse le Coin & ces résistances sont dans la même proportion que EF, DE & DF. Si on fait d'autres suppositions sur les résistances des côtés de la fente DE & DF, les proportions des Puissances seront déterminées par le même principe.

22. Lorsqu'un point se meut le long d'un Cylindre avec un mouvement uniforme sur sa surface courbe, tandis que la ligne qu'il parcourt est elle-même emportée d'un mouvement uniforme autour de l'axe du Cylindre, il résulte de ce mouvement composé une ligne qu'on appelle une Spirale. Lorsque cette ligne est élevée sur la surface externe du Cylindre, on lui donne le nom de *Vis extérieure*; mais si la même ligne est enfoncée dans l'intérieur du Cylindre, on l'appelle *Vis intérieure* ou *Ecrou*. Lorsqu'on fait tourner une de ces Vis autour de l'autre, on doit en fixer une, elles forment alors une Machine de grande force pour presser les Corps ou les mettre en mouvement. Si une Puissance P (Fig. 38.) tourne l'une des deux Vis avec une direction parallèle à la Base, elle soutiendra le Poids W, qui doit être élevé, si elle est à W dans la même proportion que la distance entre deux Spirales les plus proches est à la circonférence du cercle décrit par la Puissance P; parce que tandis que la Puissance fait une révolution complète, la Vis avance de la distance de deux Spirales situées l'une près de l'autre; & la vitesse de la Puissance est à la vitesse du Poids comme la circonférence décrite par P est à cette distance. On trouvera la même chose en considérant la Vis comme un Plan incliné roulé autour d'un Cylindre. Dans cette Machine le frottement est très-grand. De ces Machines simples on en forme de composées par plusieurs combinaisons, qui servent à différens usages: & dans lesquelles les mêmes Loix générales ont lieu par-

ticulièrement celle qui est exposée au §. 2 : Que la Puissance & le Poids se soutiennent réciproquement lorsqu'ils sont en raison inverse des vitesses qu'ils auroient dans les directions dans lesquelles ils agissent , s'ils étoient mis en mouvement. Par là le fameux Problème est résolu où il s'agit de mouvoir un Poids donné par une Puissance donnée , pourvu que la résistance causée par le frottement puisse être surmontée. Comme il est d'une très-grande importance de diminuer ce frottement , on a imaginé différens Mécanismes pour parvenir à ce dessein. Dans les Roues des différentes especes de voitures , on a transporté le frottement de la circonférence de la Roue (où il agiroit si la Roue ne tournoit pas) à la circonférence de l'Essieu ; & par conséquent on a diminué le frottement en raison du rayon de l'Essieu au rayon de la Roue ; ainsi en ce cas on diminue toujours le frottement en diminuant le diamètre de l'Essieu ou en augmentant celui de la Roue. Le frottement est pareillement diminué en faisant appuyer l'Essieu d'une Machine sur des circonférences de Roues qui tournent avec lui , au lieu de reposer dans des cavités fixes qui causent beaucoup de frottement : car par ce Mécanisme on transporte le frottement des circonférences de ces Roues à leurs Pivots ; & on peut toujours diminuer de plus en plus le frottement en faisant porter les Essieux de ces Roues sur d'autres Roues qui tournent avec eux. Il est à peine possible de donner des Regles générales & exactes sur le frottement , puisqu'il dépend de la structure des Corps , de la forme de leurs parties prominentes , de leurs cavités , de leur dureté , de leur élasticité , de leur cohérence & de plusieurs autres circonstances. Quelques Physiciens ont fait le frottement sur un Plan horizontal égal au tiers du Poids , mais d'autres ont trouvé qu'on ne devoit l'estimer que le quart , & quelquefois seulement $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{7}$ du Poids. Des Auteurs ré-

cens nous ont dit que le frottement ne dépendoit pas de la surface du Corps, mais seulement de son Poids; on n'a pas trouvé non plus que cela fut exactement vrai. Dans les petites vitesses le frottement est à-peu-près en même raison que les vitesses: mais dans les plus grandes vitesses le frottement augmente en plus grande proportion, soit que les Corps soient secs ou frottés d'huile.

24. Le second Problème général en Méchanique dont nous avons parlé ci-dessus, est de déterminer la proportion que la Puissance & le Poids doivent avoir entre eux, afin que lorsque la Puissance l'emporte & que la Machine est en Mouvement, elle puisse produire le plus grand effet possible dans un tems donné. Il est évident que c'est une recherche de la dernière importance, quoique peu de Méchaniciens y aient fait attention. Lorsque la Puissance est seulement un peu plus grande que celle qui suffiroit pour soutenir le Poids le mouvement est trop lent; & quoique dans ce cas on élève un plus grand Poids, cela ne suffit pas pour compenser la perte du tems. Lorsque le Poids est beaucoup plus petit que celui que la Puissance est en état de soutenir, il est élevé en moins de tems; & il peut se faire que cela ne soit pas suffisant pour compenser la perte qui vient de la petitesse du Poids. On doit donc déterminer dans quel cas le produit du Poids multiplié par sa vitesse est le plus grand possible; car ce produit mesure l'effet de la Machine dans un tems donné, & cet effet est plus grand à proportion que le Poids élevé est plus grand, & qu'il est élevé avec plus de vitesse. Nous rapporterons donc quelques exemples de ce genre qui peuvent être démontrés par la Géométrie commune élémentaire; souhaitant qu'on fasse de plus grands progrès dans cette partie si utile des Méchaniques.

25. Lorsque la Puissance l'emporte, & que la Machine commence à se mouvoir, le Mouvement du

Poids est d'abord accéléré par degrés. L'action de la Puissance étant supposée invariable, son influence sur le Mouvement du Poids diminue à mesure que la vitesse du Poids augmente. Ainsi l'action d'un Courant d'Eau ou d'Air sur une Roue doit être estimée seulement par l'excès de la vitesse du Fluide sur la vitesse qu'a déjà acquise la partie de la Machine qu'il frappe, ou par leur vitesse respective. D'un autre côté le Poids du Corps qui doit être élevé & le frottement tendent à retarder le Mouvement de la Machine ; & lorsque ces forces, c'est-à-dire, celles qui tendent à l'accélérer & celles qui tendent à le retarder deviennent égales, la Machine persiste alors dans le Mouvement uniforme qu'elle a acquis.

Que AB (Fig. 39.) représente la vitesse du Courant, AC la vitesse de la Partie de la Machine qu'il frappe, lorsque le Mouvement de la Machine devient uniforme ; & CB représentera leur vitesse respective de laquelle l'effet de la Machine dépend. On sçait que l'action d'un Fluide sur un Plan donné est comme le carré de cette vitesse respective ; par conséquent le Poids élevé par la Machine lorsque son Mouvement devient uniforme étant égal à cette action est pareillement comme le carré de CB. Que ce carré soit multiplié par AC, vitesse de la partie de la Machine poussée par le Fluide, & l'effet de la Machine dans un tems donné sera proportionel à $AC \times CB^2 =$ (supposant CB divisée en deux également en D) $AC \times 2CD \times 2DB = 4AC \times CD \times DB$, par conséquent l'effet de la Machine est le plus grand qui soit possible, lorsque le produit de AC, CD & DB est le plus grand. Mais il est aisé de voir que ce produit est le plus grand, lorsque les parties AC, CD & DB sont égales, car si vous décrivez un demi-cercle sur AD, & que la perpendiculaire CE rencontre le cercle en E, alors $AC \times CD = CE^2$, & ce produit est le plus grand lorsque C est le centre

du cercle ; enforte qu'afin que $AC \times CD \times DB$ soit le produit le plus grand possible , AD doit être divisée en deux également au point C , & CB ayant été divisée en deux également en D , il suit que AC , CD , DB doivent être égales ; ou que AC vireffe de la partie de la Machine poussée par le Courant ne doit être qu'un tiers de AB vireffe du Courant. Dans ce cas lorsque (faisant abstraction du frottement) la Machine agit avec le plus grand avantage , le Poids qu'elle élève est au Poids qui soutiendrait précisément la force du Courant , comme le quarré de CB , vireffe relative de la Machine & du Courant , au quarré de AB qui seroit la vireffe relative , si la Machine étoit en repos ; c'est-à-dire comme 2×2 à 3×3 ou 4 à 9. Donc afin que la Machine puisse avoir le plus grand effet possible , elle ne doit pas être plus chargée que du $\frac{2}{3}$ du Poids qui est précisément en état de soutenir les efforts du Courant. Le Lecteur trouvera ce sujet traité plus au long dans mon Traité des Fluxions §. 908.

26. Pour donner un autre exemple , supposons qu'un Poids donné P (Fig. 40.) descendant par sa gravité dans la ligne verticale , élève un plus grand Poids W pareillement donné , par la corde PMW (qui passe sur la Poulie fixe M) le long du Plan incliné BD , dont la hauteur BA est donnée , & qu'on demande de trouver la position de ce Plan le long duquel W doit être élevé dans le moins de tems possible , de la ligne horizontale AD en B. Que BC soit le Plan sur lequel W étant posé seroit exactement soutenu par P , & par le §. 20. de ce Chapitre , P seroit à W comme AB , est à BC ; mais W est à la force avec laquelle il tend à descendre le long du Plan BD comme BD à AB , par le même article ; par conséquent le Poids P est à cette force comme BD à BC. Donc l'excès de P sur cette force (lequel excès est la Puissance qui accélère les mouvemens de P & de W) est à P comme $BD - BC$ est à BD ,

ou, prenant BH sur BC égale à BD, comme CH à BD. Mais on sçait que les Espaces parcourus par des Mouvements uniformement accélérés sont en raison composée des forces qui les produisent & des quarrés des tems; ou que le quarré du tems est directement comme l'Espace parcouru dans ce tems, & réciproquement comme la force; par conséquent le quarré du tems dans lequel BD est parcouru par W, sera directement comme BD, & réciproquement $\frac{CH}{BD}$, & il sera le moindre possible lorsque $\frac{BD^2}{CH}$ est un *Minimum*, c'est-à-dire lorsque $\frac{BC^2}{CH} + CH + 2BC$, (ou parce que $2BC$ est invariable) lorsque $\frac{BC^2}{CH} + CH$ est un *Minimum*. Maintenant comme la somme de deux quantités étant donnée, leur produit est un *Maximum*, lorsqu'elles sont égales entre-elles; de même il est évident que lorsque leur produit est donné, leur somme doit être un *Minimum* si elles sont égales. Enforte qu'il suit que de même que dans la dernière Section, le Rectangle ou le produit des deux parties égales AC & CD étoit CE^2 ; ainsi le Rectangle ou le produit de deux parties inégales quelconques qui composent la ligne AD, est moindre que CE^2 , & AD est la plus petite somme de deux quantités, dont le produit est égal à CE^2 . Mais le produit de $\frac{BC^2}{CH}$ & CH est BC^2 & par conséquent donné. Donc la somme de $\frac{BC^2}{CH}$ & CH est la moindre lorsque ces parties sont égales, c'est-à-dire lorsque CH est égale à BC, ou BD égale à $2BC$. Il paroît donc que lorsque la Puissance P. & le Poids W sont donnés & que W doit être élevé sur un Plan incliné du niveau du point donné A au point donné B, dans le moindre tems possible, nous devons d'abord trouver le Plan BC sur lequel W seroit soutenu par P, & prendre le Plan BD

BD dont la longueur est double de celle du Plan BC; ou nous devons faire usage du Plan BD sur lequel un Poids double de W seroit soutenu par la Puissance P.

27. Qu'un Fluide qui se meut avec la vitesse & la direction AC (*Fig. 41.*) frappe le Plan CE, & supposons que ce Plan se meuve parallele à lui-même dans la direction CB perpendiculaire à CA, ou qu'il ne puisse se mouvoir dans aucune autre direction; alors qu'on demande de trouver la position la plus avantageuse du Plan CE, afin qu'il reçoive la plus grande impulsion de l'action de ce Fluide. Que AP soit perpendiculaire à CE en P, tirez AK parallele à CB, & que PK lui soit perpendiculaire en K, & AK mesurera la force avec laquelle chaque partie du Fluide pousse le Plan EC dans la direction CB. Car la force de chacune de ces parties étant représentée par AC, que cette force soit résolue en AQ parallele à EC, & AP qui lui est perpendiculaire; il paroîtra ainsi qu'il n'y a que AP qui ait quelque effet sur le Plan CE. Que cette force soit résolue en la force AL perpendiculaire à CB, & la force AK qui lui est parallele; alors il est évident que la premiere AL n'a aucun effet pour mouvoir le Plan dans la direction CB; enforte que la derniere AK seulement mesure l'effort avec lequel la partie du Fluide augmente le Mouvement du Plan CE dans la direction CB. Que EM & EN soient perpendiculaires à CA & CB, en M & en N; & le nombre des parties qui se meuvent dans les directions paralleles à AC, & qui tombent sur le Plan CE sera comme EM. Donc l'effort du Fluide sur CE étant comme la force de chaque partie & comme le nombre de ces parties, sera comme $AK \times EM$; ou à cause que AK est à AP (=EM) comme EN à CE comme $\frac{EM^2 \times EN}{CE}$; enforte que CE étant donnée, le Problème se réduit à ceci: trouver le cas où $EM^2 \times EN$ est le produit le plus grand possible,

Mais parce que la somme de EM^2 & de $EN^2 (= CM^2)$ est donnée, étant toujours égale à CE^2 , il suit que $EN^2 \times EM^4$ est le plus grand produit possible, lorsque $EN^2 = \frac{1}{3} CE^2$; de la même manière qu'on a démontré au §. 25., que lorsque la somme de AC & CB étoit donnée, $AC \times CB^2$ étoit le plus grand produit lorsque $AC = \frac{1}{3} AB$. Mais lorsque $EN^2 \times EM^4$ est le plus grand produit possible, sa racine quarrée $EN \times EM^2$ est aussi nécessairement la plus grande possible. Donc l'action du Fluide sur le Plan CE dans la direction CB est la plus grande lorsque $EN^2 = \frac{1}{3} CE^2$, & par conséquent $EM^2 = \frac{2}{3} CE^2$; c'est-à-dire lorsque EM sinus de l'angle ACE , dans lequel le Courant frappe le Plan, est au rayon, comme $\sqrt{2}$ à $\sqrt{3}$; dans lequel cas, il paroît aisément par les Tables Trigonometriques, que cet angle est de $54^\circ. 44'$.

28. On peut résoudre differens Problèmes utiles en Méchanique, par ce qui a été démontré dans le dernier Article. Si nous représentons la vitesse du Vent par AC , une Section de l'Aile du Moulin à Vent perpendiculaire à sa longueur par CE ; comme il suit de la nature de la Machine que son Axe doit être tourné directement du côté du Vent, & que l'Aile ne peut se mouvoir que dans une direction perpendiculaire à l'Axe, il paroît que, lorsque le Mouvement commence, le Vent aura la plus grande Force pour accélérer ce Mouvement lorsque l'Angle ACE , dans lequel le Vent frappe l'Aile, est de $54^\circ. 44'$. De la même manière si CB représente la direction du Mouvement d'un Vaisseau ou la position de sa Quille, faisant abstraction de son Mouvement de côté, & AC la direction du Vent perpendiculaire à celle du mouvement du Vaisseau, alors la position la plus avantageuse de la Voile CE pour accélérer son mouvement dans la direction CB , est lorsque l'Angle ACE dans lequel le Vent frappe la Voile, est de $54^\circ. 44'$. On détermine de même

la meilleure position du Gouvernail , afin qu'il puisse avoir le plus grand effet pour faire tourner le Vaisseau , & dans une Lettre * au Sçavant Martin FOLKES, Ecuyer, Président de la Société Royale, j'ai fait voir combien cet Angle entre dans la détermination de la Figure du Rhombe qui forme les bases des Cellules où les Abeilles déposent leur miel , de la maniere la plus économique.

29. Mais on doit observer avec soin que lorsque le sinus de l'Angle ACE est au rayon comme $\sqrt{2}$ à $\sqrt{3}$, ou ce qui est la même chose , lorsque sa Tangente est au rayon comme la diagonale d'un quarré à son côté , c'est l'angle le plus avantageux seulement au commencement du mouvement de la Machine ; ensorte que les Ailes d'un Moulin à Vent commun doivent être situées de façon que le Vent les frappe dans un plus grand Angle que celui de $54^{\circ}. 44'$. Car nous avons démontré ailleurs que lorsque quelque partie de la Machine a acquis la vitesse c , l'effort du Vent sur cette partie sera le plus grand lorsque la Tangente de l'angle dans laquelle le Vent la frappe est au rayon non pas comme $\sqrt{2}$ à 1 , mais comme $\sqrt{2 + 9 \frac{c^2}{4aa}} + \frac{3c}{2a}$ à 1 , la vitesse du Vent

étant représentée par a . Si par exemple $c = \frac{1}{3}a$ alors la Tangente de l'Angle ACE doit être double du rayon , c'est-à-dire, l'Angle ACE doit être de $63^{\circ}. 26'$. Si $c = a$, alors ACE doit être de $74^{\circ}. 19'$. Cette Observation est de grande importance , parce que dans cette Machine les vitesses des parties de l'Aile éloignée de l'Axe ont une proportion considérable à la vitesse du Vent , & quelquefois même lui sont égales ; & de plus parce qu'un sçavant Auteur , M. Daniel Bernouilli a tiré une conclusion opposée de ses calculs dans son *Hydrodynamique* en prenant un *Minimum* pour un *Maximum* , où il conclut que l'Angle dans lequel le Vent frappe le Volant doit diminuer comme la distance de l'axe du

* Transactions Philosophiques. N. 471.

Mouvement augmente, que si $c = a$ le Vent devoit le frapper dans un Angle de 45° , & que si le Volant étoit dans un Plan, il devoit être incliné au Vent dans un angle d'environ 50° , en prenant un terme moyen; nous avons expliqué ailleurs * comment il tomba dans ces méprises. De même quoique l'Angle ACE de $54^{\circ} 44'$ soit le plus avantageux au commencement du Mouvement lorsque le Vaisseau est à la Voile avec un Vent de côté, cependant on devoit le rendre plus grand dans la suite à mesure que le Mouvement augmente. En général que Aa parallele à CB soit à AC, comme la vitesse que la Machine a déjà acquise dans la direction CB est à celle du Courant; sur AC prolongée prenez AD à AC comme 4 à 3, tirez DG parallele à CB, & décrivez du centre C avec le rayon Ca un cercle qui rencontre DG en g, & le Plan CE sera dans la situation la plus avantageuse pour accélérer le Mouvement de la Machine, lorsqu'il divise en deux également l'angle aCg. On suppose généralement qu'un Vent direct favorise toujours plus le mouvement du Vaisseau, la Voile étant perpendiculaire au Vent, qu'aucun Vent de côté; & cette opinion a été soutenue dans differens Traités ingénieux qui ont nouvellement paru; mais pour prévenir les erreurs, nous sommes obligés d'observer que le contraire a été démontré dans notre Traité des Fluxions §. 219; où on trouvera d'autres exemples de ce second Problème général de Méchanique auxquels nous renvoyons.

30. Les Puissances mécaniques suivant leur diverse structure servent à differens desseins; c'est à l'habile Méchanicien à les choisir ou à les combiner de la manière la plus propre à produire l'effet requis par la puissance dont il peut disposer, & avec la moindre dépense possible. Le Levier peut être employé lorsqu'on a besoin de n'élever les Poids que fort peu, à moins que la

* Traité des Fluxions, §. 214.

Machine elle-même ne soit en mouvement, comme par exemple, pour tirer des pierres hors de leurs lits dans les carrieres, mais l'Axe & la Roue serviront pour élever des Poids des lieux les plus profonds. Les Poulies étant aisées à transporter sur les Vaisseaux, y sont pour cela fort employées. Le Coin est excellent pour séparer les parties des Corps; & la Vis pour les comprimer ou les resserrer ensemble, & même son grand frottement est quelquefois utile pour conserver l'effet qu'elle a déjà produit. La force de la Machine & de ses parties doit être proportionnée aux effets qu'elle est destinée à produire. Comme nous avons trouvé que lorsque le centre du Mouvement est situé entre la Puissance & le Poids, il soutient la somme de leurs efforts, il suit delà qu'on ne doit pas employer une petite Balance pour peser de grands Poids, car ils dérangeroient sa structure & la rendroit incapable de servir à cet usage avec exactitude. Les grandes Machines ne sont pas propres non plus à produire de petits effets: on doit laisser le détail de ces sortes de choses à un Mécanicien habile & expérimenté.

31. Mais nous avons souvent d'autres objets en vûe dans la Mécanique que d'élever des Poids & de surmonter des résistances. Produire un Mouvement régulier qui puisse servir à mesurer le tems aussi exactement qu'il est possible, c'est un des Problèmes les plus importants de cette Science, & qu'on a résolu avec succès jusqu'ici en adaptant des pendules aux Horloges; quoiqu'on ait inventé plusieurs moyens ingénieux de corriger les irrégularités de ces Mouvements causées par les ressorts. Plusieurs personnes ont fait tous leurs efforts pour trouver un Mouvement perpétuel, mais sans succès; & il y a lieu de penser suivant les principes de Méchanique qu'un tel Mouvement est impossible. Dans plusieurs cas lorsque les Corps agissent les uns sur les autres, il y a un gain de mouvement absolu, mais ce

gain est toujours égal dans des directions opposées, & la quantité de mouvement direct n'est jamais augmentée. Pour produire un mouvement perpétuel, il est nécessaire qu'un nombre de Corps déterminé se meuvent continuellement dans un certain Espace & d'une certaine maniere, & pour cela il doit y avoir une suite d'actions qui se succèdent sans cesse comme dans un cercle, afin de rendre le mouvement continu; en sorte que toute action par laquelle la quantité de force absolue est augmentée (& il y en a de plusieurs sortes) a une action opposée correspondante qui détruit ce gain de force, & en rétablit la quantité à son premier état. Ainsi il n'y aura jamais par ces actions aucun gain de force directe pour surmonter le frottement & la résistance du milieu; mais chaque Mouvement sera détruit peu-à-peu par ces résistances, & à la fin les mouvemens produits par toutes ces actions languiront & cesseront entièrement.

32. Pour mettre cette vérité encore dans un plus grand jour, nous observerons qu'on convient que par la résolution de la force il y a un gain ou une augmentation de quantité absolue de forces, ainsi les forces AB & AD (*Pl. I. Fig. 2.*) prises ensemble surpassent la force AC qui cependant est résolue en ces deux forces, mais on ne peut par aucune Machine que ce soit résoudre le Mouvement à l'infini; ceux qu'on a résolus doivent être de nouveau composés pour faire un mouvement continu, & le gain acquis par la résolution sera de nouveau perdu par la composition. De la même maniere si vous supposez A & B (*Fig. 42.*) parfaitement élastiques, & que le moindre Corps A frappe B en repos, il y aura une augmentation de la quantité absolue de force, parce que A rejaillira; mais si vous les supposez tous deux tourner autour d'un centre C, après le Choc, en sorte qu'ils se rencontrent de nouveau en *a* & *b*, cette augmentation de force sera perdue & leur mouvement réduit à sa première quantité. Un pareil gain

de force qui se perd ensuite dans les actions des Corps ne peut donc jamais produire un Mouvement perpétuel. Il y a encore plusieurs autres manières de gagner de la force absolue ; mais puisqu'il y a toujours un gain égal dans des directions opposées, & qu'il n'y a aucune augmentation acquise dans la même direction, dans le cercle d'actions nécessaires pour produire un mouvement perpétuel, ce gain sera aussi-tôt perdu, & ne servira pas à la dépense nécessaire de force employée à surmonter le frottement & la résistance du milieu.

33. Nous devons donc observer que quoiqu'on put démontrer que dans un nombre infini de Corps ou dans une Machine infinie, il pourroit y avoir perpétuellement un gain de force & un mouvement continué à l'infini, il ne s'ensuit pas de-là qu'un mouvement perpétuel puisse être produit. Celui qui fut proposé par M. Leibnitz au Mois d'Août 1690, dans les Actes de Leipsick, comme une conséquence de l'estimation commune des forces des Corps en mouvement, est de ce genre, & pour cette raison & plusieurs autres il doit être rejeté. Il est cependant nécessaire d'ajouter que quoiqu'à plusieurs égards, il paroisse préférable de mesurer les forces aussi bien que les mouvemens des Corps par leurs vitesses & non pas par les quarrés de leurs vitesses ; cependant pour donner une plus grande vitesse à un Corps, la Puissance ou la cause qui doit la produire doit augmenter en plus grande proportion que cette vitesse ; parce que l'action de la Puissance sur le Corps, dépend seulement de leur mouvement relatif ; ensorte que l'action totale de la Puissance n'est pas employée à produire du mouvement dans le Corps, mais une partie considérable de cette action sert à soutenir la Puissance, afin de la mettre en état de suivre le Corps & d'agir sur lui. Ainsi toute l'action du Vent n'est pas employée à accélérer le mouvement du Vaisseau, mais seulement l'excès de sa vitesse sur

celle de la Voile contre laquelle il agit, étant réduite l'une & l'autre à la même direction. Lorsque le Mouvement est produit dans un Corps par des ressorts, il n'y a que le dernier qui agit sur le Corps par le contact, & les autres servent seulement à le soutenir dans son action; en sorte qu'il faut un plus grand nombre de ressorts pour accélérer la vitesse d'un Corps qu'en raison de l'augmentation de cette vitesse. Une Puissance double, comme celle de la Gravité, produira un mouvement double en même tems, & un mouvement double dans un Corps élastique peut produire un double mouvement dans un autre Corps de la même espece. Mais deux impulsions successives égales agissant sur le même Corps ne produiront pas un mouvement double de celui qui seroit produit par la premiere impulsion; parce que la seconde impulsion a nécessairement un effet moindre sur le Corps qui est déjà en mouvement que la premiere qui agissoit sur lui lorsqu'il étoit en repos. De même s'il y a une troisième & quatrième impulsion, la troisième aura un effet moindre que la seconde & la quatrième moindre que la troisième. De-là il paroît quelle réponse nous devons faire à l'argument spécieux dont on s'est servi pour démontrer la possibilité du Mouvement perpetuel.

Que la hauteur AB (*Planch. III. Fig. 43.*) soit divisée en quatre parties égales AC, CD, DE, EB: supposons que le Corps A acquiert par la descente AC une vitesse comme 1, & que ce mouvement par quelque moyen soit transmis à un Corps égal B; alors que le Corps A par une descente égale CD, acquiere un autre mouvement comme 1, qui sera transmis pareillement au même Corps B, lequel de cette maniere est supposé acquérir un mouvement comme 2, suffisante pour le faire monter de B en A; & parce qu'il reste encore les mouvemens que A acquiert par les descentes DE & EB, qui peuvent être en état de tenir une Machi-

ne mouvement, tandis que B & A montent & descendent alternativement, on conclut de-là que de cette maniere il peut être acquis un gain de force suffisant pour produire un mouvement perpetuel. Mais il paroît par ce qui a été démontré qu'un mouvement comme 2 ne peut être produit en B par les deux impulsions successives transmises de A, chacune desquelles est comme 1.

Quelques Auteurs ont proposé des projets pour produire un mouvement perpetuel dans le dessein de les refuter; mais ne donnant pas de bonnes réponses ils ont plutôt confirmé les ignorans dans leurs espérances mal-fondées. Nous en avons un exemple dans la *Magie Mathématique du Docteur Wilkin*, Livre II. Chap. XIII. Un Aiman en A (Fig. 44.) est supposé avoir une force suffisante pour élever un Corps pesant le long du Plan FA de F en B, d'où le Corps est supposé descendre par sa Gravité le long de la courbe BEF, jusqu'à ce qu'il retourne à sa premiere place FF; ensorte qu'il s'éleve ainsi le long du Plan A, & descende le long de la courbe BEF continuellement. Mais supposons que BZE soit une surface sur laquelle un Corps étant placé, sa Gravité & l'attraction de l'Aiman se contrebalanceroient, cette surface rencontrera BEF à quelque point E entre A & F, & le Corps s'arrêtera en descendant le long de AEF au point E.



CHAPITRE IV.

Du Choc des Corps.

1. **Q**UOIQUE les Loix du Mouvement & les Principes de Méchanique soient suffisamment expliqués & démontrés dans les Chapitres précédens, il est à propos avant que nous procédions à des sujets plus relevés, de considérer les Mouvements les plus simples & les plus communs avec les Phénomènes qui en dépendent. Ces Loix & ces Principes recevront delà une nouvelle lumière, & on se convaincra de l'exactitude de nos Méthodes de raisonner en conséquence de ces mêmes Principes. Les Mouvements dont nous devons parler sont ceux qui sont produits par les Corps en se heurtant les uns les autres; nous avons occasion de les observer souvent, & il dépend de nous de les répéter par différentes expériences. C'est toujours en commençant par les Phénomènes les plus simples que nous pouvons analyser les Loix de la Nature avec la plus grande certitude; de ceux-là nous nous élevons ensuite à d'autres beaucoup plus compliqués: mais il seroit absolument contraire aux règles de la bonne Méthode de commencer par ces derniers. Il seroit ridicule, par exemple, si on vouloit parler ou donner une vraie notion de l'inertie des Corps, de commencer par des expériences chymiques sur la fermentation, les dissolutions des Corps par les Menstrues, les Phénomènes de la Putréfaction & autres d'un genre plus compliqué. Si nous commençons à fixer notre attention sur ces Phénomènes, nous serions portés à attribuer aux Corps une activité qui répugne réellement à leur nature. C'est par des observations & des expériences sur les Corps

sensibles & grossiers que nous devons acquérir la connoissance des premiers Principes de cette Science. La Doctrine du Choc des Corps étoit très-évidente & très-claire, & déduite d'une maniere satisfaisante des Loix du Mouvement avant que quelques Auteurs de ces derniers tems se fussent efforcés de l'obscurcir, en y introduisant des notions obscures, en faveur de leur nouvelle Doctrine sur l'estimation des forces des Corps en mouvement; mais nous n'aurons aucun égard à ces innovations, & nous tâcherons de déduire cette Doctrine d'une maniere claire & satisfaisante des Principes établis & éclaircis dans le second Chapitre.

2. Les Corps ont été communément distingués en trois especes: on appelle parfaitement Durs ceux dont les parties ne cèdent point dans leurs Chocs, mais sont absolument inflexibles, & c'est de cette nature qu'on suppose être les élémens des Corps ou les Atômes. On appelle *Mous* ceux dont les parties cèdent dans leurs Chocs, mais ne se rétablissent pas à leurs premières situations. On donne le nom d'*Elastiques* à ceux qui cèdent dans leurs Chocs, mais qui se rétablissent ensuite à leur premier état: & on les appelle parfaitement élastiques, lorsqu'ils se rétablissent avec la même force avec laquelle ils sont comprimés. Les actions des Corps parfaitement durs & inflexibles les uns sur les autres sont consommées dans un moment: & comme il n'y a aucun ressort, ni aucune force pour les séparer, ils se joignent après le Choc comme s'ils ne formoient qu'un seul Corps. Mais lorsqu'une Puissance ou une Force agit sur un Corps élastique, ses parties cèdent d'abord, & se rétablissent ensuite peu-à-peu à leurs premières situations. Il y a un tems requis pour cela qui doit être distingué en deux périodes; la première est le tems durant lequel les parties cèdent & sont comprimées de plus en plus; l'autre est celui où elles se rétablissent à leur premier état. Lorsque deux Corps sphériques élastiques se ren-

contrent , ils se touchent d'abord en un point , mais leur contact augmente par degrés à mesure que les parties qui se touchent & se pressent mutuellement viennent à ceder, jusqu'à leur plus grande compression : & ensuite ces parties se rétablissent à leurs premières situations par les mêmes degrés, quoique dans un ordre contraire. Les actions des Corps élastiques peuvent être expliquées en imaginant des ressorts KL placés entre les Corps durs A & B (*Fig. 14.*); car les ressorts doivent avoir le même effet dans ce cas, que l'élasticité des parties des Corps. Si A se meut vers B comprime les ressorts, & par leur médiation agit sur B, les ressorts seront de plus en plus comprimés, jusqu'à ce que les deux Corps aient des vitesses égales dans la même direction, & alors, aucune force n'agissant sur les ressorts, ils auront la liberté de commencer à se détendre, ce qu'ils feront par les mêmes degrés qu'ils ont été comprimés dans un ordre contraire : & c'est là la seconde période de l'action des Corps l'un sur l'autre. Dans la première action des Corps élastiques ou des Corps agissant par l'intervention des ressorts, les mêmes effets sont produits que s'ils étoient parfaitement durs. A la fin de cette période la vitesse respective des Corps est détruite, & dans l'instant où elle cesse la seconde commence, leurs vitesses dans la même direction étant alors égales. Dans cette seconde période de l'action des Corps, si l'élasticité est parfaite, les ressorts se détendant avec la même force avec laquelle ils étoient comprimés, les Corps doivent se séparer avec une vitesse respective égale à celle qu'ils avoient avant leur Choc, & quelque mouvement qui ait été ajouté à chacun d'eux ou qui en ait été retranché dans la première période, ils en perdront ou en recevront autant dans la même direction durant la seconde période ; en sorte qu'il y aura deux fois autant de force perdue, ou deux fois autant de gagnée par l'un & l'autre de ces Corps,

que s'ils eussent été parfaitement durs.

3. Les effets produits dans la première période de l'action des Corps qui ont une élasticité imparfaite sont les mêmes que si les Corps étoient parfaitement élastiques; mais parce que leurs parties se rétablissent à leurs premières situations avec une force moindre que celle qui les avoient déplacées, il y a moins de force gagnée ou perdue dans la seconde période que dans la première. Il y a cependant une proportion constante observée entre ce qui est perdu ou gagné dans ces deux périodes dans la même sorte de Corps; en sorte qu'il y a un rapport constant entre leurs vitesses respectives avant & après le Choc. Dans le Verre, par exemple, on trouve que cette proportion est comme de 16 à 15.

4. Dans les Corps mous, dont les parties cèdent & ne se rétablissent point du tout à leurs premières situations, l'action doit être la même que dans la première période des Corps parfaitement élastiques & de ceux qui sont d'une dureté parfaite. Leur vitesse respective est détruite par le Choc, l'inertie ou la résistance des parties ayant le même effet dans ce cas que leur ressort dans l'autre. Après le Choc ils vont ensemble comme une seule masse, n'y ayant point de ressort pour les séparer. Parce que les parties cèdent dans leurs Chocs, quelques Philosophes ont imaginé qu'il devoit y avoir de la force perdue en produisant cet effet; mais il n'y a point de mouvement communiqué à quelque partie qui puisse le perdre sans le communiquer à d'autres. Un Corps qui se meut dans un Fluide ne perd aucune force que celle qu'il communique aux parties du Fluide; & celui qui agit sur un Corps mou, ne peut perdre d'autre force que celle qu'il communiquera aux parties de ce Corps, laquelle sera par conséquent réunie à la force du tout. Les parties sont à la vérité mues hors de leurs premières places, mais cela ne peut produire aucune perte de force; car il est évident que si A se meut

& frappe B (*Fig. 45.*) & le pousse au point *b* où il frappe C, enforte qu'il reste lui-même à ce point *b*, toute la force que A avoit d'abord doit toujours se trouver en A ou en C, & il ne peut y avoir de force perdue ou consumée à transporter B de sa premiere place B à sa derniere *b*, puisque A n'a perdu que la force qu'il a donné à B, & que B ne peut avoir perdu que celle qu'il a communiquée à C. Il ne peut pas y avoir plus de force perdue dans ce cas, que si B avoit frappé C dans sa premiere place B, & il n'y auroit pas plus de force perdue en B mû deux ou trois fois aussi loin avant de frapper C. De même lorsqu'un Corps agit sur un autre qui est mou, & déplace ses parties, la force que le premier Corps perd est employé à la vérité à mouvoir ces parties qui acquierent tout ce qu'il perd, & ne perdent rien de la force qu'elles ont ainsi acquise qu'en la communiquant à d'autres parties; il n'importe pas à combien de distance elles soient mues de leurs places, mais quelle est la force qui leur est communiquée qu'il n'est pas possible de concevoir qu'elles puissent perdre par leurs simples déplacemens, sans agir sur d'autres parties.

5. On trouvera toujours ce principe vrai, quoique l'on suppose que les parties du Corps mou soient unies entre-elles avec un certain degré de force. On peut encore rendre ce cas plus clair, en supposant les parties B, C & D, (*fig. 46.*) cohérentes par un Ressort d'un certain degré de force, & que A poussant C, change la situation de ces parties entre-elles. Dans ce cas A ne perdra aucune force qui ne soit entierement communiquée à C, mais quelque partie par la médiation du ressort, doit être imprimée sur B & D, & tout ce que A perd, & n'est pas donné à C, doit être communiqué à B & D, si nous supposons le ressort infiniment délié, ou si nous faisons abstraction de son inertie, & que nous comptons toute la force dans la même di-

rection. Il est vrai que le ressort sera tendu par la force, qui est d'abord imprimée sur C; mais comme C ne peut perdre que ce qui est reçu par B & D, il ne peut y avoir de force perdue par cette cause; & si le ressort venoit à se rompre, il s'ensuivroit seulement qu'il n'y auroit plus, après cela, de force communiquée de C à B & à D. De l'égalité de l'action & de la réaction, il suit que le ressort agit également sur C & B, & sur C & D; en sorte qu'il ajoute autant de force à B & D, qu'il en prend de C; & comme ce principe est toujours vrai, il doit aussi avoir lieu, dans l'instant que le ressort se rompt comme auparavant: la cohésion des parties, ne peut donc être la cause d'aucune perte de force, ayant égard à toutes celles qui sont affectées dans le Choc; & il paroît que c'est sans fondement, qu'on supposeroit qu'il y eut d'autre force consumée, en faisant céder les parties des Corps mous, que celle qui est rassemblée dans la masse totale du Corps, tandis que ses parties continuent d'être unies toutes ensemble.

6. Ces observations étant faites, soient supposés d'abord les Corps A & B (*Fig. 47.* privés d'élasticité, que C, soit leur centre de gravité, & que AD & BD représentent leurs vitesses avant le Choc. Alors supposant que le Choc soit direct, ils avanceront ensemble après le coup, comme s'ils ne formoient qu'une seule masse; & leur centre de gravité étant emporté avec eux, leur vitesse commune sera la même que celle de ce centre, qui (par le § 15 Chap. 2.) est la même avant & après le Choc. Mais tandis que les Corps parcourent AD & BD avant le Choc, leur centre de gravité se meut de C en D, lieu où ils se rencontrent, ou celui où l'un attrape l'autre; donc la vitesse commune de A & de B après le Choc, est mesurée par CD, leurs vitesses avant le Choc, étant représentées par AD & BD respectivement. La ligne droite CD marque la direction, aussi-bien que la vitesse de

leurs mouvemens après le Choc; car elle est toujours dans la direction de C à D. Si D tombe sur C, alors CD s'évanouit, & leurs mouvemens sont détruits par le Choc. Cette proposition sert à déterminer les cas où les Corps sont ou parfaitement durs, ou parfaitement mous.

7. Mais si les Corps sont parfaitement élastiques, prenez CE égale à CD, dans une direction opposée; & les vitesses de A & de B après le Choc, avec leurs directions, seront représentées par EA & EB respectivement. Car le changement produit dans leurs mouvemens par le Choc, étant, dans ce cas, double de ce qu'il étoit dans le précédent, par le § 2, & la différence de AD & CD (changement produit dans la vitesse de A dans le premier cas) étant égale à la différence de CD, ou CE, & EA, il suit que la vitesse de A après le Choc, est mesurée par EA; & la différence de EB & CD, ou CE, c'est-à-dire CB, étant égale à la différence de CD & BD, il suit que EB est la vitesse de B après le Choc. Si B étoit en repos avant le Choc, que AB représente la vitesse de A, prenez CE égale & opposée à CB, & EA, EB, représenteront les vitesses de A & de B, après le Choc: dans lequel cas la vitesse de A avant le Choc, est à la vitesse de B après le Choc, comme AB à EB ou 2CB; c'est-à-dire, comme la moitié de AB à CB, & par conséquent, (par la propriété du centre de gravité) comme la moitié de la somme des Corps A & B est à A.

On peut déduire immédiatement de ce Théorème; tous les cas relatifs au mouvement des Corps qui ont une élasticité parfaite. Par exemple, si les Corps A & B sont égaux, alors $CA=CB$, & puisque $CE=CD$, il suit que $EA=BD$ & $EB=AD$; c'est-à-dire, que les Corps font échange de leurs vitesses par le Choc.

8. Mais si l'élasticité des Corps est imparfaite, prenez CE (Fig. 48. n. 1.) égale & opposée à CD, mais

Ca moindre que CA, & Cb moindre que CB, dans la même proportion que leur élasticité est moindre qu'une élasticité parfaite; & les lignes droites Ea & Eb représenteront leurs vitesses après le Choc, par le § 3, parce que si nous distinguons le tems dans lequel les Corps agissent l'un sur l'autre en deux périodes, comme dans cet article, l'effet produit dans la seconde période, sera moindre que l'effet produit dans la première, en cette raison donnée. Dans ce cas, leur vitesse respective après le Choc, est représentée par *ab*, & elle est à leur vitesse respective avant le Choc, comme *ab* à AB. Le Chevalier Newton a trouvé que dans le Verre cette raison étoit comme de 15 à 16, ainsi que nous l'avons observé ci-dessus; par conséquent, en déterminant l'effet de leurs Chocs, nous devons prendre $Ca = \frac{15}{16} CA$, & $Cb = \frac{15}{16} CB$.

9. Si le Mouvement est communiqué de cette manière du Corps A à une suite de Corps dans une progression Géométrique, alors la vitesse, communiquée successivement à ces Corps, sera pareillement, dans une progression Géométrique; & si A & B sont les deux premiers Corps, la raison commune des vitesses sera celle de la moitié de la somme de A & B au corps A; c'est-à-dire, si les Corps A & B sont représentés par les lignes droites *oa* & *ob* (Fig. 48 n. 2.) & si *ab* est divisée en deux également en *e*, la raison commune de deux vitesses consécutives quelconques dans la progression, sera celle de *oe* à *oa*; & si *n* représente le nombre des Corps, sans y comprendre le premier A, la vitesse du dernier sera à la vitesse du premier, comme la Puissance de *oa* dont l'exposant est *n* à la même Puissance de *oe*.

10. Trois Corps étant représentés par *oa*, *ob* & *od*, prenez *of* à *od* comme *oa* est à *ob*; alors supposant que le Mouvement commence du premier *oa* (qui étoit supposé frapper *ob* en repos, & *ob* ensuite frapper *od*

aussi en repos) la vitesse communiquée de cette manière au troisième, sera à la vitesse du premier, comme oa est à la quatrième partie de la somme de oa , ob , of & od . Car la vitesse du premier oa est à la vitesse du second ob , comme la somme de oa & ob à $2oa$; la vitesse de ob est à celle de od , comme la somme de ob & od à $2ob$; par conséquent la vitesse du premier oa est à la vitesse du troisième od , en raison composée de $oa + ob$ à $2oa$, & de $ob + od$ à $2ob$, c'est-à-dire (puisque oa , ob , of , od , sont proportionnelles, en sorte que oa est à ob , comme $oa + of$ à $ob + od$, & $oa + ob$ à ob , comme la somme de oa , ob , of , od & à $ob + od$) comme la somme de oa , ob , of & od , est à $4oa$. De là la vitesse de oa étant donnée, la vitesse communiquée à od est réciproquement comme la somme de oa , ob , of & od , & elle est la plus grande, lorsque cette somme est la plus petite, c'est-à-dire, si oa & od sont donnés, lorsque ob & of , se confondent l'un avec l'autre & avec ok moyen proportionnel entre oa & od . Donc la vitesse communiquée à od est la plus grande lorsque ob , le Corps interposé entre oa & od , est moyen proportionnel entre eux. Ce Théorème est un de ceux de M. Huyghens; d'où il suit que plus il y a de tels moyens proportionnels géométriques interposés entre oa & od , plus grande est la vitesse communiquée à od . Il y a cependant une limite que la vitesse communiquée à od ne peut jamais atteindre, (les Corps oa , od & la vitesse de oa avant le Choc, étant donnés) mais dont elle approche continuellement à mesure que le nombre de ces Corps interposés entre oa & od est augmenté. Et cette limite est une vitesse qui est à celle du premier oa avant le Choc en raison soudoublée de oa à od ; comme nous l'avons démontré dans nos Fluxions, §. 514.

^{11.} Les mêmes principes serviront à déterminer les effets des Chocs, lorsqu'un Corps frappe un nombre

quelconque de Corps tout à la fois dans toutes directions quelles qu'elles soient. Que les Corps soient d'abord parfaitement durs & privés d'élasticité, & que le Corps C (*Fig. 49.*) se mouvant dans la direction CD avec une vitesse représentée par CD, frappe tout à la fois les Corps A, B, E, &c. qui sont supposés en repos avant le Choc, dans les directions CF, CH, CK, &c. dans le même Plan que CD, & que Da, Db & De soient perpendiculaires à CF, CH, CK en *a, b, & c* respectivement. Déterminez le point P où le centre commun de gravité des Corps C, A, B, E se trouveroit, si leurs centres étoient placés aux points *c, a, b, e*, &c. respectivement, (par le §. 13. Chap. 2.); tirez DP, & CL parallèle à DP sera la direction du Corps C après le Choc. Que PR perpendiculaire à DP rencontre CD en R, & que DL perpendiculaire à CD rencontre CL en L; alors si CL est divisée en G, en sorte que CG soient à CL en raison composée de celle de CD à CR & de celle du Corps C à la somme de tous les Corps, la vitesse de C après le Choc sera représentée par CG; c'est-à-dire la vitesse de C après le Choc sera à celle qu'il avoit auparavant comme CG est à CD. Que Gf, Gh & Gk soient respectivement perpendiculaires sur CF, CH & CK en *f, h, & k*, & les vitesses de A, B & E après le Choc, seront représentées par Cf, Ch & Ck.

Mais si nous supposons les Corps parfaitement élastiques ou que les vitesses respectives, avant & après le Choc, soit toujours égales, lorsqu'elles sont mesurées sur la même ligne droite; prolongez DG jusqu'à ce que Dg soit égale à 2DG, tirez Cg & le Corps C parcourra Cg après le Choc, dans le même tems qu'il auroit parcouru une ligne droite égale à CD avant le Choc. On détermine les mouvemens de la même manière, lorsque l'élasticité est imparfaite, si la vitesse respectve après le Choc est toujours en raison donnée à la vitesse respectve avant le Choc dans la même ligne droite.

M. Bernouilli n'a résolu qu'un cas très-limité de ce Problème dans son Essai sur le Mouvement, *Paris*, 1726; car il suppose les Corps parfaitement élastiques, & que, pour chaque Corps d'un côté de la ligne de direction CD, il y a toujours un Corps égal de l'autre côté, qui est poussé dans une ligne droite formant un angle égal avec CD; en sorte que le Corps C se meut avec la même direction après le Choc qu'auparavant. Il déduit la solution de ce cas particulier (qu'il représente comme une matière de grande difficulté, & qu'il vante beaucoup comme le fruit de la nouvelle Doctrine sur les forces des Corps) de ce Principe » que la » somme des Corps multipliés par les quarrés de leurs » vitesses est la même avant & après le Choc; » Principe, cependant qu'il n'a jamais démontré; car il ne peut être considéré comme une conséquence immédiate de l'égalité de l'action & de la réaction, comme il l'a conclu trop légèrement, ainsi que nous l'avons fait voir ci-dessus. Mais la solution de ces Problèmes & de plusieurs autres semblables se déduit d'une manière aisée, naturelle & générale des Loix concernant la somme des Mouvements d'un Système de Corps estimés dans une direction donnée, & le Mouvement de leur centre de gravité qui n'est jamais affecté par le Choc.

12. Les mêmes choses étant supposées qu'au §. 7. parce que $CE = CD$ (*Fig. 47.*) il suit que $AD^2 - AE^2 = 4CE \times CA$; & que $EB^2 - BD^2 = 4CE \times CB$. Mais $A \times 4CE \times CA = B \times 4CE \times CB$ par la propriété du centre de gravité C: donc $A \times AD^2 - A \times AE^2 = B \times EB^2 - B \times BD^2$, ou $A \times AD^2 + B \times BD^2 = A \times AE^2 + B \times EB^2$; c'est-à-dire lorsque les Corps sont parfaitement élastiques, la somme formée de la multiplication de chacun d'eux par le carré de sa vitesse, est la même après le Choc qu'elle étoit auparavant. Les mêmes suppositions étant actuellement faites que dans le dernier Article, que DQ, gq, fm, hn, kr, soient perpendiculaires à CG

en Q, q, m, n & r ; alors les Rectangles formés par Cm & CG , Cn & CG , Cr & CG seront respectivement égaux aux quarrés de Cf , Ch & Ck . Si les Corps C, A, B, E sont supposés sans élasticité, leurs vitesses après le Choc seront représentées par CG, Cf, Ch & Ck , la vitesse de C avant le Choc étant représentée par CD , parce que dans ce cas, il n'y a point de vitesse relative produite par le Choc dans leurs directions respectives; & la somme de $A \times Cm, B \times Cn, E \times Cr$ est égale à $C \times GQ$, parce que la somme des mouvemens qui seroient communiqués à A, B & E dans la direction CG , est égale au mouvement que C perdrait dans la même direction par le §.4. Chap. II. donc la somme de $A \times Cf^2, B \times Ch^2, E \times Ck^2$ est égale à $C \times CG \times GQ$, & si nous y ajoutons $C \times CG^2$, la somme de tous les Corps multipliés par les quarrés de leurs vitesses sera dans ce cas $C \times CG \times CQ$; mais lorsque les Corps sont supposés parfaitement élastiques, les vitesses de A, B & E doivent être représentées par $2Cf, 2Ch$ & $2Ck$ respectivement; la somme de $A \times 4Cf^2, B \times 4Ch^2$ & $E \times 4Ck^2$ est égale à $C \times 4CG \times GQ$, ou (*Elem.* 8. 2.) $C \times CQ^2 - C \times Cq^2$; à quoi si nous ajoutons $C \times Cq^2$ (ou $C \times Cq^2 + C \times DQ^2$) la somme totale des produits, lorsque chaque Corps est multiplié par le quarré de sa vitesse sera égale à $C \times CD^2$, & par conséquent la même avant & après le Choc. Lors donc que les Corps sont sans élasticité, cette somme est moindre après le Choc qu'auparavant en raison de $CG \times CQ$ à CD^2 , ou de CG à CL , L étant le point où LD perpendiculaire à CD rencontre CG . Et lorsque les Corps A, B, E se meuvent avant le Choc, dans des directions différentes de celles dans lesquelles C agit sur eux, on trouvera toujours la proposition vraie, en décomposant leurs mouvemens en ceux qui sont dans ces directions (qui seuls sont affectés par le Choc) & ceux qui leur sont perpendiculaires (*Elem.* 47. 1.) Cette propo-

tion a également lieu lorsque des Corps d'une élasticité parfaite frappent quelque obstacle immobile, aussi bien que lorsqu'ils se frappent l'un l'autre, ou enfin lorsqu'ils sont obligés par quelque Puissance ou résistance de se mouvoir dans des directions différentes de celles où ils agissent les uns sur les autres. Mais il est manifeste qu'on ne doit pas la regarder comme un Principe général ou une Loi du mouvement, puisqu'elle n'a lieu que dans les Chocs d'une seule espèce de Corps. Les solutions de quelques Problèmes qui en ont été déduites peuvent être tirées d'un manière générale & directe des principes clairs dont on convient universellement, en déterminant d'abord les mouvemens des Corps durs qui sont supposés sans élasticité, & delà déduisant les solutions des autres cas, lorsque les vitesses relatives avant & après le Choc sont égales ou en quelque raison donnée.

13. Ce qui vient d'être démontré dans le dernier Article nous conduit au principe qui a été appelé par M. Huyghens *la conservation de la force ascendante, conservatio vis ascendentis*. C'est une chose très-con nue, & qui a été démontrée au §. 11. Chap. I. que les hauteurs auxquelles les Corps s'élèvent contre la résistance directe d'une Gravité uniforme sont comme les carrés des vitesses avec lesquelles ils commencent à monter. Nous avons trouvé dans le dernier Article que la somme des produits, lorsque les Corps sont multipliés par les carrés de leurs vitesses, est la même après le Choc qu'elle étoit auparavant, pourvu que les Corps soient parfaitement élastiques. Si donc nous supposons que le mouvement des Corps se fasse en haut dans des lignes verticales, la somme des produits, lorsque chaque Corps est multiplié par la hauteur à laquelle il monteroit, est la même après le Choc qu'auparavant; mais par la propriété du centre de Gravité §. 15. Chap. II. la somme des produits des Corps multipliés par ces hauteurs est égale au produit de la somme des Corps

multipliés par la hauteur à laquelle leur centre de gravité s'éleveroit. Donc lorsque les mouvemens des Corps sont supposés dirigés en haut dans des lignes verticales, avant ou après leurs Chocs, leur centre commun de Gravité s'élevera toujours à la même hauteur; & c'est ce que M. Huyghens a voulu faire remarquer lorsqu'il nous dit que la force *ascendante* de tout Système de Corps n'est pas affectée par leurs Chocs ou leurs actions mutuelles, pourvu qu'ils soient parfaitement élastiques; car si ce sont des Corps mous, ou qui ayent une élasticité imparfaite (ce qui véritablement est le cas de tous les Corps que nous pouvons examiner) alors il est évident que par ces Chocs leurs mouvemens seront souvent diminués & quelquefois totalement détruits; enforte que le centre de Gravité s'élevera nécessairement à une hauteur moindre après le Choc qu'auparavant, si les mouvemens des Corps sont supposés dirigés en haut dans lignes verticales.

14. Lorsque des Corps sont mus par leur Gravité & agissent en même tems l'un sur l'autre, on trouvera toujours que la somme des produits qui résultent de la multiplication de chaque Corps par le carré de la vitesse qu'il a acquise, est égale à la différence de la somme des produits des Corps qui descendent multipliés par les carrés des vitesses qu'ils auroient acquises par les mêmes descentes, s'ils fussent tombés librement sans agir les uns sur les autres, & de la somme des produits des Corps qui montent multipliés par les carrés des vitesses respectives qu'ils auroient acquises en tombant librement des hauteurs respectives auxquelles ils se sont élevés; pourvu que l'élasticité des Corps soit parfaite, ou si elle est imparfaite qu'il n'y ait pas de Choc ou de communication subite de mouvement d'un Corps à l'autre. Car si les vitesses relatives dans leurs directions respectives sont moindres immédiatement après cette action qu'auparavant, dans ces cas la som-

me des produits des Corps multipliés par les quarrés de leurs vitesses sera moindre qu'elle n'eut été s'ils étoient descendus librement des mêmes hauteurs respectives ; & s'ils sont supposés monter avec leurs vitesses respectives à un tems quelconque , & que leurs mouvemens ne soient retardés que par leur Gravité, le centre commun de Gravité ne montera pas à la même hauteur dont il étoit descendu ; comme nous l'avons fait voir fort au long dans notre Traité des Fluxions du §. 521 à 533.

15. Le vrai principe général à ce sujet est que lorsqu'un nombre de Corps mus par leur gravité ont des liaisons entre eux de quelque maniere , en sorte qu'ils agissent les uns sur les autres tandis qu'ils se meuvent , on trouvera toujours que l'ascension de leur centre de gravité dans leurs vibrations ou révolutions , égale sa descente ou qu'elle est moindre , mais elle ne l'excède jamais : & de ce Principe on déduit certainement l'impossibilité d'un mouvement perpetuel. Car il paroît que dans ces vibrations & révolutions, les ascensions successives du centre de Gravité doivent continuellement diminuer en conséquence du Frottement des parties des Corps & de la résistance du milieu ; puisque l'ascension du centre de Gravité n'étant jamais plus grande que la descente (quoiqu'elle soit souvent moindre ,) il ne peut y avoir aucun gain de force pour surmonter ces résistances. Tout mouvement donc doit diminuer & languir peu à peu dans nos Machines mécaniques , à moins qu'il ne reçoive de nouvelles influences de la Puissance qui l'a produit.

16. Il est très-certain que lorsqu'on a égard au défaut d'élasticité des Corps, au Frottement & à la résistance du milieu , ces conclusions sont parfaitement conformes à l'expérience , & servent à confirmer les Loix générales du Mouvement avec leurs Corollaires & nos méthodes de raisonner en conséquence.

CHAPITRE

CHAPITRE V.

*Du Mouvement des Projectiles dans le vuide ; de
la Cycloïde & du Mouvement du Pendule
dans cette Courbe. **

L E M M E I.

Supposons le Mouvement d'un Corps uniformément accéléré ; que le tems soit représenté par la ligne droite AM (*Planch. IV. Fig. 1.*) & une partie de ce tems par AK, tirez MN, KL perpendiculaires à AM en M & K, & AN qui les coupent en N & L : alors les vitesses acquises dans les tems AM, AK depuis le commencement du mouvement, seront comme les perpendiculaires MN, KL, mais les Espaces parcourus dans ces tems seront comme les Aires AMN, AKL.

Cette Proposition a été démontrée ailleurs, mais nous ajouterons ici la preuve qu'on en donne communément par la méthode des Indivisibles.

Puisque le mouvement du Corps est supposé uniformément accéléré, c'est-à-dire, recevoir des augmentations égales de vitesse dans des tems égaux, les vitesses acquises seront toujours proportionnelles aux tems: ensuite que si MN représente la vitesse acquise dans le tems AM, il suit, à cause que $AM:AK::MN:KL$, que KL représentera la vitesse acquise dans le tems AK. De la même manière les vitesses acqui-

* Afin de rendre ce second Livre plus complet nous y avons ajouté ce Supplement tiré de deux pieces que l'Auteur avoit coûtume de don-

ner à ses Ecoliers. Il est pris en substance des Traités du Sçavant M. Cotes, imprimés à la fin de son Livre intitulé *Harmonia Mensurarum*.

ses dans les tems AB, AC, AD, &c. seront représentées par les perpendiculaires BE, CF, DG, &c. respectivement.

L'Espace parcouru par un mouvement uniforme, est comme le Rectangle formé par les lignes droites qui représentent la vitesse & le tems : par conséquent les Espaces parcourus dans les tems AB, BC, CD, DH, &c. avec les vitesses BE, CF, DG, HI, &c. sont comme les Rectangles AE, BF, CG, DI, &c. & les Espaces parcourus dans tout le tems AK, comme la somme de ces Rectangles. Pour que le Mouvement puisse être uniformement & continuellement accéléré, supposons le nombre des Parties AB, BC, CD, &c. qui sont des divisions de la ligne AK, augmenté à l'infini, & la somme des Rectangles AE, BF, CG, &c. deviendra égale au Triangle AKL. Donc dans un mouvement uniformement accéléré, les Espaces parcourus dans les tems AK & AM, depuis le commencement du mouvement, sont comme les Aires AKL, AMN.

Coroll. I. L'Espace parcouru par un mouvement uniformement accéléré, dans un tems donné, est la moitié de l'Espace qu'il auroit parcouru dans le même tems, par un mouvement uniforme avec la vitesse acquise à la fin de ce tems.

L'Espace parcouru par un mouvement uniformement accéléré, dans le tems AK, est représenté par le Triangle AKL; l'Espace qui seroit parcouru par un mouvement uniforme, dans le même tems, avec la vitesse KL, est représenté par le Rectangle formé de AK & KL; mais le Triangle AKL est la moitié de ce Rectangle; & la Proposition est évidente.

Coroll. II. Les Espaces parcourus par un mouvement uniformement accéléré, sont comme les quarrés des tems depuis le commencement du mouvement; car ces Espaces sont comme les Triangles semblables AKL,

AMN, dont les côtés homologues AK & AM représentent les tems. Par la même raison, les Espaces font aussi comme les quarrés des vitesses (KL, MN) acquises à la fin de ces Espaces.

Coroll. III. Si la force accélératrice est supposée être plus grande ou plus petite en quelque raison donnée, les vitesses produites par cette force, dans un tems donné, seront augmentées ou diminuées dans la même raison. Et dans des tems donnés, la vitesse engendrée par cette force, sera à celle que la précédente a produite, en raison composée des forces & des tems.

Coroll. IV. La chute des Corps pesans, soit perpendiculaire, ou le long des Plans inclinés, étant un mouvement uniformément accéléré, le Lemme précédent & ses Corollaires, peuvent lui être appliqués.

LEMME II.

Si deux Corps pesans (*Fig. 2.*) tombent du point de repos C, sur la ligne horizontale AB, l'un dans la ligne verticale CE, & l'autre le long du plan incliné CA; le tems de la descente de C en B, sera au tems de la descente de C en A, comme CB à CA, & les vitesses acquises en B & en A, seront égales.

Car que la Force de la Gravité, par laquelle le Corps descend dans la ligne verticale CB, soit représentée par CB, & résolue en deux forces BD perpendiculaire à CA & CD; l'autre Corps sera poussé le long du plan incliné par CD seulement. Par conséquent, les forces accélératrices, les Corps qui font descendre dans la verticale CB, & le long du Plan incliné CA, sont représentées par CB & CD. Les Espaces parcourus dans des tems égaux, par l'action uniforme de quelques forces, sont en même raison que ces forces: donc le Corps tombera de C en B, & de

D d ij

Cen D, dans des tems égaux. Mais le tems de la descente de C en D, est au tems de la descente de C en A (par le *Cor.* 2 & 4. *Lem.* 1.) en raison soudoublée de CD à CA, c'est-à-dire, (à cause que CD, CB, CA, sont en proportion continuelle) en raison de CD à CB, ou de CB à CA.

De plus, les vitesses acquises dans les chutes sont en raison composée des forces qui les produisent & des tems dans lesquels elles ont été acquises, (*Corol.* 3. *Lem.* 1.) c'est-à-dire, dans le cas présent, en raison composée de CA à CB, & de CB à CA ; laquelle raison composée, est celle d'égalité.

LE MME III.

Sur le même Plan horizontal, soit élevé un autre Plan *ca*, dont l'élévation soit *cB* ; de C tirez CI, parallèle à *ca*, rencontrant BA en I, & de B la ligne Bd, perpendiculaire à CI. Alors CB représentant, comme auparavant, la force constante de la Gravité, CD Cd représenteront les forces accélératrices le long des Plans CA, & (CI ou) *ca* ; & leur raison étant composée de celles de CD à CB, & de CB à Cd, c'est-à-dire, de CB à CA, & de (CI à CB ou de) *ca* à *cB* ; il suit que ces forces accélératrices, sont directement comme les élévations des Plans CB & *cB*, & réciproquement comme leurs longueurs CA & *ca*.

Coroll. I. Composons maintenant ces trois raisons ; celle de CA à CB, de \sqrt{CB} à \sqrt{cB} , & de *cB* à *ca*, leur somme donnera la raison des tems des chutes, suivant CA & *ca*, qui est la raison directe des longueurs CA, *ca*, & l'inverse soudoublée des élévations CB, ou *cB*.

Coroll. II. Les vitesses acquises étant comme les forces accélératrices, & les tems dans lesquels elles agissent ; composés la raison de celles que nous avons trouvées

aux Lemme & Corollaire précédens, & il résultera celle des vitesses, à sçavoir, la raison directe soudoublée des élévations CB , cB .

Coroll. III. De-là on conclut pareillement, que si (*Fig. 3.*) un Corps tombe du point de repos C en A , sur la ligne horizontale AB , le long d'un nombre de Plans quelconque CD , DE , EA , inclinés entre-eux, comme en D & E , la vitesse au point A sera la même, que si le Corps fut tombé dans la ligne verticale CB ; en faisant abstraction cependant de la perte de vitesse qui résulte des impulsions du Corps en D & en E , sur les Plans contigus.

Que multipliant le nombre des Plans de C en A , jusqu'à ce que le Corps descende par une courbe, la vitesse en A sera précisément la même, que dans la chute perpendiculaire CB .

Et enfin, que si le Corps descend sur une suite de Plans cd , de &c. semblables & situés comme les précédens, ou sur deux arcs de courbe, semblables & semblablement situés, les vitesses seront comme les longueurs des Espaces parcourus, & les tems en raison soudoublée de ces longueurs, des hauteurs CB , cb , ou de deux côtés homologues de ces Figures.

Coroll. IV. Que AD (*Fig. 4.*) soient le diamètre d'un Cercle touchant la ligne horizontale en A , CA , cA , deux cordes quelconques tirées au point A . Alors si les Corps descendent par la force de la Gravité le long de ces cordes, les tems de descente seront égaux; & les vitesses seront proportionnelles aux cordes CA , cA .

Car joignant DC , Dc , & faisant CE , ce , perpendiculaires au diamètre; parce que les Triangles DCA , ECA sont semblables, comme aussi DcA , ecA , on démontre aisément que CA est à cA en raison soudoublée des élévations AE , Ae : & cette raison composée avec la même, mais renversée, donne la raison d'égalité, qui, par le *Coroll. 1.* est celle des tems.

Et par le *Coroll.* 2. les vitesses sont en raison sous-doublée de AE à Ae, ou de celle de CA à cA.

I. Du Mouvement des Projectiles.

PROPOSITION PREMIERE.

La Ligne décrite par un Corps pesant jetté dans une direction qui ne soit pas perpendiculaire à l'Horison, est une Parabole.

Supposons un Corps jetté dans la direction AD, (*Fig. 5.*) avec la vitesse qu'il auroit acquise en tombant de B en A, ce Corps par cette seule force, agissant sur lui, parcourroit uniformément la ligne droite AD; & une partie de la ligne de direction, comme AH représentera le tems dans lequel elle seroit parcourue.

Supposons que la force de la Gravité agissant seule, eut emporté, dans le même tems, le Corps de A en P; finissez le Parallelogramme APMH, & à la fin du tems représenté par AH, le Corps se trouvera en M. Puisque par le premier *Corollaire* du *Lemme* premier, le tems dans lequel le Corps tombe de B en A, est le même que celui dans lequel il parcourroit 2AB par un mouvement uniforme, avec une vitesse égale à celle qui est acquise en A; donc ce tems sera représenté par 2AB. Mais le tems dans lequel le Corps tomberoit de A en P, étant représenté par AH, il suit du second *Corollaire* du même *Lemme*, que $AP : AB :: AH^2 : 4AB^2$, & $4AB \times AP = AH^2 = PM^2$: d'où il paroît que le point M est un point dans la Parabole, dont le Diametre est AP, & le sommet A, le Parametre de ce Diametre étant égal à 4AB.

Coroll. I. Il est évident que la ligne AH est une Tangente à la Parabole en A, parce qu'elle est parallèle à l'Ordonnée PM.

Coroll. II. Puisque $4AB$ est le Parametre du Diametre AP , il suit que les Parametres appartenant au sommet A du Diametre AP , sont toujours en raison doublée des vitesses de la Projection, l'Espace AB étant toujours comme le quarré de la vitesse acquise en tombant de B en A . Il suit aussi que le Parametre de AP est le même, lorsque la vitesse de la Projection est la même, quelque soit la direction AH du Projectile.

Coroll. III. Si de A comme centre on décrit le demi-cercle BQL , sa circonférence sera le lieu de tous les foyers des Paraboles, qui peuvent être décrites par un Projectile jetté de A , avec la vitesse qu'il pourroit acquérir, tombant de B en A : car, par une propriété connue de la Parabole, la distance du foyer au point A est toujours égale au $\frac{1}{4}$ du Parametre du Diametre, qui passe par A : c'est-à-dire, au $\frac{1}{4}$ de $4AB$ ou à AB elle-même; tous les foyers doivent donc se trouver dans le demi-cercle BQL .

Coroll. IV. De-là il est aisé de déterminer la Parabole décrite, lorsque la direction du Projectile est donnée; car on n'a qu'à tirer AF , en sorte que l'angle FAD soit égal à l'Angle donné DAB que la direction AD fait avec la perpendiculaire AB , & le point F où AF coupe le demi-cercle BQL sera le foyer cherché; & si vous tirez par F la ligne FN , parallele à AB , coupant la Directrice BE en N , elle sera l'Axe, & I , point du milieu entre F & N , sera le sommet de la Parabole, $4FI$ étant le Parametre de l'Axe.

Coroll. V. Si vous tirez une ligne par le sommet I , parallele à la Directrice, rencontrant AB en C , elle doit être divisée en deux également par la ligne de direction en D ; & si vous tirez une ligne du foyer F en D , elle sera perpendiculaire à la Tangente, & passera par B si elle est prolongée, comme il paroît par les propriétés de la Parabole: & par conséquent un demi-cercle décrit sur AB , comme Diametre, passera tou-

jours par le point D, où la ligne de direction coupé CI, tangente au sommet de la Parabole.

Définition. Si on tire une ligne par le point A, parallèle à l'Horizon, coupant l'Axe en O, & la Parabole en K, alors AK s'appelle l'Amplitude de la Parabole.

PROPOSITION II.

L'Amplitude de toute Parabole est toujours égale à quatre fois le Sinus du double de l'Angle que la Ligne de direction fait avec la Verticale, prenant la moitié de AB pour rayon.

Car $AK = 2AO = 2CI = 4CD$; mais AK est l'Amplitude de la Parabole, & CD est le sinus de l'Angle DGB, qui est le double de BAD, si on prend GB ($= \frac{1}{2} AB$) pour rayon.

Donc l'Amplitude de la Parabole est égale à quatre fois le sinus du double de l'Angle BAD, que la verticale fait avec la ligne de direction.

Coroll. I. La vitesse de Projection étant donnée, les Amplitudes sont l'une à l'autre, comme les sinus du double des Angles d'inclinaison.

Coroll. II. Si l'Angle BAD n'excede pas 45° , alors il est évident que plus cet Angle est aigu, plus l'Amplitude AK sera petite; puisque le sinus du double de cet Angle doit devenir moindre, & que l'Amplitude est égale à quatre fois le sinus.

Lorsque l'Angle BAD s'évanouit, alors la Parabole AIK se confond avec la ligne droite AB; & le Projectile, au lieu de décrire une courbe, s'élèvera en B, & retombera au point A.

D'un autre côté, plus l'Angle BAD approche de 45° , plus la ligne CD, qui est le sinus du double de cet Angle, devient grande: & par conséquent l'Amplitude

plitude AK, qui est quadruple de ce sinus, doit aussi augmenter.

Coroll. III. Lorsque l'Angle BAD sera de 45° , les points F & O tomberont sur le point Q, où le demi-cercle BQL coupe la ligne horizontale AK; le sinus CD du double de l'Angle BAD deviendra alors le sinus de 90° , & par conséquent sera égal au rayon GA.

Mais puisque le rayon est le plus grand sinus, il est clair qu'alors l'Amplitude AK est la plus grande qui puisse être décrite par tout Projectile jetté de A, avec la vitesse qu'il auroit acquise en tombant de B en A: & cette Amplitude la plus grande possible, est toujours double de BA; car AK, dans ce cas, est égale à $4AG = 2AB$. D'où il paroît que si l'on jette un Corps dans une direction qui fasse un Angle de 45° avec l'Horizon, il sera emporté plus loin sur la ligne horizontale, que si on le jettoit avec la même force dans toute autre direction.

Coroll. IV. Lorsque l'Angle BAD est plus grand que 45° , alors à proportion, qu'il approche d'un Angle droit, la Parabole devient ouverte de plus en plus; mais les Amplitudes AK diminuent, à mesure que l'Angle BAD augmente; car $AK = 4CD$, & CD doit dans ce cas, diminuer à proportion que BAD augmente.

Si des deux directions AD & Ad l'élevation de l'une excède celle de 45° autant que l'élevation de l'autre est au-dessous, leurs Amplitudes seront égales; car les Sinus du double de ces Angles doivent être égaux, parce qu'ils sont l'un à l'autre supplémens à deux Angles droits: mais les Amplitudes de la Parabole sont toujours quadruples de ces Sinus, & par conséquent doivent être aussi égales entre-elles. Que les doubles de ces Angles soient supplémens l'un à l'autre, c'est ce qui paroît de la manière suivante. Que leur différence de 45° soit appelée A, le plus grand sera de $45^\circ \pm$

A le plus petit 45° — A leurs doubles seront $90^\circ + 2A$ & 90° — $2A$ qui sont supplémens l'un à l'autre parce ce qu'ils font ensemble 180° .

Corol. V. Lorsque l'Angle BAD devient un Angle droit, alors AB est l'Axe, & A le sommet de la Parabole, CD s'évanouit & AK devient $= 0$.

Corol. VI. Lorsque l'Angle BAD deviendra plus grand qu'un Angle droit, alors la Courbe décrite sera seulement une portion de la Parabole que nous avons considérée dans les Corollaires précédens, mais située de l'autre côté de A.

Corol. VII. Si la vitesse avec laquelle le Projectile est jetté, & l'Angle d'élevation ou son complement BAD sont donnés, on peut trouver l'Amplitude AK & la hauteur de la Parabole décrite par cette projection. Car voyant que l'Amplitude de 45° est $2AB$ (qui est la ligne qui exprime toujours la vitesse, puisque c'est en tombant le long de cette ligne qu'elle est acquise) on peut dire, comme le Rayon ou le Sinus de 90° est au Sinus du double de l'Angle BAD, ainsi $2AB$ est à AK l'Amplitude cherchée (par le Corol. I.) : l'Amplitude étant trouvée on peut trouver la hauteur en disant, comme le Rayon est à la Tangente de l'Angle d'élevation, ainsi CD ($= \frac{1}{2} AK$) est à AC la hauteur cherchée.

Corol. VIII. Si on a donné l'Amplitude AK & l'Angle d'élevation DAK, on peut trouver la vitesse nécessaire pour décrire une Parabole qui aura cette Amplitude, par cette proportion ; comme le Sinus du double de l'Angle est au Rayon, ainsi la moitié de l'Amplitude donnée est à AB, Espace que le Corps doit parcourir en tombant pour acquérir la vitesse nécessaire.

Corol. IX. Si la vitesse & l'Amplitude sont données la direction peut être trouvée par cette règle. Trouvez AB hauteur dont le Corps doit tomber pour acquérir la vitesse donnée ; alors dites, comme le double de cette ligne est à l'Amplitude donnée, ainsi le Rayon est au Si-

nus du double de l'Angle d'élévation, & cet Angle ou son complément satisfera au Problème.

PROPOSITION III.

Un Projectile jeté dans la direction AE (Fig. 6.) avec la vitesse qu'il auroit acquise en tombant de B en A, frappera une ligne comme AN en K, en sorte que AK sera égale à 4 CD: supposant AG perpendiculaire à la ligne AN, l'Angle $\text{GBA} = \text{GAB}$, & que le Cercle décrit de G comme centre avec le rayon GA, coupe la ligne de direction AE en D, enfin que DC soit parallèle à AN, rencontrant AB en C.

Car il est clair que l'Angle $\text{ADC} (= \text{DAK}) = \text{DBA}$, (*Euclid. 32. 3.*) & que par conséquent les Triangles ADC, ADB sont semblables ayant l'Angle en A commun, & l'Angle $\text{ADC} = \text{ABD}$; donc $\text{AC} : \text{AD} :: \text{AD} : \text{AB}$ & à cause des Triangles semblables ACD, PAK, comme $\text{AP} : \text{PK} ::$ (par la propriété de la Parabole) $\text{PK} : 4\text{AB}$, donc $\text{AD} = \frac{1}{4} \text{PK}$, & par conséquent $\text{CD} = \frac{1}{4} \text{AK}$, ou $\text{AK} = 4\text{CD}$.

Coroll. I. Tirez par le Point D une parallèle à AB rencontrant le Cercle en *d* & tirez *Ad*; alors le Projectile jeté dans la direction *Ad* frappera la ligne AN au même Point K; car $\text{CD} = \text{cd}$.

Coroll. II. Que HL parallèle à AB touche le Cercle en H; alors AH sera la direction dans laquelle le Projectile sera emporté le plus loin sur la ligne AN; car lorsque D vient en H, CD est la plus grande qu'elle puisse être, & par conséquent AK ($= 4\text{CD}$) est alors la plus grande distance où le Projectile puisse être porté sur la ligne AN, par la vitesse acquise en tombant de B en A. Mais il est évident que l'Angle $\text{HAN} = \text{HBA} = \text{HAB}$, par conséquent la direction AH divise en deux également l'Angle BAN que la ligne AN fait avec la Verticale AB.

Coroll. III. Les lignes AD, *Ad* sont des Angles égaux.

avec AH, l'Angle DAN est aussi égal à $\angle DAB$; & lorsque ces Angles sont égaux la distance AK est la même.

Corol. IV. Lorsque AK est donnée & qu'on cherche la direction; prenez $AR = \frac{1}{2} AK$, & par le point R tirez RD parallèle à AB, rencontrant le Cercle en D & d; alors tirez AD & Ad, elles seront les directions.

II. De la Cycloïde & du Mouvement du Pendule dans cette Courbe.

Définitions. Si le Cercle CDH (Fig. 7.) roule sur la ligne droite AB, en sorte que toutes les parties de sa circonférence lui soit appliquée successivement, le Point C qui touchoit la ligne AB en A décrira par un mouvement ainsi composé du Circulaire & du Rectiligne, une Courbe ACEB qu'on appelle la *Cycloïde*. La ligne droite AB en est la *Base*; la ligne EF perpendiculaire à AB & qui la divise en deux également en F, est l'*Axe*, & le Point E le *Sommet* de la Cycloïde. Le Cercle qui par sa révolution décrit la courbe, est appelé le *Cercle générateur*. La ligne CK parallèle à la base AB est une *Ordonnée* à l'Axe, & une ligne rencontrant la Courbe dans un point, & qui prolongée ne tombe pas dans la Courbe, est une *Tangente* de la Courbe à ce point.

PROPOSITION PREMIERE.

Sur l'Axe EF décrivez le Cercle générateur EGF, rencontrant l'Ordonnée CK en G, & l'Ordonnée sera égale à la somme de l'Arc & de son Sinus droit GK; c'est-à-dire, $CK = EG + GK$.

Il est évident par la définition que la ligne AB est égale à toute la circonférence du Cercle générateur, & par conséquent AF doit être égale à la demi-circonférence EGF. Il est aussi manifeste par la description de

la Courbe , que l'Arc CD est égal à la ligne AD , & par conséquent l'Arc CH est égal à DF ou IK ou CG ; mais l'Arc CH est égal à l'Arc EG , donc CG est égale à l'Arc EG , & l'Ordonnée CK (= CG + GK) doit être égale à la somme de l'Arc EG & de la ligne droite GK.

PROPOSITION II.

La ligne CH parallèle à la Corde EG, est une Tangente à la Cycloïde en C.

Tirez une Ordonnée ck très-proche de CK , rencontrant la Courbe en c , le Cercle eng & l'Axe en k : que Cu & Gn parallèles à l'Axe, rencontrent l'Ordonnée ck en u & en n , & de O centre du Cercle EGF, tirez le rayon OG. Puisque $ck = Eg + gk$, par conséquent $cu = Gg + gn$; & si vous supposez l'Ordonnée ck approcher de l'Ordonnée CK, & enfin se confondre avec elle, comme Gg & Gn s'évanouissent, les Triangles Ggn & GOK deviennent semblables, de-là $Gg : gn :: OG : OK$, & $Gg + gn : gn :: OG + OK (= FK) : OK$; mais $Gn : gn :: GK : OK$, donc $Gg + gn : Gn :: FK : GK :: GK : EK$; par conséquent $cu : Cu :: GK : EK$; & si vous tirez la Corde Cc , les Triangles Cuc , EGK seront semblables; en sorte que la Corde Cc , dès que les Points C & c se confondent, devient parallèle à EG : donc la Tangente de la Cycloïde en C est parallèle à EG.

PROPOSITION III.

L'Arc de la Cycloïde EL est double de la Corde EM de l'Arc correspondant du Cercle générateur EMF.

Que KL & kS soient deux Ordonnées de la Cycloïde très-proches l'une de l'autre, rencontrant le Cercle

générateur en M & Q; prolongez la Corde EM jusqu'à ce qu'elle rencontre l'Ordonnée κS en P; que Qo soit la perpendiculaire de Q sur MP, alors tirez les lignes EN & MN qui touchent le Cercle en E & M.

Puisque les Triangles ENM, PQM sont semblables, & que $EN = NM$, donc PQ est égale à QM; & le Triangle PQM étant isoscele, la perpendiculaire Qo divise en deux également la Base PM; enforte que MP est double de Mo: mais par la dernière proposition LS est parallele, & par conséquent égale à MP, & LS est égal à $2Mo$: la ligne LS est l'augmentation de la Courbe EL produite dans le même tems que la Corde EM augmente de Mo, puisque EQ est égale à Eo, lorsque les Points Q & M se confondent ensemble. Donc la Courbe augmente avec une vitesse double de celle de l'augmentation de la Corde, & puisqu'elles commencent en E à croître ensemble, l'Arc de la Cycloïde EL sera toujours double de la Corde EM.

Coroll. La demi-Cycloïde ELB est égale à deux fois le Diametre du Cercle générateur EF; & toute la Cycloïde ACEB est quadruple du Diametre EF.

PROPOSITION IV.

Que ER soit parallele à la Base AB, & CR parallele à l'Axe de la Cycloïde; alors l'Espace ECR, terminé par l'Axe de la Cycloïde EC & les lignes ER & RC, sera égal à l'Aire circulaire EGK.

Tirez cr parallele à CR, & puisque $cu: Cu:: GK: EK$; donc $EK \times cu = GK \times Cu$, & par conséquent $Rr \times CR = GK \times Kk$: donc le petit Espace $CRrc = GKk$. Enforte que les Aires ECR, EGK augmentent également, & puisqu'elles commencent à fluer ensemble, elles doivent par conséquent être égales.

Coroll. I. Que AT, perpendiculaire à la Base AB, rencon-

tre ER en T, & l'Espace ETACE sera égal au demi-Cercle EGF.

Corol. II. Puisque AF est égale à la demi-circonférence EGF, le Parallelogramme EFAT, étant le Rectangle du Diametre & de la demi-circonférence, sera égal à quatre fois le demi-Cercle EGF : & par conséquent l'Aire ECAFE sera égale à trois fois l'Aire du demi-Cercle générateur EGF.

Corol. III. Si vous tirez la ligne EA, l'Aire interceptée entre la Cycloïde ECA & la ligne droite EA sera égale au demi-Cercle EGF ; car l'Aire ECAFE est égale à trois fois EGF ; & le Triangle EAF = $AF \times \frac{1}{2} EF$ Rectangle du demi-Cercle & du rayon, & par conséquent est égal à 2EGF ; donc leur différence, l'Aire ECAE, est égale à EGF.

PROPOSITION V.

Prenez $Eb = OK$, tirez bZ parallele à la Base, rencontrant le Cercle générateur en X & la Cycloïde en Z, & joignez CZ, FX : alors l'Aire CZEC sera égale à la somme des Triangles GFK & bFX.

Tirez Zd parallele à l'Axe EF, rencontrant ET prolongée en d, & le Trapeze RCZd sera égal à $\frac{1}{2}CR + \frac{1}{2}Zd \times Rd =$ (à cause que $Zd = Eb = OK$) $\frac{1}{2}OE \times Rd$. Mais $Rd = RE + Ed = CK + bZ = EG + GK + EX + bX$; donc le Trapeze RCZd est égal à la somme des Rectangles de la moitié du rayon & des Arcs EG, EX ajoutés à leurs Sinus GK & bX ; mais l'Aire EGF, c'est-à-dire le Triangle EGF & le Segment coupé par la Corde EG, est égale au Rectangle formé par la moitié du rayon & la somme de l'Arc EG & de son Sinus droit GK ; & l'Aire EXF composée du Secteur EOX & du Triangle XOY est égale au Rectangle de la moitié du rayon & de la somme de l'Arc EX & de

son Sinus droit bX , donc le Trapeze $RCZd$ est égal à la somme des Aires EGF & EXF . Par la dernière proposition l'Aire ECR est égale à EGK & $EZd = EBX$; du Trapeze $RCZd$ retranchez les Aires ECR , EZd , & des Aires EGF , EXF retranchez les Aires EGK & EbX , & il restera l'Aire $CZEC$ égale à la somme des Triangles GFK , bFX .

Corol. I. De-là il suit qu'on peut assigner un nombre infini de Segmens de Cycloïde dont on trouvera la quadrature parfaite. Par exemple, si l'Ordonnée CK est supposée couper l'Axe au milieu du rayon OE , alors K & b se confondent, l'Aire ECK devient en ce cas égale au Triangle GKF , & EbZ égale à FbX , & ces Triangles eux-mêmes deviennent égaux.

Corol. II. Supposons maintenant que K tombe au centre O & C en i , alors parce que OK s'évanouit, Eb s'évanouit aussi, & l'Espace $CZEC$ devient dans ce cas $ECiE$, qui est égal à $\frac{1}{2} OE^2$, car dans ce cas le Triangle bFX s'évanouit.

PROPOSITION VI.

Que ATC (Fig. 8.) *soit une demi-Cycloïde ayant sa Base* EC *parallele à l'Horison, & son Sommet* A *tourné en bas: supposons un fil avec un Pendule de la longueur de la demi-Cycloïde, suspendu en* C , *& appliqué à la demi-Cycloïde* CTA , *le Corps* P *par sa Gravité separera peu-à-peu le fil de la demi-Cycloïde* CTA , *& décrira une demi-Cycloïde égale* APV , *ayant son Sommet en* V , *& son Axe perpendiculaire à l'Horison.*

Sur l'Axe AE décrivez le demi-Cercle générateur AGE , tirez AB coupant la ligne verticale CV en D , & sur DV prise égale à AE décrivez le demi-Cercle DHV : alors puisque la demi-Cycloïde CTA est égale à $2AE$ ou CV , (par le Coroll. de la Prop. III.)
le

le corps P arrivera en V lorsque le fil CTP sera dans une situation verticale. Par T & P tirez TG & PH parallèles à AD rencontrant le demi-Cercle en G & H; & puisque la partie droite du fil TP est égale à la Courbe TA à laquelle elle étoit appliquée, donc $TP = 2AG = 2TK$, & par conséquent TK & KP sont égales, & les Points G & H doivent être également distans de la ligne AD: donc l'Arc AG sera égal à DH, & par conséquent l'Angle $GAD = ADH$: & les Cordes GA & DH sont parallèles. Mais TP étant une Tangente à la Cycloïde en T est parallèle à GA, donc DKPH est un Parallelograme & DK est égale à PH. Mais l'Arc AG est égal à GT par la *Prop. I.* & par conséquent l'Arc $AG = AK$; & puisque $AD = AGE$, il suit que DK ou PH = GE ou HV: & si on prolonge PH jusqu'à ce qu'elle rencontre l'Axe en R, alors l'Ordonnée PR sera égale à la somme de l'Arc HV & de son Sinus droit HR, & par conséquent le Point P par la *Prop. I.* doit être dans une demi-Cycloïde dont le Cercle générateur est DHV, son Axe DV & son Sommet V.

Corol. Si une autre demi-Cycloïde égale à CTA, comme CtB est tournée dans un sens contraire, il est clair que par le moyen de ces demi-Cycloïdes on pourra faire décrire à un Pendule dans ses Oscillations la Cycloïde AVB.

PROPOSITION VII.

Que VL perpendiculaire à DV, soit égale à quelque Arc de la Cycloïde VML; décrivez avec le rayon VL le demi-cercle LZL; & supposant que le pendule commence une oscillation du point L, la vitesse acquise en M, dans la Cycloïde, sera comme MX, l'ordonnée du Cercle au point correspondant M dans la ligne droite VL: & la force par laquelle le mouvement du Pendule est accéléré en M, est comme l'Arc de la Cycloïde VM, qui reste à être parcouru.

Que LR, MS, soient perpendiculaires à l'Axe DV, rencontrant le cercle générateur en O & Q, & tirez les cordes VO, VQ: alors (*Coroll. 3. Lem. 3.*) la vitesse du Pendule en M, sera la même qui auroit été acquise par un Corps, tombant directement de R en S; & la vitesse acquise en V, sera la même qui eut été acquise par un Corps tombant directement de R en V; mais ces vitesses sont l'une à l'autre, comme \sqrt{RS} à \sqrt{RV} , par le *Coroll. 2. Lem. 1.* & puisque RV: SV:: VO²: VQ², & RV: RV—SV(=RS):: VO²: VO²—VQ²:: VL²: VL²—VM² (à cause que VL=2VO & VM=2VQ), il suit que la vitesse du Pendule acquise en M est à la vitesse acquise en V, comme $\sqrt{VL^2—VM^2}$ à $\sqrt{VL^2}$ ou comme MX à VZ.

La force de la Gravité qui est supposée invariable, agissant dans la direction du Diamètre DV, peut-être représentée par DV, & résolue en deux forces DQ & VQ, dont la première DQ, parallèle au fil iM, sert seulement à l'étendre, & ne contribue en rien à accélérer le mouvement du Pendule; il n'y a que la force représentée par la corde VQ, qui accélère le mouvement du Pendule le long de la Courbe Mm, & elle est toute employée à produire cet effet, la direction VQ étant parallèle à la Tangente de la Cycloïde en M, par la *Prop. II.* Mais VM=2VQ par la *Prop. III.* par conséquent la force qui accélère le Pendule en M, est comme l'Arc de la Courbe VM.

Coroll. Il est évident par la démonstration, que la partie de la Gravité que le fil soutient en un point, comme M, est au poids total du Pendule, comme la corde DQ au Diamètre.

PROPOSITION VIII.

Supposons que le cercle LZL soit parcouru par le Corps X avec un mouvement uniforme, par la vitesse que le Pendule a

acquise en V, un arc de Cycloïde; comme MN, sera parcouru par le Pendule, dans le même-tems que l'Arc de cercle XY par ce mouvement uniforme: prenez VN, sur la ligne droite VL, égale à VN dans la Cycloïde, & tirez NY parallèle à VZ rencontrant le cercle en Y.

Que xm soit une ordonnée très-proche de XM, & tirés Xr parallèle au Diamètre LI, rencontrant xm en r; ainsi puisque les Triangles Xrx & VXM, sont semblables, il suit que $Xx : Mm (= Xr) :: VX : MX$, c'est-à-dire, comme la vitesse du Corps X est à celle du Corps M: & par conséquent les Espaces Xx & Mm seront parcourus dans le même-tems par ces Corps, les tems étant toujours égaux, lorsque les Espaces sont en même raison que les vitesses. De même les autres parties correspondantes des lignes MN & XY seront parcourues dans le même-tems; & par conséquent, tout l'Espace MN sera parcouru dans le même-tems que l'arc XY.

Coroll. Donc le Pendule oscillera de L en V, en même-tems que le Corps X parcourra le quart de cercle LZ.

PROPOSITION IX.

Le tems d'une oscillation complete dans la Cycloïde, est au tems dans lequel un Corps, tomberoit le long de l'Axe de la Cycloïde DV, comme la circonférence du cercle à son diamètre.

Le tems dans lequel la demi-circonférence LZI est parcourue par le Corps X, est au tems dans lequel le rayon LV seroit parcouru avec la même vitesse, comme la circonférence d'un cercle à son diamètre. Mais le même tems dans lequel la demi-circonférence LZI, est parcourue par le Corps X, est égal au tems de l'oscillation complete LVP dans la Cycloïde par le

F f ij

Corollaire de la dernière Proposition. Le tems dans lequel un Corps tombe de O en V, le long de la corde OV, est égal au tems dans lequel LV ($= 2OV$) seroit parcouru par la vitesse acquise au point V, suivant le *Corol.* 1. *Lem.* 1. & *Corol.* 3. *Lem.* 3. & le tems de la chute, le long de la corde OV, est égal au tems de la chute, le long du diamètre DV, *Corol.* 4. *Lem.* 3. par conséquent, le tems dans lequel LV seroit parcouru avec une vitesse égale à celle du Corps X, est égal au tems de la chute, le long du diamètre DV. Il s'ensuit donc que le tems de l'oscillation entière LVP, est au tems de la chute, suivant le diamètre DV, comme la circonférence du cercle est à son diamètre.

Corol. I. De-là, les oscillations d'un Pendule dans la Cycloïde se font toutes dans des tems égaux; car elles sont toutes en même raison au tems dans lequel un Corps tombe suivant le diamètre DV. Si donc un Pendule oscille dans une Cycloïde, le tems de l'oscillation dans un Arc quelconque est égal au tems de l'oscillation dans le plus grand Arc BVA, & le tems dans le plus petit Arc est égal au tems dans le plus grand.

Corol. II. La Cycloïde peut-être considérée comme se confondant en V, avec un petit Arc de cercle décrit du centre C, passant par V; & le tems dans un petit Arc d'un tel cercle, sera égal au tems dans la Cycloïde; de-là on comprend pour quoi les tems dans de très-petits Arcs sont égaux, parce que ces petits Arcs peuvent être considérés, comme des portions de Cycloïde, aussi-bien que de Cercle.

Corol. III. Le tems d'une oscillation complete, dans un petit Arc de cercle, est au tems dans lequel un Corps tomberoit suivant la moitié du rayon, comme la circonférence du cercle à son diamètre: & puisque ce dernier tems est la moitié de celui dans lequel un Corps tomberoit le long de tout le diamètre, ou d'une corde quelconque, il suit que le tems d'une oscillation dans un

petit Arc, est au tems dans lequel un Corps tomberoit le long de sa corde, comme le demi cercle est au diamètre.

Supposons NV un petit Arc de cercle décrit du centre C; alors le tems dans l'Arc NV est si éloigné d'être égal au tems dans la corde NV, même lorsqu'ils sont supposés s'évanouir, que la dernière raison de ces tems est celle de la circonférence du cercle à quatre fois le diamètre. C'est pourquoi on doit corriger une erreur où sont tombés differens Auteurs de Méchanique, qui de l'égalité des Arcs & des cordes qui s'évanouissent, en infèrent témérairement que le tems de la chute d'un Corps, suivant ces Arcs, est égal au tems de sa chute le long de leurs cordes.

Corol. IV. Les tems des oscillations dans les Cycloïdes, ou dans de petits Arcs de cercle, sont en raison soudoublée de la longueur des Pendules. Car le tems de l'oscillation dans l'Arc LVP est en raison donnée au tems de la chute, le long de DV, lequel tems est en raison soudoublée de l'espace DV, ou de son double CV, la longueur du Pendule.

Corol. V. Mais si des forces accélératrices inégales, agissent sur les Corps qui oscillent, alors les oscillations se feront dans des tems qui seront entre-eux en raison composée de la soudoublée directe de la longueur des Pendules, & de la soudoublée inverse des forces accélératrices: parce que le tems de la chute, suivant DV, est en raison soudoublée de l'Espace DV directement, & de la force de la Gravité réciproquement; & le tems des oscillations, est en raison donnée à ce tems. D'où il paroît, que si les oscillations de Pendules inégaux se font dans le même-tems, les gravités accélératrices de ces Pendules doivent être comme leurs longueurs; & ainsi nous concluons que la force de la Gravité diminue à mesure qu'on avance vers l'Equateur; puisque nous trouvons que les Pendules à secon-

de sont toujours plus courts à une moindre distance de l'Equateur.

Corol. VI. Par cette Proposition, nous apprenons à connoître exactement quel Espace un Corps qui tombe, parcourt dans un tems donné: car trouvant par expérience, quel Pendule oscille dans ce tems, la moitié de la longueur du Pendule sera à l'Espace cherché, en raison doublée du diamètre à la circonférence; parce que les Espaces parcourus par un Corps tombant depuis le commencement de son mouvement, sont comme les quarrés des tems dans lesquels ils sont parcourus, & la raison des tems dans lesquels ces Espaces sont parcourus, est celle du diamètre à la circonférence: De cette maniere, M. Huyghens démontre que les Corps qui tombent par leur Gravité seulement, parcourent 15 pieds & un pouce de Paris dans une seconde de tems.

Scholie. Afin qu'on puisse comprendre comment un petit Arc n'est pas parcouru dans le même-tems que sa corde, quoique lorsqu'il s'évanouit, il lui soit égal, nous ferons voir ici, que si Vk & Nk sont deux plans qui touchent l'Arc NV en V & N ; quoique la corde qui s'évanouit NV soit égale à la somme de ces Tangentes Vk & Nk , cependant le tems dans la corde est au tems dans ces Tangentes, comme 4 est à 3.

Par le *Corol. 1. Lem. 3.* le tems dans Nk est au tems dans NV , comme Nk à NV , ou comme 1 à 2. Mais kV étant horisontale, le mouvement en kV doit être uniforme, & elle sera parcourue par ce mouvement uniforme dans la moitié du tems que le Corps employe à tomber de N en k ; donc si le tems dans lequel kV est parcourue uniformément est appelé T , le tems dans lequel Nk est parcourue, sera $2T$, & le tems durant lequel la corde NV sera parcourue, sera $4T$: & par conséquent le tems dans lequel un Corps tombera le long de deux Tangentes, est au tems dans lequel il parcourroit la corde, comme 3 à 4.

Fin du second Livre.



D É C O U V E R T E S
P H I L O S P H I Q U E S
D E M . N E W T O N .



L I V R E T R O I S I E M E .
La Gravité démontrée par l'Analyse.

C H A P I T R E P R E M I E R .

*De la Théorie de la Gravité telle qu'elle paroît
avoir été connue avant M. le Chevalier
N E W T O N .*

11.



Es Expériences & les Observations suffisent seules pour nous rendre capables de faire de vastes collections d'Histoire naturelle ou de décrire les Phénomènes de la Nature. Les Principes de Géométrie. & de Méchanique nous mettent en état de por-

ter l'Analyse depuis les Phénomènes jusques aux Puissances & aux causes qui les produisent : en procédant ainsi avec précaution, nous sommes certains de la solidité des fondemens , & que l'édifice qu'ils soutiennent ne court aucun risque d'être renversé. Les premières connoissances que les Philosophes eurent de la Nature n'étoient pas plus parfaites que celles du vulgaire , ils les tenoient tous immédiatement des sens. Mais en comparant ces connoissances entre-elles en examinant la Nature des Sens eux-mêmes, en les aidant, ou même en découvrant les erreurs où ils pouvoient nous induire , & faisant une juste application des Principes Géométriques & Mécaniques, le Système de la Nature devint bientôt fort différent pour un Philosophe de ce qu'il est aux yeux du vulgaire. D'abord la surface de la Terre paroît d'une étendue sans bornes, tandis que tout le reste de l'Univers, les Nuages, les Météores, la Lune, le Soleil, & tous les Astres paroissent dans une surface concave courbée vers la Terre. Ce fut l'opinion qui prévalut le plus communément sur le Système du Monde dans les premiers tems, l'imagination des hommes étant préoccupée de ces préjugés, ils croyoient avoir vu ou entendu des choses absolument impossibles. Ainsi un Poëte chez les Romains représente leur armée étant alors en Portugal, c'est-à-dire aux limites Occidentales du grand Continent, comme entendant le Soleil entrer dans l'Océan avec une espèce de sifflement.

Audiit Herculeo stridentem gurgite Solem. Lucan.

Tandis que d'autres Voyageurs ont parlé d'une vaste cavité dans les parties les plus Orientales, d'où l'on entendoit sortir le Soleil tous les matins avec un bruit insupportable. Les Philosophes découvrirent bientôt que la Terre n'étoit pas d'une étendue sans bornes, mais d'une figure

figure Sphérique , & que les Météores, les Planetes & les Etoiles n'étoient pas placés dans une même surface concave, mais dispersés dans l'Espace à des distances très-différentes , que leurs grandeurs & leurs mouvemens réels étoient fort differens des apparens, & qu'on ne devoit point en juger par ce qui paroît dans un seul lieu, mais par des Observations faites en divers points de vûe comparées ensemble suivant les Principes Géométriques.

2. Comme notre Analyse du Systême du Monde doit être fondée sur les figures, les grandeurs & les mouvemens réels des Corps dont il est composé; on aura un excellent exemple de la Méthode de procéder par Analyse & par Synthèse, si nous faisons voir de quelle maniere nous sommes en état par les Phénomènes apparens de déduire les réels, sans la connoissance desquels nos recherches sur les Puissances ou les causes qui opèrent dans la Nature seroient douteuses, ou nous induiroient en erreur. La connoissance de la disposition & des mouvemens des Corps célestes doit précéder une recherche exacte de leurs causes. L'une est plus aisée, l'autre est plus difficile: la premiere preparera à la seconde, & servira à mettre le Lecteur au fait de cette Méthode (la seule par laquelle on puisse acquérir de la certitude en cette Science) dans des cas aisés, avant qu'il procède à ceux d'une Nature plus compliquée. Nous commencerons donc par l'exemple le plus clair & le plus simple en faisant voir en peu de mots comment par les Phénomènes on parvient à découvrir la véritable figure, la grandeur & les mouvemens réels de la Terre, & comment ces Principes étant établis, on en déduit par la Synthèse des Phénomènes innombrables.

3. C'est à la vûe que nous sommes redevables des connoissances que nous avons des parties éloignées du Systême du Monde; car il n'y a que les objets qui sont

près de nous, qui tombent sous l'observation des autres sens; mais celui-ci, tout admirable qu'il est, a ses imperfections. La Vision dépend de la peinture des objets externes, formée sur la Rétine & d'un jugement de notre Ame, acquis par l'habitude & l'expérience; ce jugement est si immédiatement uni avec la sensation, qu'il est impossible, par un acte de la reflexion, de l'en séparer, ou lorsqu'il est faux, de le corriger tout-à-coup. Si la Vision ne dépendoit que de cette peinture, alors des représentations égales sur la Rétine, feroient naître des idées de grandeurs égales des objets; & si le plus petit Insecte étoit si près, qu'il pût couvrir une Montagne éloignée de lui, l'Insecte nous paroîtroit égal à la Montagne. Mais nous avons acquis par l'habitude la faculté de combiner l'opinion ou le préjugé, formé sur la distance, avec la grandeur ou le volume apparent de l'image représentée sur la Rétine, & cela avec une promptitude de pensée inconcevable, en sorte que l'idée que nous nous formons de sa grandeur, est le résultat de l'un & de l'autre, faisant une compensation pour la plus grande distance, conforme à la notion que nous en avons conçue. De-là, il est aisé de voir à combien d'erreurs la Vision peut donner lieu; car comme nous sommes sujets à nous tromper souvent dans la notion que nous avons de la distance, il doit en résulter autant de fausses idées de la grandeur des objets. D'ailleurs, dans plusieurs cas, cette notion de la distance est produite sans reflexion par la force de l'habitude; & nous trouvons que l'effet de cette fausse idée, subsiste même après que l'entendement est mieux instruit, & que le jugement est réformé. Ainsi la Lune continue de nous paroître plus grosse à l'Horizon qu'au Méridien, même après que l'on nous a démontré que sa distance est alors plus grande, en sorte qu'elle devroit réellement paroître moindre. Parce que, suivant l'observation de Kepler, les Cieux nous paroissent, non comme un

Dôme hémisphérique, mais comme un Segment de Sphère, moindre que l'Hémisphère; nous sommes accoutumés à attribuer une grandeur réelle, plus considérable aux objets vus à une grande distance près de l'Horison, qu'à ceux d'une grandeur égale apparente, (ou qui ont des images égales sur la rétine) vus dans une situation fort élevée au-dessus de l'Horizon; & par là, il explique ingénieusement, pourquoi la Lune nous paroît plus grosse à l'horison qu'au Méridien. Mais après que nous sommes mieux informés, & que nous connoissons que la grandeur apparente de la Lune est moindre à l'Horison, dans la même proportion que la distance est plus grande, nous ne nous contentons pas d'avoir égard à cela dans notre jugement; mais entraînés par la force de l'habitude & de la coutume (a) nous attribuons à cette distance, beaucoup plus qu'il ne faudroit. L'effet de l'habitude sur l'Âme & sur ses opérations est un sujet qui mérite bien l'attention particulière des Philosophes; mais il n'est pas à propos d'y insister ici, de peur que nous ne paroissions mêler sans nécessité, ce qui est obscur & incertain, avec ce qui est clair & satisfaisant. Car l'Analyse que nous avons à exposer, ne dépend d'aucun principe disputé, mais de ceux de la Géométrie pratique, appliqués au Systême céleste.

4. L'Expérience nous a appris differens moyens de former un jugement sur les distances des objets, lorsqu'ils ne sont pas fort éloignés de nous; comme par la différente disposition de nos yeux, lorsque nousregar-

(a) Peut-être que la surface concave du Ciel nous paroît comme un Segment moindre qu'un Hémisphère, parce que nous avons toujours été accoutumés à voir de plus grandes distances le long de l'Horizon que dans la ligne verticale vers le Zenit. Mais quelque puisse être la raison de cette apparence

(la supposant vraie) il sembleroit qu'une façon habituelle de penser le contraire devoit avoir quelque effet, & il y a des personnes qui observent réellement que la Lune ne leur paroît jamais si grosse à l'Horizon, qu'autre-fois lorsqu'elles étoient jeunes & que ses Mouvements ne leur étoient pas connus.

dons avec les deux ensemble un objet qui est proche ; car il est évident, que dans ce cas, nous devons tourner davantage les yeux l'un vers l'autre, afin de les diriger vers le même point de l'objet, que lorsqu'il est à une plus grande distance. Nous apprenons de même, bientôt par l'Expérience, que lorsque l'objet est très-près, l'image en est obscure & confuse, & nous sommes obligés de forcer nos yeux pour la rendre un peu plus distincte. Nous éprouvons aussi que l'image est plus lumineuse & plus brillante, lorsque l'objet est proche, que lorsqu'il est éloigné. Mais le moyen le plus commun d'estimer la distance, c'est par les objets interposés, ou lorsque l'objet que nous examinons est d'une espèce qui nous est très-familier, par le volume qu'occupe son image dans la peinture formée sur la Rétine. C'est par ces méthodes, & peut-être par quelques autres, que nous sommes capables de former quelque jugement de la distance des objets proches (a)

Mais lorsqu'ils sont très-éloignés, & qu'il n'y a au-

(a) Un sçavant Auteur * d'un caractère distingué commence un Traité curieux sur ce sujet par cette Observation : « Tout le Monde, je pense, convient que la distance ne peut être vue d'elle-même & immédiatement, car la distance étant une ligne dirigée par l'extrémité à l'œil, elle ne projette dans le fonds de l'œil, qu'un seul point, qui persiste invariablement le même, soit que la distance soit plus longue ou plus courte. » La distance dont il s'agit dans cette remarque, est la distance à l'œil, & ce qu'on en dit ne peut être appliqué à la distance en général. La distance de deux Astres est susceptible des mêmes variétés que toute autre quantité ou grandeur. Les grandeurs visibles sont composées de parties & elles peuvent être résolues en ces parties aussi bien que

les grandeurs qui sont l'objet du tact ; & les proportions des premières peuvent être assignées comme celles des dernières. En sorte que cet Auteur va trop loin, lorsqu'il nous dit que les grandeurs visibles ne sont pas plus l'objet de la Géométrie que les paroles, & lorsqu'il conclut de la distance en général ce qui ne peut se dire que de la distance dirigée « par l'extrémité à l'œil » ; il prétend démontrer « que les idées de l'Espace de l'Etendue & des choses éloignées ne sont pas à proprement parler l'objet de la vue, & qu'on ne peut pas plus en juger par l'œil que par l'oreille. »

* C'est sans doute M. Berkley, Evêque de Cloyne, qui a donné un Traité d'Optique aussi singulier, mais aussi ingénieux que ses autres Ouvrages.

un objet entre-eux, tels que sont les Corps célestes, ces méthodes nous trompent, les sens ne peuvent plus servir à comparer leurs distances, & il est impossible de déterminer qu'elles sont les plus grandes ou les moindres, sans le secours de la Géométrie, ou de quelque Art équivalent. Dans ces cas, donc, la vûe rapporte tous les objets à une surface concave. Ainsi les Nuées, les Météores, les Planetes, & tous les Astres paroissent à la vûe, dans une même surface concave, quoiqu'il y ait une très-grande variété dans leurs distances réelles. C'est alors que la Géométrie Pratique nous prête un secours sûr & nécessaire; par ce moyen, nous trouvons bientôt que les Nuées, non-seulement sont plus près de nous que les Corps célestes, qu'elles nous cachent souvent, mais que leur distance n'est que de quelques milles; un léger changement de lieu en produisant un très-grand dans leur situation respectivement à nous, puisque celles que nous voyons dans un lieu, sont différentes en situation de celles qu'on voit en même-tems, dans les lieux éloignés de celui où nous sommes. Nous appercevons bientôt que la Lune est à une distance beaucoup plus grande, parce qu'elle est vûe tout-à-la-fois de la moitié de la Terre, & à peu près dans la même direction, ou dans la même situation parmi les Etoiles fixes. Nous apprenons aisément que la Lune est à une moindre distance de nous que le Soleil, parce que se trouvant entre nous & ce Globe, elle produit les Éclipses Solaires; & que Venus & Mercure sont plus près de nous dans leurs conjonctions inférieures que le Soleil, parce qu'on les apperçoit comme des taches obscures sur son disque. Si nos instrumens étoient absolument parfaits, & qu'il nous fut possible de faire nos observations avec la dernière exactitude, alors nous serions assurés de la distance précise de chaque Corps céleste, & toute la disposition du Système du Monde, pourroit être exactement connue. Mais ce sujet étant

de la dernière importance dans notre Analyse , il mérite un plus grand éclaircissement.

5. Que A & C (*Pl. III. Fig. 50.*) représentent deux Spectateurs, ou deux différentes stations du même Spectateur, D l'objet ou le Phénomène dont on cherche la distance. Cet objet paroît au Spectateur en A dans la ligne droite ADF , & au Spectateur en C dans la ligne droite CDE ; l'Angle qu'elles forment ADC , fait voir combien la position de l'objet D varie respectivement aux deux Spectateurs. Lorsque cet Angle est grand, la distance AD n'a pas une grande proportion à AC ; mais cet Angle étant très-petit, comme lorsque l'objet est éloigné de D en H , alors sa distance de A doit être beaucoup plus grande que AC , distance des deux Spectateurs, ou des deux stations; parce que AC est toujours à AD , comme le sinus de l'Angle ADC , est au sinus de ACD par la Trigonométrie commune. Ainsi lorsque AC est de quelques milles, & que D représente un Nuage, l'Angle ADC se trouve très-considérable, & de-là nous apprenons que sa distance, n'est pas fort grande. Si EDC représente la ligne droite dans laquelle le Soleil luit, alors C représentera l'ombre du Nuage sur le plan AC ; & on pourra déterminer la proportion de AD à AC , par les observations faites à une station A . Mais quoique la ligne droite AC soit de plusieurs centaines de milles, si H représente la Lune, on trouve que l'Angle AHC est extrêmement petit, d'où nous concluons que la distance de la Lune ne doit être exprimée que par un très-grand nombre de milles.

6. Que C (*Fig. 51.*) représente le centre de la Terre, A un lieu quelconque sur sa surface, CAe la ligne verticale de ce lieu, d un objet ou un Phénomène au Zénit, ADF une Tangente à la surface de la Terre en A , qui est l'Horison sensible de ce lieu. Alors l'objet d étant supposé répondre à l'Etoile fixe e , lorsqu'il est dans la ligne verticale, pour un Spectateur placé en A

aussi-bien qu'en C, il n'en est plus de même, lorsque l'objet *d* vient à l'Horison en D. Car quoique le centre C, l'objet D & l'Etoile E (abstraction faite de leurs mouvemens propres) soient toujours dans une ligne droite, cependant D & E, ne sont plus dans une même droite avec A, lieu du spectateur; mais tandis que D paroît être en F, l'Etoile paroît toujours élevée au-dessus de l'Horison par l'arc EF, qui mesure l'Angle EDF, ou ADC, dont le sinus est au rayon, comme CA demi diamètre de la Terre, est à CD, distance de l'objet au centre de la Terre. Cet Angle ADC, est ce qu'on appelle la Parallaxe horisontale de l'objet ou du Phénomene, & il fait voir sous quel Angle le demi diamètre de la Terre CA paroîtroit, s'il étoit vû à la distance de l'objet CD; & trouver la Parallaxe horisontale de quelque objet, ce n'est autre chose que déterminer de quelle grandeur (ou sous combien de minutes & de secondes) paroîtroit le demi-diamètre de la Terre, vû depuis cet objet. Supposons un nombre d'objets quelconque, dans la ligne droite AF, comme D, G, H, & des Spectateurs à chacun d'eux, voyant le demi-diamètre de la Terre CA; il leur paroîtra sous les Angles respectifs CDA, CGA, CHA, qui sont les Parallaxes respectives de ces objets, & qui diminuent par degrés, à mesure que leurs distances augmentent. Nous découvrons donc les distances de ces objets, en déterminant la grandeur apparente du diamètre de la Terre, vû de ces mêmes objets: & il est évident que cette méthode est bien fondée, puisqu'il est certain que les distances auxquelles la Terre paroît grande à un Spectateur doivent être moindres, & que celles d'où la Terre lui paroît petite doivent être plus grandes. Ainsi la Terre paroîtroit très-grande à un Spectateur qui ne seroit qu'à la distance de quelques centaines de milles; à un Spectateur placé dans la Lune, le demi-diamètre de la Terre paroîtroit sous un Angle moindre qu'un degré: on la

verroit depuis Venus, à peu près de la même grosseur que cette Planete nous paroît; & pour un Spectateur aussi éloigné que Jupiter ou Saturne, la Terre seroit à peine visible absolument, à moins qu'il n'eût une vue plus perçante que la nôtre, ou qu'il n'eût appelé l'Art à son secours. Et comme la proportion de la distance où est le spectateur du centre de la Terre à son demi-diamètre étant connue, on détermine aisément de quelle grandeur lui paroît la Terre; ainsi réciproquement, lorsque nous avons découvert cette apparence, il est aisé d'assigner la distance du Spectateur à la Terre.

7. De cette maniere on porte la mesure de la Terre jusqu'aux Cieux, & on compare les distances des Corps célestes avec les demi-diamètres de la Terre, & ces mêmes distances les unes avec les autres. Il est à propos d'ajouter encore plus d'éclaircissement à ce sujet, qui est de grande importance en Astronomie, Science qui nous fait acquérir des connoissances de la Nature si nobles & si étendues. Imaginons un spectateur en A, voyant un Espace immense autour de lui, tandis qu'une ligne droite DL, perpendiculaire à AD, & égale au demi-diamètre de la Terre, se meut sur la ligne droite AF, depuis la moindre distance jusqu'à la plus grande; alors la Parallaxe, appartenant à une distance quelconque, n'est autre chose que l'Angle sous lequel le demi-diamètre de la Terre paroît à cette distance au Spectateur placé en A. Ainsi les Parallaxes appartenant aux différentes distances AD, AG, AH, &c. sont les Angles respectifs DAL, GAM, HAN, &c. qui mesurent la grandeur apparente du demi-diamètre de la Terre vu à ces distances par un Spectateur en A. Si nous supposons que ce demi-diamètre s'éloigne à l'infini, ces grandeurs apparentes diminueront par degrés, à peu près dans la même proportion que la distance augmentera. Les Parallaxes diminuent dans la même raison, & une échelle

échelle de l'une des diminutions serviroit également pour l'autre. Il est clair que du moment que quelqu'objet s'éloigne de la ligne verticale, il paroît au Spectateur en A abaissé vers l'Horizon, & sa dépression lui paroît plus grande à proportion qu'il en est plus près. Le vrai lieu de l'objet D est en E, où il seroit vû du centre C; mais son lieu apparent à un Spectateur en A est en F, & son abaissement ou sa Parallaxe est mesuré par l'Arc EF, ou par l'Angle EDF, égal à ADC. Maintenant pour trouver cet abaissement, il suffit de faire attention à l'Etoile fixe E, qui n'a point de Parallaxe sensible, & qui étoit supposée en conjonction avec l'objet dans la ligne verticale Ade; car l'abaissement de l'objet D sous l'étoile E, vû de A, donne la parallaxe. Par de semblables procédés on a trouvé à l'aide des observations Astronomiques, que la distance moyenne de la Lune au centre de la Terre, est d'environ 60 demi-diamètres de ce Globe.

8. On connoît plus aisément la figure d'un Corps; lorsqu'on peut le voir à de grandes distances, que lorsqu'il est vû de près, parce que le Corps étant éloigné, l'œil en embrasse une partie considérable tout-à-la-fois, d'où il est plus aisé de déterminer la figure du tout; au lieu que lorsqu'il est vû à de petites distances, les moindres irrégularités sur sa surface ont un trop grand effet sur la vûe, & sont propres à nous induire en erreur sur le jugement que nous portons du tout. Il est aisé de voir par exemple, que le Soleil & la Lune sont d'une Figure Sphérique, parce que dans toutes positions, ils nous paroissent constamment terminés par un cercle, propriété qui n'appartient qu'à la Sphere ou au Globe. Mais nous ne découvrons pas si facilement la Figure de la Terre, parce que la plus grande partie que nous puissions en appercevoir, du sommet des plus hautes montagnes, n'a qu'une très-petite proportion à la Surface totale; & sa Courbure ou sa Sphéricité, est à peine sensible dans

ces aspects. Cependant nous avons des preuves incontestables que la Terre est ronde, quoiqu'elle ne soit pas exactement sphérique. Nous sommes certains que les sections Méridiennes de la Terre, ou les sections par ses Poles, sont circulaires, parce que à mesure que nous avançons vers le Midi, les Etoiles Septentrionales s'abaissent, & les Méridionales s'élèvent, à peu près dans un cours régulier; enforte qu'un degré d'abaissement des premières ou d'élévation des dernières, correspond toujours à 60 Milles Italiques ou Géographiques sur le Méridien; d'où nous concluons qu'une Section Méridienne de la Terre, est un cercle, dont un degré est de 60 Milles, & que toute la circonférence est de 60×360 , ou 21600, des mêmes Milles. A l'Equateur, les deux Poles sont dans l'Horizon, à proportion que nous nous éloignons vers le Nord, le Pole boréal s'élève jusqu'à ce que nous arrivions au Pole de la Terre où le Pole céleste est dans le Zénit; & en général, l'élévation du Pole augmente par degrés, & exactement dans la même proportion que la distance de l'Equateur. On voit que l'Equateur & ses Paralleles, sont circulaires, par la progression régulière que la Lumière fait chaque jour de l'Orient à l'Occident, sur leur surface. Le Soleil arrive au Méridien des lieux, qui sont plus Orientaux, plutôt qu'au Méridien de ceux qui sont situés vers l'Occident, à proportion de la distance de ces Méridiens, mesurée sur l'Equateur. La Figure Sphérique de la Terre, paroît de même par le Nivellement, où on trouve qu'il est nécessaire d'avoir égard à la différence entre le niveau apparent & vrai; le premier étant un plan qui touche la surface de la Terre, le dernier la surface sphérique elle-même, qui se trouve sous le plan qui la touche.

2. Mais nous avons la preuve la plus claire & la plus simple de la Sphéricité de la Terre, par l'ombre qu'elle projette sur la Lune dans les Eclipses Lunaires. Car

cette ombre étant toujours terminée par un Arc de cercle, il s'ensuit que la Terre qui la projette, est d'une Figure Sphérique. S'il y avoit quelque angle remarquable, ou quelque protubérance irrégulière très-considérable sur la Terre, elle se manifesterait dans quelques circonstances par son ombre. Les montagnes sont à la vérité des irrégularités sur la surface de la Terre; mais elles ont si peu de proportion à la grandeur de son volume, qu'elles ne sont aucunement sensibles dans l'ombre de ce Globe. Il y a pareillement une élévation graduelle du rivage de la Mer, vers le milieu des grands Continens; comme en Europe des rivages de l'Océan, de la Méditerranée & du Pont Euxin vers la Suisse; mais cette élévation graduelle est si petite, qu'elle n'a que fort peu d'effet sur la Figure de la Terre. Si elle étoit considérable, elle porteroit trop haut dans l'Atmosphère, les parties du milieu des Continens; mais elle est suffisante pour donner cours aux Rivières, & pour conserver l'admirable circulation de l'Eau, si nécessaire à ce Globe: l'étendue des grands Continens a été probablement ainsi formée dans la vue de procurer cet avantage. Enfin, par tout ce que nous venons de dire, il paroît évidemment que la Terre est d'une Figure Sphérique, quoiqu'elle ne soit pas un Globe exact, & si elle étoit vue d'une certaine distance, elle nous paroîtroit comme le Soleil ou la Lune, c'est-à-dire, toujours terminée par une figure circulaire, à moins que cette distance ne fut assez grande pour la faire ressembler à Venus ou à Mars; lorsqu'en conséquence de la contraction du diamètre apparent, toute la Surface paroîtroit resserrée en un point, & les Alpes, les Pyrénées, & même la longue chaîne des Cordelières, ne réfléchiroient pas assez de rayons pour être apperçues. A des distances si immenses, la Figure ne pourroit être distinguée par la vue, à moins qu'elle ne fut aidée d'un Télescope, ou de quelque instrument équivalent.

10. L'Océan qui couvre une grande partie de la Surface de la Terre, est plus exactement sphérique que les parties solides; & il est manifeste que cela vient de la gravitation de ses parties vers la Terre, qui agit dans des lignes droites perpendiculaires à sa Surface. Car si sa direction formoit un Angle aigu avec la Surface, le Fluide se mouvroit nécessairement de ce côté, & ne seroit pas en équilibre, jusqu'à ce que la direction de la gravité devint perpendiculaire à la Surface de toutes parts, en sorte qu'elle ne déterminât le Fluide à se mouvoir d'aucun côté. Les perpendiculaires à une surface Sphérique, se rencontrent toutes au centre de la Sphere; donc, puisque la Terre est à peu près une Sphere, la direction de la Gravité est à peu près vers son centre; non qu'il y ait réellement quelque vertu ou quelque charme, dans le point appelé le Centre, qui attire les Corps, mais parce que c'est l'effet de la Gravitation des Corps vers toutes les parties dont la Terre est composée, comme il paroîtra plus particulièrement dans la suite. La Gravité ne suit pas quelque direction fixe & déterminée, comme le vulgaire est porté à se l'imaginer, & il n'est besoin, ni de colonnes ni d'instrumens de quelque espece qu'ils soient pour soutenir la Terre; cette direction étant toujours en embas, qui tend vers le centre de la Terre, ou pour parler plus exactement, qui est perpendiculaire à la surface du Fluide, sur le côté concave; & celle qui est perpendiculaire à la surface sur le côté convexe, tend toujours vers le haut. Si la Terre étoit toute fluide, sa surface totale seroit de niveau, aucune partie n'auroit de la prééminence sur le reste à cet égard, & les Corps seroient soutenus par ce Globe, également tout au tour de sa Surface avec une fermeté & une sûreté égales. Ainsi il n'y a aucune difficulté à concevoir, qu'il y ait des Antipodes; & il paroît également absurde, de croire que les Corps tomberoient de quelque autre partie de la Terre, qu'il le

feroit de s'imaginer, que du lieu que nous habitons, ils pussent s'élever en l'Air.

11. Ce principe de la Gravité s'étend à tous les Corps, qui environnent la Terre. Car la Gravité de l'Air étant démontrée d'une façon incontestable, par les fameuses expériences de Galilée & de Torricelli, & plusieurs autres du même genre, il paroît évidemment que tous les Corps terrestres quels qu'ils soient, sont pesans ou gravitent vers la Terre, & que la légèreté apparente de quelques-uns d'eux, ne vient que de la plus grande gravité de l'Air environnant, qui fait qu'ils s'élèvent en haut, par la même raison que le Liege s'élève dans l'Eau, & le Plomb dans le Vif-argent; ou bien ils ne doivent leur élévation, qu'à quelque milieu renfermé dans leurs parties. On doit principalement regarder la Gravité des Corps terrestres comme universelle, parce que, par les expériences les plus exactes, on a toujours trouvé qu'elle observe la même proportion que leurs quantités de Matière, & qu'elle ne dépend pas de la figure, ou du volume des Corps, ou de la contexture de leurs parties, mais qu'elle est toujours proportionnelle à leur quantité de Matière, & n'est mesurée que par-là, faisant abstraction de l'influence du milieu dans lequel ils nagent. Car la Gravité produit toujours la même vitesse, dans les Corps de toutes especes, dans le même-tems, & par conséquent, elle doit agir également sur des portions égales de Matière, & sur d'autres plus grandes avec une force proportionnellement plus grande. La direction de cette Puissance, est à peu près vers le centre de la Terre; car à présent nous faisons abstraction de la différence de sa Figure, de celle d'une Sphere parfaite, causée par son mouvement uniforme sur son Axe. La force de cette Puissance est telle qu'elle emporte tous les Corps en embas, avec une vitesse de $15 \frac{1}{12}$ pieds mesure de Paris, dans une seconde de tems, ainsi qu'il résulte de plusieurs expériences.

exactes; chaque Corps parcourroit précisément autant d'Espace, s'il descendoit librement dans une perpendiculaire à l'Horizon, & n'éprouvoit point de résistance de l'Air ou de tout autre milieu environnant. Lorsqu'un Corps est jetté dans une ligne droite, qui n'est pas perpendiculaire à l'Horizon, il se meut dans une courbe, mais de sorte qu'il tombe toujours sous le point, qui dans la ligne de projection est directement au-dessus de lui, autant qu'il seroit tombé en descendant librement suivant la perpendiculaire, dans le même-tems; pourvû que nous supposions la Gravité agir dans des lignes parallèles, ainsi qu'on avoit coutume de le faire avant que M. le Chevalier Newton eut trouvé nécessaire de considérer son action plus exactement; & cette supposition peut-être admise, sans aucune erreur sensible, dans tous les mouvemens que nos machines sont capables de produire.

12. La Figure sphérique de la Terre avec la direction & la force de la Gravité, étant découverte par cette Analyse, on peut en déduire par la Méthode de Synthèse une grande variété de Phénomènes. Toute la doctrine de la Sphere peut être expliquée par la Figure de la Terre, soit dans le Systême de Pythagore, ou dans celui de Ptolémée. Comme le Soleil paroît parcourir tout le cercle de 360 degrés dans 24 heures, ainsi dans une heure il paroît parcourir 15 degrés, & un degré en quatre minutes de tems, sur l'Equateur ou ses Paralleles. De-là la distance du Méridien à deux lieux mesurée sur l'Equateur, ou leur différence de Longitude étant connue, il est aisé de calculer combien les heures à un lieu précédent les mêmes heures à l'autre, en comptant 4 minutes de tems pour chaque degré de cette distance; & réciproquement la différence du tems étant donnée, on trouve la différence de Longitude, en comptant un degré pour quatre minutes de tems, & à proportion, dans des diffé-

rences plus grandes ou plus petites. Il est évident que les heures du jour, qui sont successives dans un lieu quelconque, existent toutes ensemble, lorsqu'on a égard au Globe entier; en sorte qu'on ne peut assigner aucune heure du jour qu'on ne puisse pareillement assigner un Méridien où il est cette même heure, au tems marqué. L'Horison sensible de quelque lieu est un Plan perpendiculaire à la ligne verticale de ce lieu, & qui y touche la surface de la Terre. L'Horizon rationel est un Plan parallele au précédent qui passe par le centre de la Terre, dont les Poles sont le *Zenit* & le *Nadir*, de la même maniere que les Poles Boréal & Austral du Monde sont les Poles de l'Equateur. Les Phénomènes particuliers des lieux dépendent de la position de l'Horizon respectivement aux Cercles du mouvement diurne apparent du Soleil & des Astres. L'Horizon d'un lieu à l'Equateur passe par les Poles, & divise également l'Equateur & ses Paralleles; de-là les jours & les nuits sont toujours égaux dans ces lieux, & chacun des Astres fait la moitié de sa révolution au dessus de l'Horizon & l'autre moitié au-dessous. Les Cercles du mouvement diurne sont tous perpendiculaires à cet Horizon, & pour cela on dit que ces Habitans sont dans la Sphere droite. Lorsque le Soleil se meut dans l'Equateur il s'élève directement de leur Horizon au Zenit, & alors il descend de nouveau directement à ce même Horizon; dans d'autres cas après s'être élevé perpendiculairement, il s'en va obliquement dans son parallele vers le Nord ou vers le Midi, suivant la saison de l'Année, ce qui doit leur procurer un grand soulagement en ce que la chaleur est par-là considérablement diminuée. Aux Poles l'Horizon se confond avec l'Equateur; en sorte que l'Hémisphere céleste Boréal doit être toujours vu du Pole Boréal, étant au-dessus de cet Horizon, tandis qu'il n'y aucune partie de l'Hémisphere Austral qui y soit visible, puis-

qu'il est toujours au-dessous de l'Horizon. Les Cercles du mouvement diurne étant paralleles à l'Equateur, & par conséquent à leur Horizon, le Soleil & les Astres leur paroissent se mouvoir dans des paralleles à cet Horizon; les Etoiles fixes ne se lèvent & ne se couchent jamais, & le Soleil se lève à l'Equinoxe du Printems & se couche à celui d'Automne; en sorte qu'ils jouissent du jour la moitié de l'année, & en sont privés l'autre moitié; c'est ce qu'on appelle être sous la Sphère parallele. Dans les lieux intermédiaires, les Cercles du Mouvement diurne sont obliques à l'Horizon, un Pole est toujours élevé au-dessus de ce Cercle de la hauteur d'un Arc égal à la Latitude du lieu, & l'autre Pole est abaissé au-dessous d'un Arc égal. Tous les Astres dont la distance du Pole élevé n'excedent pas la Latitude du lieu sont constamment au-dessus de l'Horizon, & ceux qui sont à la même distance de l'autre Pole restent au-dessous & ne deviennent jamais visibles pour eux. L'Equateur & l'Horizon étant de grands Cercles se divisent l'un l'autre également, delà les jours sont égaux aux nuits par tout, lorsque le Soleil parcourt l'Equateur céleste. Mais lorsque le Soleil est du même côté du Pole élevé, il y a une plus grande portion de son Parallele au-dessus de l'Horizon qu'au-dessous, & par conséquent les jours sont plus longs que les nuits: & lorsque le Soleil est de l'autre côté de l'Equateur il y a une plus grande portion de son Parallele diurne au-dessous de l'Horizon qu'au-dessus; d'où il suit que les nuits sont plus longues que les jours. On dit de ceux qui habitent ces Climats qu'ils sont sous la Sphère oblique. Dans tous ces differens lieux, le tems dans lequel on a le jour, (c'est-à-dire où le centre du Soleil est au-dessus de l'Horizon) est égal au tems dans lequel on a la nuit, (ou auquel le centre du Soleil est sous l'Horizon,) en considérant l'Année entiere, abstraction faite des effets de la Réfraction & de la figure Elliptique

Elliptique de l'Orbite de la Terre , auxquels on n'a pas égard dans la Doctrine de la Sphere. Mais ces tems égaux sont distribués avec une grande variété, sous l'Equateur on a 12 heures de jour & 12 heures de nuit qui se succèdent perpétuellement. Sous les Poles on a le jour tout à la fois sans interruption & la nuit de même , la durée de chacun étant de la moitié de l'Année. Dans les lieux intermédiaires la longueur des jours dans une saison est compensée par la longueur des nuits dans l'autre. Sous les Cercles Polaires le Soleil tourne continuellement pendant quelques jours , ou quelques semaines , au-dessus de l'Horizon ; mais dans la saison opposée de l'Année , il reste aussi long-tems au-dessous. Ainsi l'égalité des tems du jour & de la nuit persiste , lorsque nous faisons abstraction du Diametre sensible du Soleil , des effets de la Réfraction & du Crépuscule , & de la figure Elliptique de l'Orbite de la Terre ; mais en conséquence de toutes ces choses le tems dans lequel on a le jour , excède considérablement la durée de la nuit , particulièrement dans l'Hémisphere Boréal. L'Amplitude du Soleil ou sa situation sur l'Horizon , a aussi de grandes variétés qui se déduisent aisément des mêmes Principes. Elle est moindre sous l'Equateur , où elle se trouve de $23^{\circ} 29'$ de chaque côté des points de l'Orient & de l'Occident , vers le Nord ou vers le Midy. A la Latitude de 56° , elle est d'environ 45° de chaque côté des mêmes points , & l'Arc compris entre les Points les plus Septentrionaux ou Méridionaux où il se couche & se leve , est d'environ un quart de Cercle. Sous les Cercles Polaires son Amplitude est tout le demi-Cercle du Nord ou Sud. Un Cercle perpendiculaire au Méridien & à l'Horizon est appelé le premier vertical , & comme c'est un grand Cercle , il coupe l'Equateur également , & tous les lieux qui sont situés sous lui sont au vrai point de l'Orient ou de l'Occident pour nous : on explique par-là un grand nombre de Paradoxes Gé-

graphiques. La Gnomonique est déduite des mêmes Principes. L'espèce de Cadran la plus simple est un Equinoxial où l'ombre est reçue sur un Plan parallèle aux Cercles du Mouvement diurne du Soleil, & elle est projetée par un style, ou une ligne droite, perpendiculaire à ces Plans. Comme le Soleil parcourt des Arcs égaux sur le Cercle parallèle à ce Plan dans des tems égaux, le Mouvement de l'ombre dans ce Cadran sera pareillement uniforme, en sorte que les intervalles entre les heures doivent être égaux; ce qui se fait par con équent en divisant le Cercle en 24 parties égales. La construction des autres Cadrans se déduit aisément de ce que nous venons de dire, mais notre dessein nous oblige de passer très-légèrement sur ces sortes de choses. Nous avons un exemple remarquable des charmes attachés à la vérité, en observant cette étonnante variété de Phénomènes qui suivent d'un si petit nombre de Principes tels que la Figure Sphérique de la Terre, son mouvement diurne & l'obliquité de son Axe, lorsque nous examinons la Terre depuis la Zone Torride jusqu'à la Zone Glaciale, ou depuis l'Equateur jusqu'aux Poles, & que nous faisons attention aux Phénomènes de la Chaleur & du Froid, aussi-bien qu'à ceux du jour & de la nuit & des mouvemens apparens des Astres. Une si grande diversité de Phénomènes qui résulte de deux Principes d'une nature si simple, est pour l'entendement le sujet d'une spéculation curieuse, aussi-bien qu'elle remplit l'imagination d'agréables idées, & sert à faire connoître la merveilleuse fertilité dont la Nature est capable dans ses productions; en sorte que sur le Globe Terrestre nous avons quelque image ou quelque représentation, dans les Climats de l'Equateur aux Poles, de cette grande variété qu'on peut supposer avoir lieu dans le Système Solaire, depuis Mercure la plus près & la plus échauffée des Planètes, jusqu'à Saturne la plus éloignée & celle qui reçoit le moins de chaleur.

13. Quoique la Doctrine de la Sphere puisse être expliquée par le Systême de Ptolomée, aussi-bien que par celui de Copernic ou de Pythagore, en supposant le *Premier Mobile* pénétrer tout l'Univers, à l'exception seulement de la Terre & ce qui en dépend, & l'emporter chaque jour autour de l'Axe de la Terre; cependant cette Hypothese paroît si absurde à toute personne judicieuse, & qui ne s'est pas laissée entraîner par les préjugés des sens ou par les dogmes de la superstition, qu'elle est maintenant presque universellement rejetée. Les Mouvements des Cometes exécutés avec tant de liberté dans les Espaces célestes nous font voir que les Orbes solides sont imaginaires, & qu'il ne peut y avoir un Moteur universel qui emporte tout l'Univers avec lui le long de ces Orbes; & il n'y a aucun Axe sur lequel on puisse supposer que tourne cette immense Machine. La vitesse prodigieuse qui, suivant cette Doctrine, doit être attribuée aux Etoiles fixes les plus éloignées, ne peut que révolter ceux qui ont quelque juste notion de la vaste étendue de l'Univers. Attribuer à la Terre une prééminence si extraordinaire à laquelle elle ne paroît avoir aucun droit, c'est une partialité indigne des Philosophes; d'autant plus que nous voyons que la plus grande partie des Corps célestes, le Soleil lui-même, tournent sur leurs Axes, ce qui nous induiroit, si nous étions sur la surface de quelqu'un d'eux, à attribuer à celui-là seul la même prééminence & à le placer au centre du Monde. Mais outre ces Observations & plusieurs autres qu'on pourroit faire, le retardement des Pendules portés sous l'Equateur & l'augmentation des degrés du Méridien de-là jusqu'aux Poles, démontrent une Force Centrifuge plus grande sous l'Equateur, & diminuant par degrés vers chaque Pole où elle s'évanouit. Maintenant cette Force Centrifuge est une preuve évidente de la Révolution diurne de la Terre sur son Axe; par conséquent en traitant des Corps célestes, nous ferons en

tièrement abstraction des Mouvements diurnes & apparens des Planetes, comme appartenant seulement à la Terre. Ainsi notre Analyse des causes qui produisent les Mouvements célestes, se trouve fondée sur l'état réel des choses, & non pas sur des apparences trompeuses.

14. La Doctrine de la Sphere se déduit avec facilité de ces mouvements vrais, une moitié de la Terre est illuminée par le Soleil en tout tems, & l'autre est toujours privée de sa lumiere. Le terme de la lumiere & de l'obscurité est un grand Cercle de la Terre. Il est jour dans un lieu lorsqu'il fait sa Révolution dans la partie illuminée, mais il est nuit lorsqu'il se meut dans la partie cachée aux rayons du Soleil. Le Mouvement diurne se fait d'Occident en Orient, & le Soleil se leve pour quelque lieu lorsque ce dernier arrive au Cercle qui termine la lumiere & l'obscurité du côté de l'Occident, & il se couche lorsque ce lieu arrive au même Cercle du côté de l'Orient. Le Point où une ligne droite joignant les centres du Soleil & de la Terre coupe la surface de cette dernière, est celui qui a le Soleil au sommet ou Zenit, & c'est le Pole ou le point du milieu du Disque illuminé. Le Cercle décrit par le Mouvement annuel de la Terre ou par le Mouvement apparent du Soleil est l'Ecliptique, & parce que l'Axe de la Terre est oblique au Plan de ce Cercle, il coupe l'Equateur (dans un Angle de $23^{\circ} 29'$,) & les deux points d'intersection sont appellés les Points Equinoxiaux, dans lesquels le Soleil paroît lorsque l'Axe de la Terre est perpendiculaire à la ligne droite tirée de son centre à celui du Soleil. On appelle Points des Solstices ceux qui sont à la distance de 90° des précédens, & où le Soleil se trouve lorsqu'il décline le plus vers les Poles. L'Equateur étant un grand Cercle, divisé en deux également par celui qui termine la lumiere & l'obscurité, la durée du jour sous l'Equateur est par conséquent toujours

égale à celle de la nuit. Il est évident que lorsque le Soleil paroît du côté du Nord de l'Equateur, le Pole Septentrional doit être dans l'Hémisphere illuminé; en sorte qu'on y jouira du jour depuis l'Equinoxe du Printems jusqu'à celui d'Automne, mais qu'on y sera privé de la lumière du Soleil depuis l'Equinoxe d'Automne jusqu'à celui du Printems; & ce sera le contraire pour le Pole Méridional. Un lieu, situé du même côté de l'Equateur que celui où le Soleil est au Zenit, a une plus grande partie du Parallele à l'Equateur qu'il parcourt, dans l'Hémisphere illuminé que dans l'autre; en sorte que le jour y sera plus long que la nuit: mais c'est le contraire lorsque le lieu est du côté opposé de l'Equateur, & la nuit doit être alors plus longue que le jour. On peut déduire de la même maniere tous les autres Phénomènes de la Doctrine de la Sphere des Mouvements vrais qui s'exécutent dans le Système du Monde.

13. Nous avons donné une Exposition sommaire de ce qui étoit connu sur la Gravité des Corps terrestres, avant Mr. le Chevalier Newton. Comme la Figure de la Terre est due à ce Principe, il est très-raisonnable de supposer, ainsi que Copernic l'a observé avec justice (a), que c'est par un semblable Principe, qui doit avoir lieu dans le Soleil & les Planetes, que leurs figures se conservent dans leurs différens mouvemens. On a tenté plusieurs entreprises, & imaginé des Systèmes pour expliquer la nature de cette Puissance & de sa cause, mais sans aucun succès. Descartes la déduisit de la Force Centrifuge de sa Matière subtile, qui faisoit sa révolution sur l'Axe de la Terre; & cette explication a déjà été réfutée (b). D'autres l'ont considérée comme une sorte de Magnétisme; mais les Puissances de la Gravité & du Magnétisme diffèrent considérablement dans les circonstances les plus essentielles. Quelques-uns ont eu recours à la pression de l'Atmot-

(b) Voyez Liv. I. Chap. III. § 2.

(a) Voyez Liv. I. Chap. 4. §. 4.

sphère ; quoique l'Air soit si éloigné de produire la Gravité , qu'il diminue constamment du Poids des Corps. Mais tout ce que nous avons besoin de conclure ici , c'est , que cette Puissance s'étend universellement à toutes sortes de Corps sensibles , à la surface , ou près de la surface de la Terre , & qu'elle a ces deux propriétés remarquables ; premierement , qu'elle est proportionnelle à la quantité de Matière contenue dans les Corps ; secondement , qu'elle agit sans cesse , & avec la même force sur un Corps qui est déjà en mouvement , que sur un autre qui est en repos. Cette dernière propriété se manifeste , en ce qu'elle produit des accélérations égales en tems égaux dans les Corps qui tombent. Ces deux propriétés la distinguent des causes qui sont entièrement mécaniques , qui agissent à proportion de la surface , ou du volume des Corps , & qui produisent une moindre accélération dans un Corps qui est déjà en mouvement , dans la direction suivant laquelle la cause agit , que sur un Corps en repos , dans le même tems. Tout ce que nous observons ici concernant la Gravité , nous ne le faisons pas dans la vue de rien déterminer sur sa cause , mais seulement pour frayer le chemin à ce qui va suivre sur l'universalité de ce Principe.



CHAPITRE II.

La Lune est un Corps pesant , & gravite vers la Terre de la même maniere que les Corps Terrestres.

1. **M** Le Chevalier Newton considérant que la Puissance de la Gravité agit également sur toute Matière à la surface , ou près de la surface , de la Terre ; qu'elle n'est pas sensiblement moindre sur le sommet des plus hautes Montagnes , qu'elle affecte l'Air , & s'élève jusqu'aux dernières limites de l'Atmosphère , & enfin qu'elle ne pouvoit être l'effet de l'influence de quelque matière terrestre sensible ; il ne pût se persuader qu'elle fut interrompue tout-à-coup , mais fondé sur toutes ces raisons , il pensa que ce devoit être un Principe plus général qui s'étendit jusqu'aux Cieux ; en sorte que la Lune qui est beaucoup plus proche de nous que tous les autres Corps du Système céleste , en devoit être affectée. Les découvertes modernes ont suffisamment fait voir l'absurdité de l'opinion de ceux qui ont enseigné que les Corps célestes étoient composés de quelque substance inexplicable, essentiellement différente de celle de notre Terre : les Philosophes ne firent plus cette distinction , qui n'étoit fondée que sur la superstition & les préjugés vulgaires. On convint que la Terre étoit du nombre des Planètes , & celles-ci furent regardées comme semblables à notre Terre. Pour rendre cette ressemblance complete , notre Auteur a démontré qu'elles étoient composées de la même substance pesante , gravitante , dont notre Terre est formée.

2. Les effets de la Puissance de la Gravité sur les

Corps terrestres, peuvent être réduits à trois classes : *Premièrement*, un Corps en repos, soutenu par la Terre, ou suspendu par une corde, ou qui de quelque façon que ce soit se trouve arrêté, s'efforce cependant toujours de se mouvoir, en conséquence de sa Gravité qui en ce cas est mesurée par la pression du Corps en repos, sur l'obstacle qui s'oppose à son Mouvement. *Secondement*, lorsqu'un Corps descend dans la Ligne verticale, son mouvement est continuellement accéléré ; en conséquence de la Gravité qui agit sans cesse sur lui ; ou s'il est jetté en haut dans la même ligne droite, son mouvement est retardé en conséquence de l'action continuelle de la même Puissance sur lui, dans une direction contraire ; & dans ces cas, la force de la Gravité est mesurée par l'accélération ou le retardement du Mouvement, produit dans un tems donné par la Puissance continuée uniformément pendant ce tems : mais si le Corps descend ou monte le long d'un Plan incliné, ou se meut dans un Milieu résistant, alors en mesurant cette Puissance, on doit avoir égard aux Principes de Mécanique exposés dans le Livre précédent. *Troisièmement*, lorsqu'un Corps est projeté dans quelque direction différente de la Ligne verticale, la direction de son mouvement varie continuellement, & il décrit une Courbe en conséquence de l'action non-interrompue de la Gravité qui, dans ces cas, est mesurée par la Courbure de la ligne décrite par le Corps ; car la Puissance est toujours plus grande, *ceteris paribus*, à proportion qu'elle fait plus écarter le Corps de la Tangente, ou de la Direction dans laquelle il étoit jetté. Tous les différens effets de la Gravité se font constamment observer près de la surface de la Terre ; car la même Puissance qui rend les Corps pesans, tandis qu'ils sont en repos, les accélèrent lorsqu'ils descendent perpendiculairement, & les fait mouvoir dans une Courbe lorsqu'ils sont jetés dans quelque autre direction que celle

de

de la Gravité. Mais nous ne pouvons juger des Puissances qui agissent sur les Corps célestes, que par les effets de la dernière espèce : nous voyons les Corps près de la Terre, tomber vers elle; mais ce seroit une preuve de la Gravité de la Lune, qui ne pourroit avoir lieu, que l'état présent des choses ne fût renversé. Lorsqu'un Corps est jeté en l'air, nous ne voyons pas qu'il tombe dans la perpendiculaire vers la Terre, mais il descend en s'éloignant à chaque instant de la Tangente à la Courbe, c'est-à-dire de la direction, dans laquelle il se seroit mù, si sa Gravité n'eût pas agi à ce moment; & nous avons cette preuve de la Gravité de la Lune: car quoique nous ne la voyons pas tomber directement sur la Terre, dans une Ligne droite, cependant nous observons qu'elle descend chaque instant vers la Terre, en s'écartant de la ligne droite qui étoit la direction de son mouvement au commencement de cet instant; & ce n'est pas là moins évidemment une preuve de l'action de la Gravité sur elle, ou de quelqu'autre Puissance semblable, que le seroit sa descente en ligne droite, si elle pouvoit tomber librement vers la Terre.

3. Si nous avions des machines d'une force suffisante, on pourroit par ce moyen jeter les Corps, de sorte qu'ils seroient non-seulement emportés fort loin, sans retomber vers la Terre, mais de plus, qu'ils parcourroient un quart d'un de ses grands Cercles, ou même, abstraction faite des effets de la résistance de l'Air, qu'ils feroient tout le tour de la Terre, sans la toucher, & qu'après être revenus à leur première place, ils recommenceroient une nouvelle révolution avec la même force qu'ils avoient d'abord reçue de la Machine; que celle-ci seroit suivie d'une troisième, & qu'ils tourneroient ainsi, comme une Lune ou un Satellite, continuellement autour de la Terre. Si on pouvoit réussir à produire cet effet près de la surface de la Terre, on le pourroit aussi plus haut dans l'Air, ou même dans

un lieu aussi élevé que la Lune, s'il étoit possible d'y transporter la Machine, ou une Puissance équivalente, & de l'y faire agir. En augmentant la force de la Puissance, un Corps proportionnellement plus grand, pourroit être ainsi jetté; & par une Puissance suffisamment grande, un Corps pesant qui ne seroit pas inférieur à la Lune pourroit être d'abord mis en mouvement, & sa Gravité l'empêchant constamment de se mouvoir en ligne droite, il tourneroit continuellement autour de la Terre. Ainsi M. le Chevalier Newton vit que le Mouvement curviligne de la Lune dans son Orbite & de tout Projectile à la surface de la Terre, étoient des Phénomènes du même genre, & pouvoient être expliqués par le même Principe étendu de la Terre jusqu'à la Lune; & que cette Planete étoit seulement un plus grand Projectile qui avoit reçu son mouvement, dès l'origine du Monde, du Tout-Puissant Auteur de l'Univers.

4. Mais pour rendre ce qui vient d'être avancé entièrement évident, il étoit nécessaire de démontrer que les Puissances qui agissent sur la Lune & sur les Projectiles près de la Terre, & qui les font mouvoir dans une ligne Courbe, étoient dirigées au même centre, & convenoient dans la quantité de leur Force, aussi bien que dans leur direction. Tout ce que nous connoissons de la Force, a rapport à sa direction & à sa quantité; & une conformité constante à ces deux égards, est un fondement suffisant pour conclure que ce sont les mêmes Phénomènes, ou de semblables dérivés de la même cause, ou dont les causes sont de la même espèce. On a démontré dans le dernier Chapitre, que la Gravité des Corps pesants est dirigée vers le centre de la Terre; & il paroît par les observations des Astronomes, que la Puissance qui agit sur la Lune, changeant constamment la direction de son mouvement en une Courbe, est dirigée vers le même centre: car

ils trouvent que la Lune ne décrit pas un Cercle exact autour de la Terre, mais une Ellipse ou une Ovale, & qu'elle approche de ce Globe & ensuite s'en éloigne, dans chaque révolution, mais en sorte que son mouvement est accéléré, tandis qu'elle s'approche du centre de la Terre, & retardé lorsqu'elle s'en éloigne; ce qui indique qu'elle est assujettie à l'action d'une Puissance, dirigée exactement ou à peu près vers le centre du Globe terrestre.

5. Pour que cela paroisse plus clairement, supposons qu'un Corps soit jetté dans quelque Ligne droite, & si aucune Force nouvelle n'agit sur lui, il s'avancera alors dans cette Ligne, parcourant des Espaces égaux dans des tems égaux, par la première loi du mouvement; & si on imagine un Rayon tiré toujours du Corps à quelque point fixe qui ne soit pas dans la Ligne de son mouvement, tandis que ce Corps parcourt des Espaces égaux en tems égaux, ce Rayon décrira des Espaces triangulaires égaux (a) dans des tems égaux; parce que ces Triangles décrits par le Rayon en tems égaux, auront des Bases égales sur la ligne de Projection & un sommet commun à ce point fixe. Supposons ensuite qu'une Force dirigée au même point fixe, agisse sur le Corps, il sera alors emporté hors de la première Ligne de son mouvement dans une nouvelle direction; mais l'Aire ou l'Espace décrit par le Rayon, tiré toujours du

(a) Tout ce raisonnement ne suppose qu'une proposition très-con nue, que les Triangles sur la même Base, ou sur des Bases égales, qui ont la même hauteur sont égaux entre-eux; d'où l'on tire aisément. 1. Que tandis qu'un Corps par un Mouvement uniforme se meut dans la ligne AF (Fig. 52.) & parcourt les parties égales AB, BC dans des tems égaux, les

Triangles décrits par un Rayon tiré toujours du Corps au point donné S, à sçavoir ASB, BSC, doivent être égaux, parce que leurs Bases AB, BC sont égales & qu'ils ont leur Sommet commun en S. 2. Supposons qu'une Force agisse sur le Corps en B, dirigée vers S, qui l'emporteroit en E, si elle agissoit seule sur le Corps, dans le même tems dans lequel, par son Mou-

K k ij

Corps à ce point fixe, sera égal à l'Espace qui auroit été décrit par le Rayon dans le même-tems, si une telle force n'eût pas agi sur le Corps; car ces Espaces sont des Triangles qui ont la même base (c'est-à-dire, la première distance du Corps à ce point fixe) & qui sont entre les mêmes Lignes parallèles. La Puissance donc, dirigée vers le point donné, n'a point d'effet sur la grandeur de l'Aire ou de l'Espace décrit par le Rayon, qui est supposé toujours tiré du Corps à ce point; elle peut accélérer ou retarder le mouvement de ce Corps, mais elle n'affecte pas l'Aire. Par conséquent, le Rayon continuera toujours de décrire les mêmes Espaces dans des tems égaux, au tour du point donné, comme il auroit fait, si aucune force nouvelle n'eût agi sur le Corps, & qu'il lui eût été libre d'avancer uniformément dans la ligne de Projection.

6. Comme une Impulsion vers le point donné, n'a point d'effet sur l'Aire ou l'Espace, décrit par le Rayon tiré toujours du Corps à ce point, ainsi un nombre d'Impulsions successives, dirigées au même point, ne peuvent avoir d'effet sur cette Aire, en sorte qu'elles augmentent ou diminuent le tems où elle sera décrite; & si on suppose que la Puissance dirigée à ce point, agisse continuellement, elle fera mouvoir le Corps dans une Courbe, & pourra accélérer ou retarder sa vitesse, mais non pas affecter l'Aire décrite dans un tems donné par le Rayon supposé tiré toujours du Corps au Point donné;

vement uniforme, il parcourroit BC, alors il parcourra BD diagonale du Parallelogramme BEDC dans le même tems, & le Rayon tiré du Corps au point S décrira le Triangle BSD égal à BSC, parce qu'ils sont sur la même Base BS, & entre les parallèles BS, CD; c'est-à-dire l'Espace décrit alors par le Rayon est égal à l'Espace qu'il auroit décrit, si aucune Force nou-

velle n'eût agi sur le Corps B: d'où il paroît que l'Espace décrit par le Rayon n'est ni augmenté ni diminué par aucune action du Corps dirigée vers S, & par conséquent le Rayon tiré du Corps au point S continuera toujours de décrire des Espaces égaux dans des tems égaux, si aucune Force nouvelle n'agit sur le Corps que celle qui est dirigée vers S.

elle sera par conséquent toujours d'une quantité invariable, égale à celle qui auroit été parcourue dans le même tems, si le Corps eût avancé uniformément en Ligne droite, depuis le commencement du mouvement.

7. L'inverse de ce Théorème nous apprend, que l'augmentation égale des Aires décrites par un Rayon tiré toujours d'un Corps à un Point donné, est une preuve que la Puissance qui agit sur le Corps & qui le fait mouvoir dans une Courbe, est dirigée à ce Point. Il est aisé de voir, que si cette Puissance étoit dirigée à l'un des côtes de ce Point (*a*), elle augmenteroit ou diminueroit l'Aire décrite par le Rayon tiré du Corps au Point; enforte que si des Aires égales continuent d'être décrites dans des tems égaux, autour de ce point, nous pouvons être assurés que la Puissance est dirigée à ce même Point. Si un Corps parcourait un Cercle d'un mouvement égal, enforte qu'il parcourut des Arcs égaux dans des tems égaux, les Aires décrites dans des tems égaux par un Rayon tiré du Corps au centre du Cercle seroient égales, & il est clair que la Force qui détermine le Corps à se mouvoir dans une Courbe, doit tendre à ce centre; car si elle étoit dirigée à quelqu'autre Point, le Corps seroit accéléré dans son mouvement, à mesure qu'il approcheroit de ce Point, & retardé à proportion qu'il s'en éloigneroit. Nous nous sommes fort étendus sur l'explication de cette Proposition, parce qu'elle est de très-grande conséquence dans cette Philosophie.

De-là nous apprenons que la Force qui retient la Lune dans son Orbite est dirigée au centre de la Terre, parce qu'elle décrit, par un Rayon tiré au centre de ce

(a) Si une nouvelle force agissoit sur le Corps en B, qui fut dirigée à côté de S, le Corps, au lieu de se trouver dans la ligne CD, ou passeroit cette ligne, dans le même

tems, ou bien ne l'atteindroit pas, & l'Aire décrite par le Rayon tiré du Point S seroit ou plus grande ou moindre que BSC.

Globe, des Espaces égaux en tems égaux, étant accélérée dans son mouvement, à proportion qu'elle approche de la Terre, & retardée à mesure qu'elle s'en éloigne. Nous verrons dans la suite, qu'une petite inégalité dans ces Espaces, ne sert qu'à confirmer la Philosophie de notre Auteur.

8. Il y a donc une Puissance qui agit sur la Lune, semblable à la Gravité, dirigée au centre de la Terre; & comme cette Puissance l'oblige de quitter à chaque instant la direction de son mouvement en tendant vers la Terre; ainsi si son Mouvement Projectile étoit détruit, la même Puissance la feroit tomber sur la Terre dans une Ligne droite: & parce que cette Puissance agit sans cesse, en changeant la direction de son mouvement en une Courbe, elle la feroit par conséquent descendre vers la Terre, avec un mouvement accéléré, comme celui des Corps pesants dans leur chute. Il reste seulement à faire voir que la Puissance qui agit sur la Lune convient avec la Gravité dans la quantité de sa Force, aussi-bien qu'à tous autres égards. Mais avant de les comparer, nous devons observer, que la Puissance qui agit sur la Lune n'est pas la même à toutes distances de la Terre, mais qu'elle est toujours plus grande, lorsqu'elle en est plus proche: afin de s'en convaincre, il suffit d'observer, que pour changer la direction du mouvement d'un Corps en une Courbe, lorsqu'il se meut avec une plus grande vitesse, il faut une Puissance plus grande que lorsqu'il décrit la même Courbe avec une vitesse moindre. Quoique cela soit assez clair, on l'entendra encore mieux de cette façon: imaginons une Tangente (*Fig. 53.*) tirée à l'extrémité d'un petit Arc parcouru par le Corps, & comme c'est la Ligne que ce Corps auroit suivie, si aucune Puissance nouvelle n'eût agi sur lui, l'effet de cette Puissance est estimé par l'abaissement de l'autre extrémité de l'Arc sous cette Tangente: maintenant il

est évident que dans des Arcs de même Courbure, plus l'Arc est grand, plus l'une de ses extrémités doit s'écarter de la Tangente tirée à l'autre extrémité; & par conséquent, lorsqu'un Corps parcourt un plus grand Arc, il doit être assujéti à l'action d'une plus grande Puissance que lorsqu'il parcourt un Arc moindre dans le même-tems. Maintenant à proportion que la Lune s'approche de la Terre, son mouvement est accéléré, & sa vitesse est la plus grande à sa moindre distance & la plus petite à sa distance la plus grande, & les Arcs qu'elle parcourt à sa plus grande & sa moindre distances ont la même Courbure; donc la Force qui agit sur elle à sa moindre distance, lorsque son mouvement est le plus vite, doit être plus grande.

9. Il ne sera pas difficile de voir, suivant quelle Loi cette Puissance varie, à sa plus grande & sa moindre distances de la Terre. Pour la découvrir plus aisément prenons un cas simple, & supposons que sa moindre distance soit la moitié de sa plus grande. Si cela étoit vrai, la Lune se mouvroit avec une vitesse double à sa moindre distance, afin que l'Aire décrite par un Rayon, tiré d'elle à la Terre, pût être égale à l'Aire décrite par un semblable Rayon dans le même tems, à sa plus grande distance; ensorte qu'elle parcourroit à sa moindre distance un Arc dans une minute, égal à celui qu'elle parcourroit en deux minutes à sa plus grande distance, & tomberoit autant au-dessous de la Tangente au commencement de l'Arc, en une minute, dans la partie inférieure de son Orbite, ou au Périgée, qu'en deux minutes dans la partie supérieure, ou son Apogée. Si donc son mouvement Projectile étoit détruit à sa moindre distance, elle tomberoit autant vers la Terre en une minute, qu'en deux minutes, si son mouvement Projectile étoit détruit à sa plus grande distance. Mais les Espaces parcourus par un Corps pesant dans sa descente, sont comme les quarrés des tems par le Livre II.

Chap. 1. § 11. & un Corps parcourt dans sa chute un Espace quadruple dans un tems double; enforte que la Lune descendant librement à sa plus grande distance, parcourroit un Espace quatre fois plus grand en deux minutes, qu'en une minute. Par conséquent, elle parcourroit dans sa chute quatre fois autant d'Espace en une minute à sa moindre distance, qu'à sa plus grande distance dans le même-tems. Mais les Forces avec lesquelles les Corps pesants descendent, sont en même raison que les Espaces parcourus en conséquence de ces Forces, dans de petites parties de tems égales; par conséquent, la Puissance qui agit à la moindre distance est quadruple de celle qui agit à la plus grande, lorsque la dernière est supposée être le double de la première, ou les Forces sont comme 4 à 1, lorsque les distances sont comme à 1 à 2. Nous trouvons donc que la Force qui agit sur la Lune, & qui la fait mouvoir dans une Orbite curviligne, augmente à proportion que la distance au centre de la Terre diminue, enforte qu'elle est quadruple à la moitié de la distance. On fait voir de la même maniere, que si sa moindre distance étoit seulement la troisième partie de sa plus grande, sa vitesse seroit triple à la moindre distance, afin de conserver l'égalité des Aires décrites par un Rayon tiré de cette Planete au centre de la Terre; & que la Puissance qui agiroit sur elle auroit le même effet en une minute à cette moindre distance, qu'en trois minutes à sa plus grande; enforte que si elle pouvoit descendre librement de chaque distance, elle parcourroit un Espace neuf fois plus grand à sa moindre distance qu'à sa plus grande dans le même-tems; par conséquent, la Puissance elle-même, qui produit sa descente, seroit neuf fois plus grande à la troisième partie de la distance, ou les distances étant comme 1 à 3, la force de la Gravité à ces distances, seroit, comme 9 à 1, c'est-à-dire, réciproquement comme les quarrés des distances. Il paroît
de

de la même manière, que lorsque la plus grande & la moindre distances sont supposées être en raison quelconque d'un nombre plus grand à un nombre plus petit, les vitesses de la Planete qui fait sa révolution sont en raison inverse des mêmes nombres; & que les Puissances qui lui font décrire une Courbe sont en raison inverse des quarrés de ces nombres.

10. En général, que T (Fig. 53.) représente le centre de la Terre, ALP l'Orbite elliptique de la Lune, A l'Apogée, P le Périgée, AH & PK les Tangentes à ces points, AM & PN de petits Arcs parcourus par la Lune en tems égaux à ces distances, MH, NK les soutendantes des Angles de contact, terminées par les Tangentes en H & en K : alors MH & NK seront égales aux Espaces qui seroient parcourus par la Lune, si elle pouvoit tomber librement des points respectifs A & P, en tems égaux; & seront entre-elles dans la même proportion que les Puissances qui agissent sur la Lune, & qui fléchissent en ce point la direction de son mouvement en une Courbe. Que Am soit prise égale à PN; & que mh, parallele à AP, rencontre la Tangente au point A en h; alors parce que la courbure de l'Ellipse est la même en A qu'en P, mh est égale à KN; & si la Lune pouvoit tomber librement, des points P & A vers la Terre, sa Gravité auroit un plus grand effet en P qu'en A en tems égaux, à proportion que mh est plus grande que MH. Mais mh est l'Espace que la Lune parcourroit librement par sa Gravité en A, dans le tems auquel Ah seroit parcouru par son mouvement Projectile en A; & MH est l'Espace suivant lequel elle descendroit librement par sa Gravité en A, dans le tems auquel AH seroit parcouru par son mouvement Projectile; & ces Espaces étant comme les quarrés des tems, il suit que mh est à MH, comme le carré de Ah au carré de AH, ou à cause de l'égalité des Aires TAH, TPK, comme le carré de TP au carré de

TA. Donc la Gravité en P est à la Gravité en A, comme le quarré de TA au quarré de TP; c'est-à-dire, la Gravité de la Lune vers la Terre augmente dans la même proportion que le quarré de la distance au centre de la Terre diminue. M. le Chevalier Newton démontre l'universalité de cette Loi, à toutes les distances de cette Planete, par la direction de la Puissance qui agit sur elle, & par la nature de l'Ellipse, courbe qu'elle décrit dans sa révolution; & il suit des propriétés de cette Courbe, que si on prend de petits Arcs parcourus par la Lune en tems égaux, l'extrémité d'un Arc quelconque s'abaisse d'autant plus vers la Terre, au-dessous de sa Tangente à l'autre extrémité, que le quarré de la distance au Foyer est moindre; d'où il suit que la Puissance qui est proportionnelle à cet Espace, observe la même raison.

11. L'Orbite de la Lune, suivant les observations des Astronomes, ne differe pas beaucoup d'un Cercle dont le Rayon est égal à soixante fois le demi-diametre de la Terre; & la circonférence de son Orbite est par conséquent environ soixante fois la circonférence d'un grand Cercle de la Terre qui a été trouvée, par les Mathématiciens François de 123249600 pieds de Paris. On déduit de-là facilement la circonférence de l'Orbite de la Lune; & puisqu'elle finit sa révolution en 27 jours, 7 heures & 43 minutes, il est aisé de calculer quel Arc elle parcourt dans une minute. Maintenant il s'agit de chercher la quantité de l'abaissement d'une extrémité de cet Arc au-dessous d'une Tangente tirée à l'autre extrémité; & comme la Géométrie nous apprend que cet Espace est à peu près un troisieme proportionnel au diamètre de son Orbite, & à l'Arc qu'elle parcourt dans une minute, on trouvera par un calcul aisé qu'il est de $15\frac{1}{12}$ pieds de Paris. Cet Espace est parcouru en conséquence de sa Gravité vers la Terre, laquelle, par conséquent, est une Puissance qui, à la dis-

tance de soixante demi diamètres de la Terre, est capable de la faire descendre en parcourant dans une minute $15\frac{1}{2}$ pieds de Paris. Cette Puissance augmente à proportion que la Lune approche de la Terre : pour connoître qu'elle seroit sa force à la surface de ce Globe, supposons qu'elle descende si bas dans son Orbite qu'à sa moindre distance elle passe par la surface de la Terre. Elle s'approcheroit alors soixante fois plus du centre de ce Globe & se mouvroit avec une vitesse soixante fois plus grande, afin que les Aires décrites en tems égaux, par une ligne tirée de cette Planete au centre de la Terre, pussent persister toujours égales. La Lune donc passant par la surface de la Terre, à sa moindre distance, parcourroit un Arc dans une seconde de tems (qui est la soixantieme partie d'une minute) égal à celui qu'elle parcourt dans une minute à sa distance moyenne actuelle, & s'écarteroit autant de la Tangente, au commencement de cet Arc dans une seconde, qu'elle s'en écarte à sa distance moyenne dans une minute ; c'est-à-dire, elle parcourroit près de la surface de la Terre $15\frac{1}{2}$ pieds de Paris en une seconde de tems. Maintenant c'est exactement le même Espace que parcourent les Corps pesants, en descendant par leur Gravité, près de la surface de la Terre, comme nous l'avons observé ci-dessus, fondés sur l'expérience. La Lune donc descendroit à la surface de la Terre avec la même vitesse, & à tous égards de la même maniere que les Corps pesants tombent vers la Terre ; & la Puissance qui agit sur la Lune, convenant en direction & en force avec la Gravité des Corps pesants, & agissant sans cesse à chaque moment, ainsi que leur Gravité, ces deux Puissances doivent être l'une & l'autre de même espece, & procéder de la même cause.

12. On peut aussi faire le calcul de cette maniere, la distance moyenne de la Lune au centre de la Terre, étant soixante fois la distance des Corps pesants, situés

à la surface de ce Globe , & sa Gravité augmentant à proportion que le quarré de sa distance au centre de la Terre diminue , elle seroit 60×60 fois , ou 3600 fois plus grande , près de la surface de la Terre , qu'à sa distance moyenne actuelle , & par conséquent , elle lui seroit parcourir $60 \times 60 \times 15 \frac{1}{12}$ pieds de Paris , dans une minute près de la surface de la Terre. Mais la même Puissance lui seroit parcourir un Espace 60×60 fois moindre dans une seconde , que dans une minute , suivant ce qui a été souvent observé de la descente des Corps pesants ; & par conséquent , la Lune dans une seconde de tems , parcourroit en descendant par sa Gravité , près de la surface de la Terre , $15 \frac{1}{12}$ pieds de Paris ; Gravité qui est exactement la même que celle des Corps terrestres.

13. Ainsi M. le Chevalier Newton a démontré que la Puissance de la Gravité s'étend à la Lune , que cette Planete est pesante , comme une expérience constante nous apprend que le sont tous les Corps appartenans à la Terre & que la Lune est retenue dans son Orbite , par la même cause qui fait décrire une Courbe dans l'Air à une pierre , à un boulet , ou à tout autre Projectile. Si la Lune , ou quelqu'une de ses parties , étoit transportée à la Terre , & jetée dans la même ligne & avec la même vitesse , qu'un Corps terrestre , elle se mouvroit dans la même Courbe ; & si quelque Corps étoit porté de notre Terre à la distance de la Lune , & jeté dans la même direction & avec la même vitesse que la Lune se meut , il parcourroit la même Orbite que la Lune , & avec la même vitesse. Ainsi la Lune est un Projectile , & le mouvement de tout Projectile est une image du mouvement d'un Satellite ou de la Lune. Ces Phénomènes sont si semblables en tout , qu'il est évident qu'ils doivent procéder de la même cause.

CHAPITRE III.

*Du Système Solaire : & des Parallaxes des Planetes
& des Etoiles fixes.*

1. **A**près avoir montré que la Gravité s'étend de la surface de la Terre à la Lune, & à toutes distances en haut, diminuant régulièrement comme le carré de ces distances augmente, notre Auteur ne s'arrêta pas là : comme chaque Découverte considérable dans la Nature ouvre communément une nouvelle Scene, ainsi celle dont nous venons de parler étoit trop importante pour rester stérile entre les mains d'un Philosophe, tel que M. le Chevalier Newton. La Gravité de la Lune le conduisit à la Gravitation universelle de la Matière, & une explication si heureuse de son Mouvement lui fit déduire du même Principe celle de tous les Mouvements Curvilignes du Système Solaire. La Terre ne peut être considérée comme le centre du Mouvement d'aucun Corps céleste à l'exception de la Lune ; mais dans la vaste étendue du Système Solaire celui qu'elles forment ensemble n'est que d'un ordre subalterne. Les Planetes inférieures, *Mercury & Venus* ne renferment pas la Terre dans leurs Orbites, mais elles font manifestement leurs Révolutions autour du Soleil ; car quelquefois elles sont plus éloignées de nous que le Soleil, & en d'autres tems elles passent entre ce Globe & nous ; mais on ne les voit jamais opposées au Soleil, ou elles n'en paroissent jamais éloignées au de-là d'un certain Arc qu'on appelle leur plus grande Elongation. Les Planetes supérieures *Mars, Jupiter & Saturne* se meuvent dans des

Orlites qui à la vérité renferment la Terre ; mais il paroît par leurs mouvemens, qui, vûs de ce Globe, sont sujets à beaucoup d'irrégularités, qu'on ne doit pas regarder la Terre comme le centre de leurs Orbites. Quelquefois elles paroissent s'avancer dans ces Orbes d'Occident en Orient, quelquefois elles semblent stationnaires ou sans mouvement, & dans d'autres tems elles paroissent rétrogrades ou retourner d'Orient en Occident : & ces irrégularités, quoique différentes en diverses Planetes, sont exactement telles dans chacune d'elles qu'elles nous paroïtroient en conséquence du mouvement de la Terre dans son Orbite.

2. Les Mouvemens de toutes les Planetes autour du Soleil sont constans & réguliers. Elles se meuvent toutes autour du Soleil d'Occident en Orient, presque dans le même Plan, dans des Orbites Elliptiques qui ont le Soleil à l'un des Foyers, mais dont quelques-unes approchent fort du Cercle. Mercure occupe le lieu le plus bas, & se mouvant avec plus de vitesse & dans un Orbite moindre que celle de toutes les autres Planetes, il finit sa Révolution en deux mois & vingt-huit jours. La Planete de Venus, que nous appellons quelquefois l'Etoile du Soir, quelquefois l'Etoile du Matin selon qu'elle nous paroît à l'Orient ou à l'Occident du Soleil & par conséquent qu'elle se couche plus tard ou se leve plutôt, est après Mercure dans le Système du Monde, & fait sa Révolution en sept mois & quinze jours. Au-dessus de ces Planetes se trouve ensuite la Terre qui, avec son Satellite la Lune, fait sa Révolution dans l'Espace d'un an. Mars est au-dessus de la Terre, & il est le premier qui la renferme aussi-bien que le Soleil dans son Orbite, qu'il parcourt dans l'espace d'un an dix mois & vingt-deux jours. Plus haut & à une grande distance est situé Jupiter qui fait sa Révolution avec ses quatre Satellites en onze ans, dix mois & quinze jours. Enfin la dernière de toutes les Planetes est Saturne qui,

avec cinq Satellites & un anneau qui lui est particulier , se meut dans une vaste Orbite , du mouvement le plus lent , & finit sa Période en vingt-neuf ans , cinq mois & vingt jours.

3. Supposons la distance moyenne de la Terre au Soleil divisée en 100 parties égales , alors les distances moyennes de Mercure , Venus , Mars , Jupiter & Saturne au Soleil seront à peu-près de 38 , 72 , 152 , 520 & 954 de ces parties , respectivement. Ou si on veut les avoir avec plus d'exaétitude , que la distance moyenne de la Terre soit représentée par 100000 , & les distances de ces différentes Planetes seront exprimées par les nombres 38710 , 72333 , 152369 , 52096 , 954006 , respectivement.

Les distances de Mercure & de Venus se déterminent par leurs plus grandes Elongations du Soleil. Que S , (Fig. 54.) représente le Soleil , T la Terre , & supposant que AVB l'Orbite de Venus soit parfaitement circulaire , tirez TV Tangente : alors V représentera le lieu de Venus où son Elongation du Soleil est la plus grande , & le Triangle SVT ayant un Angle droit en V , il suit que ST , distance de la Terre au Soleil , est à SV , distance de Venus au Soleil , comme le Rayon est au Sinus de l'Angle STV sa plus grande Elongation du Soleil. De cette maniere les distances des Planetes inférieures se comparent avec la distance de la Terre au Soleil. On détermine les distances des Planetes supérieures par leurs rétrogradations & dans celles qui ont des Satellites par les Eclipses de ces Satellites. Par exemple , que I (Fig. 55.) représente la Planete de Jupiter , & si la ligne droite SI , joignant son centre & celui du Soleil , est prolongée en M , alors IM sera l'Axe de son ombre , dont la position est déterminée par les Eclipses des Satellites & fait voir le lieu Héliocentrique de Jupiter , c'est-à-dire celui qu'il paroît occuper , vû du Soleil. Prolongez la ligne TI , qui joint

les centres de la Terre & de Jupiter en N, & N représentera le lieu Géocentrique de Jupiter, c'est-à-dire le lieu où il paroît lorsqu'il est vû de la Terre. La différence de ces lieux donne l'Angle NIM ou TIS : on trouve aisément par l'Observation l'Angle ITS, Elongation de Jupiter au Soleil telle qu'on la voit de la Terre en T ; par conséquent tous les Angles du Triangle TIS sont connus, avec la proportion de ses côtés, qui est la même que celle des Sinus de ces Angles ; & ainsi la raison de SI, distance de Jupiter au Soleil, à ST, distance de la Terre au Soleil, est découverte. L'Angle TIS est celui sous lequel ST, demi-Diamètre de l'Orbite de la Terre, paroîtroit, s'il étoit vû de I, ou l'Elongation de la Terre au Soleil telle qu'elle paroîtroit à un Spectateur en Jupiter.

4. Dans le premier Chapitre de ce Livre nous avons expliqué fort au long comment on découvre les distances des Corps célestes parce qu'on appelle la Parallaxe diurne, c'est-à-dire l'Angle sous lequel le demi-Diamètre de la Terre paroîtroit à ces distances. Par cette Méthode la distance de la Lune à la Terre se compare avec son demi-Diamètre. Lorsque Venus & Mars sont à leurs moindres distances de la Terre, on se sert pareillement de la Parallaxe pour estimer ces distances. Mais dans la plupart des autres cas, les distances des Corps célestes sont si grandes & le demi-Diamètre de la Terre est en si petite proportion avec elles, que l'Angle sous lequel il paroîtroit, vû à de si énormes distances, ne peut être découvert par nos instrumens avec quelque exactitude ; c'est pourquoi les Astronomes ont été obligés d'avoir recours à d'autres inventions. La Méthode proposée par Aristarque pour déterminer la distance du Soleil, en observant le tems auquel le Disque de la Lune paroît être à moitié illuminé par ce Globe, peut être considérée comme une tentative de substituer le demi-Diamètre de l'Orbite de la Lune

Lune au lieu du demi-Diametre de la Terre. Que S & T (Fig. 56.) représentent le Soleil & la Terre, L le lieu de la Lune lorsque TL est perpendiculaire à SL, auquel tems son Disque nous doit paroître divisé en deux également par le Cercle qui termine la lumiere & l'ombre sur sa Surface; & il est évident, que TS, distance de la Terre au Soleil, est alors à TL, distance de la Lune à la Terre, comme le Rayon au Sinus de l'Angle LST, complement de l'Angle STL qui est l'Elongation de la Lune au Soleil en ce tems. Mais cette Méthode, quoique très-ingénieuse, n'a pas eu de succès; les Astronomes trouvant impraticable de déterminer le tems de cette division en deux parties égales du Disque de la Lune avec une exactitude suffisante pour ce dessein. Nous apprenons cependant par-là que la distance du Soleil est beaucoup plus grande que celle de la Lune: car il est évident que plus l'Angle STL approche d'un Angle droit, plus la distance ST doit être grande à proportion de TL, & que si cette distance ST étoit infinie, STL seroit alors un Angle droit. Maintenant les Astronomes trouvent qu'il est très-difficile de découvrir quelque différence entre l'Angle STL & un Angle droit, ou entre le tems auquel le Disque de la Lune paroît divisé en deux également & la quadrature; d'où il suit que ST est beaucoup plus grande que TL.

5. Les Astronomes voyant que la Parallaxe diurne ne pouvoit servir à déterminer ou comparer les plus grandes distances dans les Espaces célestes, le demi-diamètre de la Terre étant une base trop petite pour cet effet, on eut recours à ce qu'ils appellent la Parallaxe annuelle. Au lieu, donc, du demi-diamètre de la Terre, ils substituerent le demi-diamètre de l'Orbite décrite par la Terre annuellement au tour du Soleil, ou au lieu de deux stations, ou de deux Spectateurs, dont l'un étoit supposé à la surface & l'autre au centre de la Terre, ils en substituerent deux autres, l'un à la Terre & l'autre au Soleil. De cette maniere, ils

curent une base qui a une proportion considérable à toutes distances dans le Systême Solaire, & avec laquelle ils étoient en état de les comparer par des observations exactes. Comme, dans le premier cas, ils comparoient les distances dans les Cieux avec le demi-diamètre de la Terre, en trouvant sous quel Angle il paroîtroit à ces distances, de même ils comparent, dans ce cas, les distances immenses des Planetes au Soleil avec le demi-diamètre de l'Orbite de la Terre, en trouvant sous quel Angle le demi-diamètre paroît à ces distances. Cet Angle est plus grand à la distance de Mars qu'à celle de Jupiter, & dans cette dernière Planete, il est plus grand qu'à la distance de Saturne, diminuant toujours à mesure que la distance augmente, jusqu'à ce qu'il devienne à la fin trop petit, pour être distingué avec le secours des instrumens les plus exacts que nous ayons. Que I (Fig. 55.) représente quelque objet éloigné dans le Systême céleste, A le point où la Terre passe entre le Soleil S & cet objet I, IT une Tangente du point I à l'Orbite de la Terre supposée circulaire : & la Terre étant en A, l'objet I paroît au même lieu vu de la Terre & du Soleil ; mais lorsque la Terre sera en T, si nous supposons I sans mouvement, il paroît de la Terre dans la ligne droite TI & avoir rétrogradé de l'Arc qui mesure l'Angle TIS, le même que le demi-diamètre de l'Orbite de la Terre ST soutend en I ; & cet Angle étant déterminé par l'observation, son Sinus sera au Rayon, comme ST à SI : c'est-à-dire, comme la distance de la Terre au Soleil, est à la distance de l'objet I au Soleil ; proportion donc qu'il est aisé de calculer par la Trigonométrie. Lorsque l'objet I a un mouvement propre, on doit avoir égard à ce mouvement, après qu'il a été déterminé par l'Observation.

Les apparences, dans ce cas, peuvent être expliquées de la manière suivante. Que SI prolongée rencontre en M la Sphere où les Etoiles fixes paroissent disposées,

que les deux Tangentes TI & tI , rencontrent la même Sphere en N & n , & supposant que l'objet I fasse des vibrations continuelles entre N & n , comme un Pendule, imaginez cet Arc Nn lui-même emporté le long de l'Arc DME , avec le mouvement propre & la direction de l'objet I . Si I représente une Planete, l'Arc Nn qui mesure l'Angle $NI n$, ou $TI t$, fera voir combien la Planete est rétrograde, la moitié duquel Angle est SIT : cet Angle étant connu, on trouve comme ci-dessus la proportion de SI à ST .

6. Nous attribuons le mouvement annuel à la Terre & non pas au Soleil, selon le Système de Pythagore renouvelé par Copernic, pour plusieurs raisons, & nous en avons rapporté quelques-unes en peu de mots au § 1 & 2. En comparant les tems périodiques des Planetes principales & leurs distances au Soleil, & en comparant les tems périodiques des Satellites, qui font leurs révolutions autour de Jupiter & de Saturne, avec leurs distances respectives de leurs Planetes principales, il paroît que c'est une Loi générale dans le Système Solaire, que lorsque différens Corps font leurs révolutions autour d'un Centre, les quarrés des tems périodiques augmentent en même raison que les Cubes des distances à ce centre; c'est-à-dire, les tems périodiques augmentent en plus grande proportion que les distances, & non pas en si grande raison que les quarrés de ces distances, mais exactement comme la Puissance de la distance dont l'exposant est $1\frac{1}{2}$, ou comme le nombre qui est moyen proportionnel entre celui qui représente la distance & son quarré. La Terre est le Centre du mouvement de la Lune dans tous les Systèmes. Si le Soleil faisoit pareillement sa révolution autour de la Terre, on s'attendroit que la même Loi générale auroit lieu dans leurs tems périodiques & leurs distances comparés ensemble, ou que le quarré de 27 jours, 7 heures 43' seroit au quarré de 365 jours 2

6 heures 9', comme le Cube de la distance de la Lune à la Terre est au Cube de la distance du Soleil à ce même Globe : d'où il est aisé de calculer que la distance du Soleil, devrait être un peu plus que $5\frac{1}{7}$ fois plus grande que la distance de la Lune; au lieu qu'il est évident par la petitesse de la Parallaxe diurne du Soleil, que sa distance est plusieurs centaines de fois plus grande que la distance de la Lune à la Terre. Mais si, avec Copernic, nous supposons que la Terre fasse sa révolution autour du Soleil, dans une Orbite placée entre celles de Venus & de Mars, on trouvera que cette Loi a lieu entre les tems périodiques & les distances de la Terre & de chacune des Planetes au Soleil comparés ensemble; & l'harmonie du Système se trouvera parfaite. Les rétrogradations & stations des Planetes & toutes leurs irrégularités apparentes dans leurs Mouvements & leurs distances à la Terre, nous fournissent un grand nombre d'argumens contre le Système de Ptolomée, suivant lequel ces Phénomènes sont expliqués par une quantité d'Orbes solides & d'Epicycles embarrassés entre-eux, d'une manière peu digne de la noble simplicité & de la beauté de la Nature.

On doit pareillement observer que ces inégalités sont différentes dans diverses Planetes, mais dans chacune en particulier elles sont telles qu'elles doivent résulter du Mouvement annuel de la Terre. Les argumens tirés de la grandeur du Soleil, & de l'extrême utilité dont il est à tous les Corps du Système du Monde, qui semblent lui donner le droit d'être placé au centre, sont trop évidens pour qu'il soit nécessaire d'y insister. La Terre & les Planetes font leurs Révolutions au tour du Soleil, afin de jouir des avantages de sa lumière & de sa chaleur; mais il ne paroît pas qu'il y ait aucune raison, pour quoi le Soleil & les Planetes feroient leurs Révolutions autour de la Terre.

7. Il n'y a qu'un argument contre le mouvement

annuel de la Terre, qui mérite quelque attention, ſçavoir, le défaut d'une Parallaxe annuelle dans les Etoiles fixes. Que TAr (*Fig. 57*) représente l'Orbite de la Terre autour du Soleil S , TX l'Axe de la Terre, & tx , parallèle à TX , représentera la position du même Axe, au point opposé r . Supposons que TX soit dirigée vers l'Etoile P ; alors il est évident que l'Axe de la Terre ne sera pas dirigé à la même Etoile, lorsqu'il vient à la situation tx ; mais il formera un Angle xrP avec la Ligne rP joignant la Terre & l'Etoile, égal à l'Angle rPT , sous lequel le diamètre Tt de l'Orbite de la Terre paroît à un Spectateur, qui le voit de l'Etoile P . On pourroit donc s'attendre, qu'en observant l'Etoile fixe P de différentes parties de l'Orbite de la Terre T, t , (qui peuvent être considérées comme deux Stations dans ce Problème, le plus sublime de tous ceux qu'on puisse proposer dans la Géométrie pratique) nous devrions être en état de juger par ses différentes apparences à ces Stations, de l'Angle TPt , & par conséquent, de la proportion de TP distance de l'Etoile à Tt le diamètre de l'Orbite de la Terre, ou le double de la distance du Soleil. Cependant il est certain que les Astronomes n'ont pu jusqu'ici découvrir aucune différence dans les situations apparentes des Etoiles fixes, par rapport à l'Axe de la Terre, ou l'une respectivement à l'autre, qui pût se déduire du mouvement de la Terre : quoique, depuis le retablisement de la Doctrine de Pythagore, ils se soient donnés beaucoup de peine pour examiner cette Matière. En réponse à cette Objection, on a observé que la distance des Etoiles fixes est si grande, que le diamètre de l'Orbite de la Terre n'a aucun rapport sensible avec elle; en sorte que l'Angle TPt , ne peut être découvert par nos instrumens les plus exacts. Cette distance immense des Etoiles fixes n'a pas été avancée par les Coperniciens comme une hypothèse, simplement dans la vue de résoudre cette

Objection ; car de même qu'ils ont eu raison de supposer les Etoiles fixes , semblables à notre Soleil , ils furent fondés à conclure que leur distance est extrêmement grande , puisqu'elles nous paroissent avec une lumiere si foible , & d'un diametre qui n'est pas sensible , même dans les plus grands Télescopes. Si nous supposons la distance où nous sommes d'une Etoile fixe divisée en 300. parties égales , & qu'un spectateur après avoir passé 299 des ces parties , la vit depuis la dernière division , ou à $\frac{1}{300}$ partie de toute la distance ; l'Etoile à la vérité lui paroîtroit plus brillante , mais non pas augmentée sensiblement en diametre , parce qu'il la verroit de la même grandeur à cette distance , qu'avec un Télescope qui grossit 300 fois. On s'apperçoit de même de la distance immense des Etoiles fixes , en ce que la Lune ou quelqu'autre Planete venant à les cacher à notre vûe , elle le fait dans un instant , elles disparaissent tout-à-coup & non par degrés , comme les Planetes les plus éloignées , lorsqu'elles sont cachées par celles qui sont plus près. En rassemblant ces Observations , on trouve qu'elles viennent à l'appui l'une l'autre , & confirment plutôt le Mouvement de la Terre qu'elles ne le combattent. La distance immense des Etoiles fixes , qui résulte de ces Observations prises collectivement , ajoute encore à l'évidence du Systême de Copernic ; parce que , plus les Etoiles sont éloignées , plus il doit paroître absurde de supposer un Espace aussi immense tourner autour de notre Terre , point presque insensible , qui , vûe des Planetes voisines , ne paroît que comme une petite étincelle de lumiere ; dans d'autres plus éloignées , elle est à peine connue , & à quelques-unes des Etoiles fixes elle n'est pas visible , ni même tout le Systême Solaire dont elle fait partie. Comment peut-on s'imaginer que ces Corps immenses , plongés si profondément dans l'abyme de l'Espace , puissent décrire cha-

que jour des Orbites aussi vastes autour d'un Globe si petit, particulièrement si on considère qu'il est très-probable que quelques-unes des Etoiles fixes, sont placées à une distance immense au-delà des autres, & que tout le Système des Etoiles qu'on peut appercevoir dans une nuit claire, ne forme qu'un petit coin du Système de l'Univers.

8. Mais de plus, nous devons une importante découverte à la diligence & à l'exactitude des Astronomes de nos jours, qui confirme le Mouvement de la Terre autour du Soleil, & qui sert à résoudre cette Objection, la seule qu'on puisse faire contre ce Système. Le fameux M. Graham a imaginé & exécuté avec une exactitude surprenante un instrument dont on trouvera une description dans l'excellent Traité d'Optique du Docteur Smith, auquel nous renvoyons le Lecteur. Mrs. Molineux, Bradley & Graham, ayant placé cet instrument dans la Ligne verticale, observerent pendant plusieurs années, une Etoile dans la constellation du Dragon qui passoit près du Zénit, dans la vue de découvrir sa Parallaxe. Ils s'apperçurent bien-tôt que l'Etoile ne paroissoit pas toujours au même lieu dans l'instrument, mais que sa distance du Zénit varioit, & que la différence de ces lieux apparens équivaloit à 21 ou 22 secondes. Cette Etoile est près du Pole de l'Ecliptique. Ils firent de semblables Observations sur d'autres Etoiles, & ils leur trouverent de même un mouvement apparent, proportionnel à la latitude de l'Etoile. Ce Mouvement n'étoit point absolument tel qu'on auroit dû l'attendre en tant que l'effet d'une Parallaxe; & il se passa quelque-tems avant qu'on découvrit aucun moyen d'expliquer ce nouveau Phénomène : Mais enfin M. Bradley résolut toute cette variété d'une manière satisfaisante, par le Mouvement de la Lumière & celui de la Terre combinés ensemble.

Que AD (Fig. 58.) représente une petite portion

de l'Orbite de la Terre, CD un rayon de Lumiere qui part de l'Etoile avec la Direction CD ; si la Terre étoit en repos, le Télescope seroit dirigé à l'Etoile, en le plaçant dans une Ligne droite AE parallèle à DC. Que AD soit à DC, comme la vitesse de la Terre dans son Orbite à la vitesse de la Lumiere ; il est manifeste que le Télescope doit être alors placé dans la situation AC, afin que le Rayon de Lumiere puisse suivre la Direction de son Axe, & qu'après être entré par le milieu du Verre objectif en C, il puisse sortir au milieu du Verre oculaire en A ; parce que, tandis que le Rayon parcourt la Ligne droite CD, le Point A est emporté en avant en D, & le Télescope en se mouvant parallèlement à lui-même est porté dans la situation Dc. Mais le lieu apparent de l'Etoile est déterminé par la position du Télescope, & par conséquent l'Etoile sera vûe dans la Ligne droite AC & non dans sa vraie situation AE. Ainsi une Etoile au Pole de l'Ecliptique paroîtra avoir sa Latitude diminuée de l'Angle EAC ou ACD, qui se trouvera excéder 20 secondes, si la vitesse de la Lumiere est à la vitesse de la Terre comme 8000 est à 1. Cette Etoile décrira en apparence un petit cercle autour du Pole de l'Ecliptique, qui en sera éloigné d'environ 20 secondes. En d'autres cas, l'Etoile paroîtra décrire une petite Ellipse dont le centre sera au vrai lieu de l'Etoile (c'est-à-dire le lieu de l'Etoile où elle paroîtroit si la Terre étoit en repos) son Axe transverse parallèle à l'Ecliptique, & son second Axe perpendiculaire à ce Cercle : le premier desquels donne sa plus grande Aberration en Longitude, & le dernier sa plus grande Aberration en Latitude. Si l'Etoile se trouve dans le Plan de l'Ecliptique, l'Aberration n'est alors qu'en Longitude. Dans ce cas, si les Rayons partis de l'Etoile touchent l'Orbite de la Terre en G & en H & lui sont perpendiculaires en A & en B, le Mouvement de la Terre en G & en H étant dans la direction
du

du Rayon, l'Etoile paroîtra dans son vrai lieu, & il n'y aura point d'Aberration à ces points; mais l'Aberration en Longitude sera la plus grande en A & en B. M. Bradley a expliqué de cette manière toutes les apparences des Etoiles qu'il a observées avec M. Molineux, & quoiqu'il n'ait découvert aucune Parallaxe, il en a tiré un nouvel argument en faveur du Mouvement de la Terre, par une suite d'Observations faites sur diverses Etoiles en différens lieux. Il s'est trouvé fondé à conclure delà que la Parallaxe des Etoiles fixes peut à peine excéder une seconde; d'où il suit que leur distance doit être 400,000 fois plus grande que celle du Soleil. Après avoir établi les mouvemens vrais qui ont lieu dans le Systême du Monde, nous pouvons continuer notre Analyse en assurance.

9. Toutes les Planetes principales se meuvent dans une Courbe autour du centre du Soleil, & sont accélérées dans leur Mouvement à mesure qu'elles approchent de ce Globe & retardées à proportion qu'elles s'en éloignent; en sorte qu'un Rayon tiré de chacune de ces Planetes au Soleil décrit toujours des Aires ou des Espaces égaux en tems égaux: d'où il suit, comme au Chap. II. §. 5, 6, 7, que la Puissance qui fléchit leur route en une Ligne courbe doit être dirigée au Soleil. Cette Puissance varie toujours de la même manière que la Gravité de la Lune vers la Terre. Le même raisonnement par lequel on a comparé la Gravité de la Lune vers la Terre à sa plus grande & moindre distances, au Chap. II. §. 8, 9, 10, peut être employé pour comparer les Puissances qui agissent sur chaque Planete principale, à sa plus grande & moindre distances du Soleil, & il paroîtra que ces Puissances augmentent comme le quarré de la distance au Soleil diminue. Notre Auteur démontre ce Principe généralement, par la nature de la Courbe Elliptique dans laquelle chaque Planete se meut.

10. Mais l'universalité de cette Loi & l'uniformité de la Nature se manifestent toujours de plus en plus en comparant les Mouvements des différentes Planètes. La Puissance qui agit sur une Planète plus proche du Soleil est évidemment plus grande que celle qui agit sur une Planète plus éloignée ; tant parce qu'elle se meut avec plus de vitesse , qu'à cause que son Orbite est moindre , qu'elle a plus de Courbure , & s'écarte davantage de sa Tangente , dans des Arcs de même longueur , qu'une plus grande Orbite. En comparant les mouvements des Planètes , on trouve que la vitesse d'une Planète plus proche est plus grande que la vitesse d'une plus éloignée , en raison de la racine quarrée du nombre qui exprime la plus grande distance à la racine quarrée de celui qui exprime la moindre distance ; en sorte que si une Planète étoit quatre fois plus éloignée du Soleil qu'une autre Planète , la vitesse de la première seroit la moitié de celle de la seconde , & la Planète plus proche parcourroit un Arc dans une minute , égal à l'Arc parcouru par la plus éloignée en deux minutes , & quoique la Courbure des Orbites fût la même , la Planète plus proche parcourroit dans une minute autant d'Espace en tombant par sa Gravité , que l'autre en parcourroit en deux minutes , & par conséquent la Planète plus proche parcourroit par sa Gravité quatre fois autant d'Espace que l'autre dans le même tems , suivant la Loi du Mouvement des Corps dans leur chute mentionnée si souvent ; la Gravité de la Planète plus proche se trouve être quadruple par la raison seulement de sa plus grande vitesse. Mais de plus comme le Rayon de la petite Orbite est supposé quatre fois moindre que le Rayon de l'autre , la plus petite doit être quatre fois plus courbe , & l'extrémité d'un petit Arc de la même longueur s'écartera quatre fois plus de la Tangente tirée à l'autre extrémité dans la moindre Orbite que dans la plus grande ; en sorte que par cette seule raison , quoique les vi-

teffes fuſſent égales , la Gravité de la Planete plus proche ſe trouveroit être quadruple. Donc par ces deux circonſtances réunies , la plus grande viteſſe de la Planete plus proche & la plus grande Courbure de ſon Orbite , ſa Gravité vers le Soleil doit être ſeize fois plus grande , quoique ſa diſtance au Soleil ne ſoit que quatre fois moindre que celle de l'autre ; c'eſt-à-dire lorſque les diſtances ſont comme 1 à 4 , les Gravités ſont réciproquement comme les quarrés de ces nombres ou comme 16 à 1. De la même maniere , en comparant les mouvemens de toutes les Planetes , on trouve que leurs Gravités diminuent comme les quarrés de leurs diſtances au Soleil augmentent.

11. Ainſi en comparant les mouvemens de chaque Planete dans les différentes parties de ſon Orbite Elliptique , & les mouvemens de diverſes Planetes dans leurs différentes Orbites , il paroît qu'il y a une Puiffance ſemblable à la Gravité des Corps peſans ſi bien connue ſur la Terre , qui s'étend du Soleil à toutes diſtances & diminue conſtamment comme les quarrés de ces diſtances augmentent. Si quelque Planete venoit à occuper la place d'une autre , elle éprouveroit l'action de la même Puiffance & de la même maniere que cette autre : & comme la Gravité conſerve l'union des parties qui forment la ſubſtance de la Terre & les empêche de ſe diſſiper par ſes differens mouvemens ; de même une Puiffance ſemblable , agiſſant à la Surface du Soleil , & à l'intérieur de ſon corps , retient ſes parties enſemble & conſerve ſa Figure , malgré la Révolution de ce Globe ſur ſon Axe.

12. De même que ce Principe dirige les mouvemens des Planetes dans le grand Syſtème Solaire , il dirige auſſi les mouvemens des Satellites dans les Syſtèmes ſubalternes dont le plus grand eſt compoſé. Il y a la même harmonie dans leurs mouvemens comparés avec

leurs distances que dans le grand Systême : nous voyons les Satellites de Jupiter courber leurs Orbes autour de lui , & s'écarter à chaque instant des lignes qui sont les directions de leurs mouvemens ou des Tangentes de leurs Orbes, en s'approchant de cette Planete: chacun décrivant des Aires égales en tems égaux par un Rayon tiré du centre de Jupiter , auquel leur Gravité est par conséquent dirigée. Les Satellites plus proches se meuvent avec une plus grande vitesse , dans la même proportion que que les Planetes principales les moins éloignées du Soleil se meuvent plus rapidement autour de lui , & leur Gravité, par conséquent, varie suivant la même Loi. On doit dire la même chose des Satellites de Saturne. Il y a donc une Puissance qui conserve la substance de ces Planetes dans leurs differens mouvemens, qui agit à leurs surfaces & s'étend autour d'elles, diminuant de la même maniere que celle qui est répandue de la Terre & du Soleil à toutes distances.

13. Ces Planetes secondaires doivent aussi graviter vers le Soleil. Il seroit impossible qu'elles eussent un mouvement si régulier autour de leurs Planetes respectives si elles n'étoient assujetties à l'action des mêmes Puissances. Si nous supposons que la même Puissance accélératrice agissent sur elles en lignes paralleles, il n'en résultera aucun désordre ni aucun embarras ; car elles accompagneront alors leurs Planetes principales dans leurs mouvemens autour du Soleil , & se mouvront autour d'elles en même tems avec la même régularité que si ces Planetes principales étoient en repos. Il en sera de même que dans un Vaisseau ou dans tout Espace emporté uniformement en avant : dans lequel les actions mutuelles des Corps sont les mêmes que si l'Espace étoit en repos , car elles ne sont aucunement affectées par un mouvement commun à tous les Corps. Comme tout Projectile lorsqu'il se meut en l'Air gra-

vite vers le Soleil & est emporté avec la Terre autour de ce Globe tandis que son mouvement propre dans sa Courbe est aussi régulier que si la Terre étoit en repos; de même la Lune que nous avons fait voir n'être qu'un Projectile plus grand doit graviter vers le Soleil, & tandis qu'elle est emportée avec la Terre autour de lui, ce mouvement ne l'empêche pas d'exécuter ses Révolutions chaque mois autour de la Terre. Les Satellites de Jupiter gravitent vers le Soleil comme chaque partie du Corps de Jupiter, & les Satellites de Saturne gravitent vers le Soleil comme s'ils faisoient parties de Saturne; ainsi les mouvemens dans le grand Système Solaire & dans les Systèmes particuliers de chaque Planete, sont compatibles les uns avec les autres, & s'exécutent avec une harmonie régulière sans confusion, & sans aucune intersection qu'autant qu'il doit nécessairement en résulter des petites inégalités dans les Gravités des Planetes principales & secondaires, & du défaut de Parallélisme exact dans les directions de ces Gravités, dont nous parlerons dans la suite.

14. Il ne paroît aucun Corps dans les parties inférieures de notre Système, quoique rarement & comme étranger, qui soit exempt de cette Gravitation universelle vers le Soleil. Nous voyons dans les Comètes l'effet de la même Puissance qui agit sur elles, puisqu'elles descendent avec un mouvement accéléré à mesure qu'elles approchent du Soleil & montent avec un mouvement retardé lorsqu'elles s'en éloignent, courbant leurs Trajectoires autour du Soleil, & décrivant des Aires égales en tems égaux par un Rayon dirigé au centre du Soleil. Cette Puissance qui agit sur les Comètes varie suivant la même Loi que la Gravité des Planetes, comme il paroît en ce qu'elles décrivent des Paraboles, * ou

* Princip. Lib. III. Prop. 40.

des Ellipses très-excentriques dont un des Foyers est au centre du Soleil : notre Auteur ayant démontré que la Puissance qui fait qu'un Corps décrit une Parabole autour de son Foyer, doit varier suivant la Loi si souvent mentionnée. Si un Corps étoit projeté de notre Terre dans une ligne perpendiculaire à l'Horizon avec une certaine Force (à sçavoir celle qui lui feroit parcourir environ 420 milles d'un mouvement uniforme dans une minute) il s'élèveroit dans cette ligne continuellement & ne retomberoit plus sur la Terre : à la vérité sa Gravité retarderoit sans cesse son Mouvement, mais ne pourroit jamais le détruire, la force de la Gravité sur lui diminuant à mesure qu'il s'élèveroit à une plus grande hauteur. Si le Corps étoit projeté avec la même force dans quelqu'autre direction, il s'en iroit en décrivant une Parabole qui auroit son Foyer au centre de la Terre, & il ne retomberoit jamais sur elle. Une Force un peu moindre le feroit mouvoir dans une Ellipse très-excentrique dans laquelle il reviendroit après une longue Période à sa première place, s'il n'étoit pas dérangé dans son cours en approchant trop près de quelque Corps céleste. De la même manière une Planete jettée avec une certaine Force se mouvroit continuellement dans une Courbe parabolique ayant son Foyer dans le Soleil. Tous ces mouvemens donc procèdent du même Principe, qui agit d'une manière différente mais très-régulière en diverses circonstances, & ils sont tous Analogues aux mouvemens des Corps sans être projetés de notre Terre. Des effets si semblables doivent être attribués à la même cause, & il est à peine plus évident que c'est la même Puissance de Gravité qui agit sur les Corps terrestres en Europe & en Amérique, sous l'Equateur & sous les Poles, qu'il ne l'est que c'est le même Principe qui agit sur tout le Système de l'Univers depuis le centre du Soleil jusqu'à l'Orbe éloigné

de Saturne , ou à la plus grande hauteur de la Comete la plus excentrique.

15. Plusieurs Phénomènes nous donnent lieu de conclure qu'il y a une Atmosphere qui environne le Soleil & s'étend à une distance considérable de ce Globe. L'Anneau lumineux observé autour de la Lune, dans une Eclipse totale de Soleil, en 1605, mentionné par Kepler, & nouvellement en 1706 & 1724, qu'on a remarqué s'étendre à 9 ou 10 degrés de distance de la Lune, paroît plutôt avoir été formé par la Réfraction de cette Atmosphere, tandis que les Rayons directs du Soleil étoient interceptés par la Lune, que par la Réfraction d'une Atmosphere placée autour de la Lune. La matiere de cette Atmosphere paroît graviter vers le Soleil, par l'effet qu'elle a sur la vapeur qui dans les Queues des Cometes s'élève de leur *Noyau* & de leur Atmosphere, avec une direction opposée à celle de leur Gravité vers le Soleil. Car cette vapeur étant extrêmement raréfiée, paroît s'élever dans cette direction en conséquence de l'excès de la Gravité de l'Atmosphere Solaire vers le Soleil; de la même maniere qu'une Colonne de vapeur s'élève en l'Air parce que sa Gravité vers la Terre est moindre que celle de l'Air; d'autant plus que cette vapeur s'élève avec plus de rapidité, & plus abondamment, à proportion que la Comete est plus près du Soleil. Ainsi il n'y a aucune sorte de Matiere dans le Système Solaire à laquelle nous ne puissions avec raison attribuer une Gravitation vers le Soleil.

Quant aux Etoiles fixes, elles sont placées à une distance si immense que leur Gravité vers le Soleil ne peut avoir d'effet sensible sur elles en plusieurs siècles, & ne peut se manifester par les Phénomènes. La Puissance de la Gravité diminue à proportion que le carré de la distance augmente; les Etoiles fixes les plus pro-

ches paroissent être à une distance qui surpasse plusieurs centaines de mille fois celle de la Terre au Soleil , & par conséquent leur Gravité doit être plus de 100000 x 100000 fois moindre que la Gravité de la Terre vers le Soleil. Ce n'est donc pas par les Phénomènes mais seulement par Analogie que nous croyons que la Puissance de la Gravité s'étend jusqu'aux Étoiles fixes. Il n'y a aucune influence que leur Lumière qui soit capable de traverser ce vaste abyme d'Espace qui est entre nous & elles , & qui puisse avoir quelque effet sensible. Cependant comme leur Lumière est absolument la même que celle de notre Soleil , M. Newton pense que l'argument tiré de l'Analogie doit avoir beaucoup de force en ce cas. Si elles gravitent aussi vers le Soleil & les unes vers les autres , nous pouvons alors supposer que le vuide immense qui se trouve entre les Systèmes dont elles sont probablement les centres , comme le Soleil l'est du nôtre , peut servir à les empêcher de troubler leurs mouvemens les unes les autres , & de se joindre ensemble en une vaste masse informe de matière. Il ne doit pas paroître étrange que là où le Soleil lui même est à peine visible , la Gravité vers ce Globe y soit insensible , & que nous ne trouvions point ici d'effet d'aucune Gravitation vers les Étoiles fixes.

17. Comme l'action & la réaction sont toujours égales & dans des directions opposées ; en sorte que la Terre , par exemple , grave vers chaque Montagne aussi-bien que celle-ci grave vers la Terre , & qu'elle grave vers tout Projectile tandis qu'il se meut en l'Air , de même que le Projectile grave vers elle ; & sans cette Loi il n'y auroit rien de stable ni de constant dans la Nature : il suit de là que le Soleil grave vers tous les Corps du grand Système , & que les Planètes principales gravitent vers leurs Satellites. Ces Plane-

tes principales gravitent aussi l'une vers l'autre : ce qui est évidemment prouvé par quelques petites irrégularités dans leurs mouvemens, particulièrement dans ceux de Jupiter & de Saturne, les deux plus grandes Planètes, lorsqu'ils sont en conjonction & s'approchent le plus près l'un de l'autre. On trouve aussi que les mouvemens des Satellites de Jupiter & de Saturne sont sujets à des irrégularités produites par leurs actions mutuelles. Nous pouvons enfin conclure par tant de raisons que dans le Système Solaire tous les Corps gravitent les uns vers les autres, & quoique nous ne puissions pas considérer la Gravitation comme essentielle à la Matière, nous devons cependant convenir que les Phénomènes ne rendent pas moins évidente son universalité, que celle de toute autre affection des Corps quelle qu'elle soit.



CHAPITRE IV.

De la Gravitation générale de la Matière.

1. **N**ous n'avons considéré jusqu'ici que la Force accélératrice de la Gravité à différentes distances, auxquelles la vitesse qu'elle produit dans un tems donné est toujours proportionnelle. Il reste à faire voir que le mouvement produit par cette Puissance, à des distances égales d'un centre donné, est toujours proportionnel à la quantité de Matière du Corps pesant; que la Gravité des Corps vient de la Gravitation mutuelle de leurs parties; & à déterminer la Loi de la Gravitation des parties des Corps. On convient, quant aux Corps terrestres, & M. le Chevalier Newton l'a confirmé par plusieurs expériences exactes, que ceux qui sont de même volume & de même figure, quoique d'espèces très-différentes, suspendus par des fils de même longueur, font leurs vibrations, lorsqu'ils se meuvent comme des Pendules, exactement dans le même tems; d'où il suit que la Force de leur Gravité est exactement proportionnelle à leur quantité de Matière: & il n'y auroit aucune différence dans les tems de leurs vibrations, quoique leur figure & leurs volumes fussent différens, les distances entre leurs centres de suspension & d'oscillation étant égales, si ce n'étoit la résistance de l'Air. On a déjà fait voir que la Lune tomberoit vers la Terre avec la même vitesse que tout autre Corps pesant, si elle étoit à la même distance de son centre; & il est manifeste que les Forces des Corps mus avec des vitesses égales, sont comme leurs quantités de Matière, en sorte que la Pésanteur de la Lune seroit à celle de

tout autre Corps à la même distance du centre de la Terre, dans la même proportion que la Matière de la Lune seroit à celle de ce Corps pesant. Les Planetes principales éprouvent différentes actions à leurs diverses distances, mais suivant la loi qui apprend que si elles étoient à des distances égales, elles descendroient vers le Soleil avec des vitesses égales, en sorte que leur mouvement seroit proportionnel à leur quantité de Matière. Il paroît de même que si les Satellites de Jupiter & de Saturne étoient à des distances égales des centres de leurs Planetes principales respectives, ils descendroient vers elles avec des vitesses égales. La Terre & la Lune, à des distances égales du Soleil, seroient mûes par des Forces accélératrices égales, & descendroient vers lui avec des vitesses égales: Jupiter & ses Satellites descendroient avec la même vitesse vers le Soleil, si leurs Mouvements Projectiles étoient détruits. On doit dire la même chose de Saturne & de ses Satellites. Une très-petite inégalité dans les Forces accélératrices, qui agissent sur la Planete principale & sur ses Satellites, produiroit de très-grandes irrégularités dans leur mouvement. Dans tous ces cas, des vitesses égales étant produites en tems égaux, les mouvemens des Corps, & par conséquent, les Gravités qui produisent ces mouvemens, doivent être proportionnelles aux quantités de Matière de ces Corps; d'où il suit que toutes portions égales de Matière, à distances égales du centre de Gravitation, sont également pesantes, quels que soient le volume, la figure, ou la contexture de leurs parties, & que la Gravitation des Corps vient de celle des parties dont ils sont composés.

2. Parce que l'action est toujours égale à la réaction; si on suppose les Planetes à des distances égales du Soleil, & par conséquent, gravitant vers ce Globe avec des Forces proportionnelles à leurs quantités de Ma-

ere, le Soleil gravitera vers chacune des Planetes, avec des Forces qui seront dans la même proportion. En général, le même Corps gravite vers tous autres Corps, à distances égales, avec des Forces proportionnelles à leurs quantités de Matiere; parce qu'il gravite vers eux avec les mêmes Forces avec lesquelles ces Corps gravitent vers lui, & celles-ci sont en raison de leurs quantités de Matiere. La Puissance donc qui est étendue du centre du Soleil & de chacune des Planetes, à toutes distances autour de ces Corps, est, à égales distances de leurs centres, proportionnelle à leurs quantités de Matiere; & en général, il paroît que la Pésanteur ou la Gravité d'un Corps est plus considérable, à proportion que sa quantité de Matiere & celle du Corps auquel il tend, sont plus grandes, & que le Quarré de la distance de ce même Corps est moindre. En composant ces trois Proportions ensemble, le poids & le mouvement des Corps, provenans de leur Gravitation, peuvent toujours être déterminés

3. Ayant trouvé, par tant d'expériences & d'observations, que la Gravité affecte toute la Matiere des Corps également, nous avons toujours plus de raison d'en inférer son universalité; puisqu'elle paroît être une Puissance qui n'agit pas seulement sur la surface des Corps, mais qui pénètre intimement leur substance, même jusqu'à leurs centres, puisqu'elle affecte leurs parties internes avec la même Force que les externes, & que son action ne peut être altérée par aucun Corps interposé, ou par aucun obstacle; enfin puisqu'elle n'admet aucune sorte de variation dans la même Matiere, que celle qui résulte de ses différentes distances au Corps vers lequel elle gravite.

4. L'action de la Gravité sur les Corps vient de son action sur leurs parties, & n'est que la réunion de ces actions; en sorte que la Gravitation des Corps doit dé-

river de celle de toutes leurs parties les unes vers les autres. La Pésanteur d'un Corps vers la Terre résulte de la Gravité des parties du Corps; la Gravité d'une Montagne vers la Terre est causée par la Gravitation de toutes les parties de la Montagne vers elle; la Gravitation de l'Hémisphère Boréal vers l'Austral provient de la Gravitation de toutes ses parties vers cet Hémisphère, & si nous supposons la Terre divisée en deux Segmens inégaux, la Gravitation du plus grand vers le plus petit résultera de la Gravitation de toutes les parties du plus grand vers ce dernier. Pareillement la Gravité de toute la Terre, à l'exception d'une partie, vers cette même partie séparée, doit résulter de la Gravitation de toutes les autres parties de la Terre, vers celle-là seule. Chaque partie donc de ce Globe, gravite vers chacune de ses parties en particulier, & par la même raison, chaque partie de Matière dans le Système solaire gravite vers toutes les autres parties de ce même Système.

5. Nous devons maintenant procéder à une partie importante de cette Doctrine, c'est-à-dire, à déterminer la Loi, suivant laquelle les parties des Corps gravitent les unes vers les autres; après avoir découvert celle qui est observée par les Corps composés de ces parties. Ceux qui se contentent de faire des recherches superficielles pourroient peut-être d'abord se persuader que la première est nécessairement la même que la dernière; mais on fait aisément voir que la Loi qui est observée dans les Attraction des petites parties de Matière est souvent très-différente de celle que suivent les Sphères composées de ces parties. Si par exemple la Gravitation des parties diminue dans la même proportion que les Cubes de leurs distances augmentent, ou en quelque raison plus grande, les Sphères composées de ces parties ne graviteront pas l'une vers l'autre.

avec des Forces qui diminuent dans la même proportion que les Cubes des distances de leurs centres augmentent, ou en cette autre raison plus grande; car les Spheres en contact, s'attireront l'une l'autre, en ces cas, avec une Force infiniment plus grande, que lorsqu'elles sont éloignées à la moindre distance du contact, quoiqu'il y ait une différence très-petite entre les distances de leurs centres dans ces deux cas. M. le Chevalier Newton se trouva par-là dans la nécessité de traiter ce sujet à fonds; & comme c'est une partie très-utile de la Théorie de la Gravité, mais qui ne peut être entendue comme il l'a traitée, sans une connoissance profonde de la Géométrie & la science des calculs les plus difficiles, nous tâcherons de l'exposer d'une manière plus aisée, en choisissant toujours (comme nous avons fait jusqu'ici) les cas les plus simples. Supposons d'abord que la Gravitation vers chaque partie diminue dans la même proportion que le Quarré de la distance augmente, que $PAEa$, $PBFb$, (*Fig. 59.*) soient des Cones semblables, composés de ces parties, terminés par des bases sphériques AEa , BFb , qui ont leur centre en P ; & la Gravitation en P vers le solide $PAEa$, sera à la Gravitation en P vers $PBFb$, comme PA est à PB , ou en même raison que les côtés homologues de ces solides semblables. Car que MNm soit une surface semblable à AEa , ayant son centre pareillement en P ; & la Gravitation vers la Surface AEa sera à celle vers MNm , en raison composée de la raison directe de la Surface AEa à MNm (ou PA^2 à PM^2) & de la raison inverse de PA^2 à PM^2 , c'est-à-dire, en raison d'égalité; par conséquent, la Gravitation vers la Surface AEa étant représentée par A , la Gravitation vers le solide $PAEa$, sera représentée par $A \times PA$, & celle vers le solide semblable $PBFb$ par $A \times PB$, qui sont en raison de PA à PB . De la même manière, la

Gravitation vers la portion terminée par les Surfaces AEa & MNm , est représentée par $A \times AM$. Il est pareillement évident, que quoique les Surfaces AEa & MNm soient de quelque autre figure, cependant la dernière raison des Gravitations en P vers les Solides coniques ou pyramidaux $PAEa$, $PMNm$ est celle de PA à PM ; & que si AQ & Mq , sont perpendiculaires à PH en Q & q , ces Forces réduites à la direction PH , seront enfin en raison de PQ à Pq . De-là il paroît que si PB est égale à BA , l'Attraction de la petite partie P par le Cone PBb , avec lequel elle est en contact, sera égale à l'Attraction de la portion du Cone terminée par les Surfaces AEa , BFb , lorsque l'Attraction des petites parties est supposée augmenter comme le Quarré de la distance diminue; & que, dans ce cas, l'Attraction d'une portion de matière n'est pas beaucoup plus grande lorsqu'elle est en contact avec la petite partie attirée, que lorsqu'elle en est éloignée à fort peu de distance.

6. Mais il n'en est pas de même, lorsque nous supposons l'Attraction des parties diminuer comme les Cubes de leurs distances augmentent. Car dans ce cas, la petite partie P tendra à la Surface MNm avec une Force qui sera comme la Surface, ou le Quarré de PM directement, & le Cube de PM réciproquement c'est-à-dire, avec une Force qui sera comme PM réciproquement, ou directement, comme MV , l'ordonnée de l'Hyperbole équilatérale KVI , décrite entre les Asymptotes PA & PK . Par conséquent, l'Attraction de la portion $MNmAEa$, sera mesurée par l'Aire hyperbolique $MVIA$ terminée par les Ordonnées en A & en M ; & l'Attraction du Cone $PMNm$ par l'Aire hyperbolique infinie, qui est conçue formée entre l'Ordonnée MV & l'Asymptote PK . Il suit alors que si une telle Loi avoit lieu, la petite partie P tendroit vers

la moindre portion de Matière en contact avec elle , avec plus de Force que vers le plus grand Corps , à une distance quelconque , quelque petite qu'elle fut. On démontre aisément la même chose , lorsque l'Attraction des parties diminue , à proportion de l'accroissement des Puissances quelconques des distances plus élevées que leurs Cubes. Il paroît donc , que l'Attraction d'une petite partie en contact avec un Corps n'est pas sensiblement augmentée par une addition ou une diminution de Matière à une distance quelle petite qu'elle soit du contact , soit que cette addition ou diminution soit faite au Corps ou à la petite partie ; & dans ces cas , plus cette partie est petite , plus les mouvemens imprimés sur elle , à des distances infiniment petites , par ces Attractions , doivent être violens ; parce que la même Force agissant sur une partie , produit en elle une vitesse qui est toujours plus grande à proportion que cette partie est moindre.

7. On peut démontrer la même proposition sans avoir recours à la propriété de l'Aire hyperbolique. Que PA (*Fig. 60.*) soit à PB , comme PB à PD ; qu'on conçoive AB & BD divisées en un nombre infini de parties semblables égales Ak , kl &c. & Bm , mn , &c. alors Ak sera à Bm , comme AB à BD , & la Matière entre les Surfaces dont les Rayons sont PA & Pk , sera à la Matière entre les Surfaces , dont les Rayons sont PB & Pm , comme $PA^2 \times Ak$ à $PB^2 \times Bm$; c'est-à-dire , comme PA^3 à PB^3 . Les Puissances Attractrices de parties égales placées entre les Surfaces des Rayons PA & Pk , & les Surfaces des Rayons PB & Pm , sont en raison inverse , ou comme PB^3 à PA^3 par la supposition ; & ces deux proportions composées ensemble donnent une raison d'égalité. Donc parce que les Puissances Attractrices de la Matière , terminée par deux pareilles Surfaces , sont en raison composée des Attractions

tions de parties égales & du nombre des parties, il suit que l'Attraction de la Matière contenue par les Surfaces des Rayons PA & Pk doit être égale à l'Attraction de la Matière contenue par les Surfaces des Rayons PB & Pm . Pareillement l'Attraction de la Matière contenue par les Surfaces dont les Rayons sont Pk & Pl , est égale à l'Attraction de la Matière qui se trouve entre les Surfaces, dont les Rayons sont Pm & Pn ; & l'Attraction de la portion $AEaBFb$ est égale à l'Attraction de la portion $BFbDGd$. De même si PB est à PD , comme PD à PH , l'Attraction de la portion $DGdHRh$ sera égale à l'Attraction de la portion $AEaBFb$; & si cette suite de proportionnels géométriques décroissans est continuée, l'Attraction de la portion contenue par des Surfaces dont les Rayons sont deux termes quelconques consécutifs de la progression, doit être égale à l'Attraction de la première portion $AEaBFb$. Mais dans cette progression décroissante, continuée depuis PB , le nombre des termes est infini; & dans le solide $PBFb$ il y a un nombre infini de portions, l'Attraction de chacune desquelles est égale à celle de la première portion terminée par les Surfaces AEa , BFb ; donc l'Attraction du Solide BFb qui est en contact avec la petite partie P , est infiniment plus grande que l'Attraction de la portion terminée par les Surfaces AEa , BFb , qui est le plus grand Solide, mais qui est éloignée du contact de la particule P . Nous nous sommes arrêtés à démontrer ici ce Théorème & à l'éclaircir, parce qu'il nous sera très-utile dans la suite, & qu'il servira à faire connoître les avantages de la Loi de la Gravité qui, dans le Système solaire, tient le premier rang parmi les autres Loix; quoique celles-ci, en d'autres occasions, soient plus importantes.

8. La Gravitation des petites parties étant supposée diminuer comme les Quarrés de leurs distances aug-

mentent, les Forces avec lesquelles des parties semblablement situées, respectivement à des solides semblables & homogènes, gravitent vers ces Solides, sont comme leurs distances des Points semblablement situés dans les Solides, ou comme leurs côtés homologues. Car ces Solides peuvent être conçus résolus en des Cones semblables, ou des portions de Cones, qui aient toujours leur sommet dans les petites parties, & la Gravitation vers ces Cones ou ces portions sera toujours en même raison par le § 5. Mais si la Gravitation des parties diminue comme les Cubes des distances augmentent, les Forces avec lesquelles des parties semblablement situées, respectivement à des Solides semblables homogènes, tendent vers ces Solides, seront égales. Car ces Solides étant résolus en des portions de Cones semblables qui aient toujours leur sommet dans ces petites parties, & qui soient semblablement situées respectivement à elles, la Gravitation vers ces portions sera toujours égale, suivant ce qui a été démontré dans le dernier article; de la même manière que les Forces avec lesquelles la partie P tend vers les portions semblables $AEaBFb$, $DGaHRh$, ont été démontrées égales.

9. La Gravitation des parties étant supposée diminuer comme les Quarrés de leurs distances mutuelles augmentent, si une partie est placée dans le solide creux formé de l'Espace annulaire, terminé par deux cercles concentriques, ou deux Ellipses semblables concentriques $ADBE$ & $adbe$ (Fig. 61.) qui tournent autour de l'Axe AB , elle n'aura point de Gravité vers ce Solide. Car soit p une telle partie, pr une ligne droite tirée de p qui rencontre le Cercle intérieur où l'Ellipse a des points quelconques f & q , & la figure extérieure en x & r ; alors si xr est divisée en deux également en Z , fq sera aussi divisée en deux également en Z , parce

que les figures sont semblables & semblablement situées ; par conséquent fx est égale à gr ; & les Gravitations de p vers des portions opposées du Solide , qui ont leur sommet en p & sont terminées par les mêmes lignes droites , prolongées de p avec des directions opposées , seront toujours égales par l'article 5 , & détruiront mutuellement leur effet. Il suit de-là que la Gravité d'un Point quelconque Q dans le demi-diamètre CP , vers la Sphere ou le Sphéroïde , est à la Gravité en P , comme CQ à CP , supposant que le Point Q soit dans le Solide ; parce que la Gravitation vers le Solide engendré par l'Espace annulaire , qui est renfermé entre APB & aQb , n'a aucun effet sur une partie en Q ; en sorte que la Gravité en Q , vers tout le Solide $ADBE$, est la même que la Gravité en Q vers le Solide $adbe$, laquelle est à la Gravité en P vers le Solide $ADBE$, comme CQ à CP par le dernier article. Il paroît donc que lorsqu'une Sphere ou un Sphéroïde , d'une densité uniforme , est composé de parties qui attirent avec une Force décroissante comme le quarré de leur distance augmente , la Gravitation vers le Solide diminue de la Surface au Centre , dans un demi-diamètre donné , en même raison que la distance au Centre diminue.

10. Supposons maintenant la Partie P (*Fig. 62.*) placée hors de la Sphere $ADBE$, à la distance PC du Centre C ; & cette partie sera attirée vers la Sphere , avec une Force qui diminue comme le Quarré de la distance PC augmente. Car soit une Ligne droite PNM tirée de P , rencontrant le demi-cercle générateur ADB en N & M , & l'Arc CH décrit du Centre P avec le Rayon PC , en L ; que Pnm soit une autre Ligne droite tirée de P , formant un Angle infiniment petit avec PM , rencontrant le demi-cercle en n , m , & l'Arc CH en l ; tirez LR , lr , perpendiculaires à PC

P p ij

en R & r, & CV perpendiculaire à PM en V. Supposons qu'un autre cercle AdB coupe le demi-cercle ADBE dans l'Axe AB, & forme avec lui un Angle infiniment petit; & que Lu & lx perpendiculaires au plan ADB, rencontrent AdB en u & x. Alors la Gravitation de la partie P, vers la matiere contenue dans la Surface Physique Luxl, sera mesurée par $\frac{Ll \times Lu}{PL^2}$ ou $\frac{Ll \times Lu}{PC^2}$; par conséquent la Gravitation de P vers la portion pyramidale terminée par les plans circulaires ADB & AdB, & par des Plans perpendiculaires à ADB en NM & nm, sera mesurée par $\frac{Ll \times Lu}{PC^2} \times NM$, suivant l'Article 5. de ce Chapitre. Mais l'Angle contenu par les plans ADB, AdB étant donné, Lu est à LR, comme Dd, l'Arc intercepté par ces plans circulaires à la distance CD, est à CD ou CA; & Ll étant à Rr comme PL ou PC est à LR, ensorte que $Ll \times LR$ est égal à $PC \times Rr$; il suit que la Gravitation de P vers cette portion sera mesurée par $\frac{Ll \times LR \times 2VM \times Dd}{PC^2 \times CD}$ ou $\frac{Rr \times 2VM \times Dd}{PC \times CA}$. Cette Gravitation se réduit à la direction PC en la diminuant en raison de PV, ou PR, à PC, & se mesure alors par $\frac{Dd \times Rr \times PR}{CA \times PC^2} \times 2VM$, ou (l'accroissement simultané de VM étant représenté par Vo, & PR^2 , ou PV^2 , étant égal à $VM^2 + NPM$, suivant *Euclid.* 2. 6. ou à $VM^2 + APB$, ensorte que APB étant constant, les accroissemens de PR^2 & de VM^2 doivent être égaux, & $Rr \times PR$ est égal à $Vo \times VM$) par $\frac{Dd \times 2VM^2 \times Vo}{CA \times PC^2}$; qui est l'accroissement simultané de $\frac{Dd \times 2VM^3}{CA \times 3PC^2}$; de même que l'accroissement de VM^3 , tandis que VM acquiert l'augment infiniment petit Vo, est $3VM^2 \times Vo$. Donc

L'Attraction de la partie du Segment de Sphere terminée par les plans circulaires ADB, AdB, qui est coupée par un plan perpendiculaire à ADB dans la ligne droite NM, est comme $\frac{Dd}{CA} \times \frac{2VM^3}{3PC^2}$; & l'Attraction de la portion de Sphere, qui est produite par la Révolution du Segment MDN autour de l'Axe AB, ayant la même proportion à l'Attraction de ce Segment, que la circonférence de tout le Cercle à l'Arc Dd, elle est mesurée par $\frac{c}{r} \times \frac{2VM^3}{3PC^2}$, $\frac{c}{r}$ exprimant la raison de la circonférence d'un Cercle au Rayon, & par conséquent elle est directement comme le Cube de la Corde MN, & réciproquement comme le Quarré de PC distance de la partie P au centre de la Sphere. Delà la Gravité en P vers toute la Sphere est comme le Cube de son Diametre, ou sa quantité de Matiere (la densité étant donnée) directement, & le Quarré de la distance PC réciproquement, la Corde MN se confondant avec le Diametre AB, lorsqu'on considère l'Attraction de toute la Sphere; en sorte que cette Attraction est mesurée par $\frac{c}{r} \times \frac{2CA^3}{3PC^2}$.

11. Il paroît par ce qui a été démontré qu'une petite partie quelconque P hors de la Sphere, en est attirée avec la même force que si toute la Matiere de la Sphere étoit ramassée au centre, & attiroit de ce point comme une partie; car la circonférence du Cercle ADBE est exprimée par $\frac{c}{r} \times CA$, son Aire par $\frac{c}{r} \times \frac{CA^2}{2}$, la Surface de la Sphere par $\frac{c}{r} \times 2CA^2$, & le Solide qu'elle contient par $\frac{c}{r} \times \frac{2CA^3}{3}$; de sorte que l'Attraction de ce Solide agissant du centre C à la distance PC, est mesurée par $\frac{c}{r} \times \frac{2CA^3}{3PC^2}$ précisément la même quantité que.

celle qui mesure l'Attraction de la Sphere à cette distance par le dernier Article. On doit dire la même chose de la Gravité vers l'assemblage d'un nombre quelconque de Spheres qui ont un centre commun, d'où il suit que quelque variable que puisse être la densité d'une Sphere à différentes distances du centre, pourvu que la densité soit toujours la même à distances égales, la Gravité d'une petite partie vers la Sphere, hors de laquelle elle est située, sera comme la quantité de Matiere contenue dans la Sphere directement, & le Quarré de sa distance au centre réciproquement. Si l'Attraction des parties augmentoit ou diminuoit dans la même proportion que leurs distances augmentent ou diminuent, la Sphere agiroit aussi, dans ce cas, de la même manière que si toutes ses parties étoient réunies au centre comme une seule partie; mais le cas est différent, lorsque l'Attraction de la petite partie de Matiere observé d'autres Loix. Supposons que l'Attraction des petites parties soit réciproquement comme la Puissance de la distance qui a pour exposant un nombre quelconque n moindre que 3, & l'Attraction de la Sphere composée de ces parties, à sa Surface, sera à la Force avec laquelle toute la Matiere de la Sphere ramassée au centre attireroit à la même distance, comme $3 \times 2^{2-n}$ à $3 - n \times 5 - n$. Si par exemple, l'Attraction des petites parties étoit la même à toutes distances (auquel cas on suppose $n = 0$) cette raison seroit celle de 4 à 5: & si l'Attraction des petites parties est réciproquement comme leur distance, la raison sera de 3 à 4, comme nous l'avons fait voir ailleurs*.

12. Nous avons démontré que lorsque les petites parties gravitent les unes vers les autres avec des Forces qui sont en raison inverse des Quarrés de leurs distan-

ces, l'action d'une Sphere sur une partie placée hors d'elle est assujettie à la même Loi que celle des parties elles-mêmes, & diminue dans la même proportion que le Quarré de la distance de la petite partie au centre de la Sphere augmente; d'où il suit, à cause de l'égalité de l'action & de la réaction, que la petite partie attirera la Sphere avec une force variante dans la même proportion; si à la place de cette petite partie on substitue une seconde Sphere composée de semblables parties, puisque l'action totale de cette seconde Sphere sera la même que si toute la Matiere étoit réunie à son centre, les deux Spheres doivent par conséquent observer la même Loi, en agissant l'une sur l'autre, que deux petites parties placées à leurs centres; c'est-à-dire leur attraction doit diminuer à proportion que le Quarré de la distance entre leurs centres augmente.

13. La Gravitation des Corps ayant été résolue par M. le Chevalier Newton en celle de leurs parties, & la Loi qui est observée par la Gravité des Corps ayant été découverte par les Phénomènes exposés ci-dessus fort au long; il s'ensuit des conclusions précédentes, que la Gravité des parties dont les Corps sont composés observe précisément la même Loi. Cet illustre Philosophe parvint, en procédant ainsi, à déterminer le progrès de la Gravité depuis le centre d'une Sphere quelconque à la distance la plus grande. Une partie située au centre n'a aucune Gravité, étant également attirée de tous côtés par la matiere de la Sphere qui l'environne. Si elle est placée dans la Sphere à quelque distance du centre, sa Gravité augmentera à proportion que cette distance sera plus grande, par l'article 9; car des parties de la Sphere celles-là seules agissant sur elle qui sont à une moindre distance du centre qu'elle-même, & sa Gravité étant comme la matiere attirante directement, & comme le Quarré de sa distance

au centre réciproquement , puisque la matiere est comme le Cube de la même distance , la Gravité doit être comme la distance elle même. Du Centre à la Surface , la Gravité augmente en raison directe de sa distance au Centre ; à la Surface sa Gravité est la plus grande ; & de la Surface en haut elle diminue à proportion que le Quarré de sa distance au centre augmente ; observant régulièrement cette Loi jusqu'aux dernieres limites de l'Espace. Nous parlons ici de la Puissance accélératrice de la Gravité , qui est proportionnelle à la vitesse qu'elle est capable de produire dans un instant de tems donné ; & puisqu'elle produit la même vitesse en tems égaux dans tous les Corps quels qu'ils soient , à la même distance , il suit que leur Pésanteur ou leur Mouvement causé par la Gravité , doit être proportionnel à leurs quantités de matiere. En général , pour estimer la Pésanteur ou le Mouvement d'une Sphere quelconque , qui est attirée par une autre dont les parties sont également denses à distances égales de son Centre , nous devons le mesurer en composant trois proportions , celle de la Matiere contenue dans les Corps pesans qui gravitent , celle de la Matiere dans les Spheres attirantes , vers lesquelles ils gravitent , & la raison réciproque des Quarrés des distances respectives entre les Centres des Spheres qui tendent l'une vers l'autre ; telle est la Loi que les Phénomènes nous apprennent avoir lieu dans le Systême de l'Univers. Voyez l'Art. 2. de ce Chapitre.

14. Ainsi M. le Chevalier Newton a découvert & pleinement démontré , par des observations de la dernière certitude & des calculs incontestables , ce principe simple de la Gravitation des petites parties de Matière les unes vers les autres , qui étant étendu sur le Systême du Monde à toutes distances & partant du centre de chaque Globe , est la chaîne qui tient leurs parties réunies , & les conserve dans leurs Mouvements

venemens réguliers autour de leurs propres centres. La même Gravité qui nous est si bien connue sur la Terre, les affecte tous ; toute la masse de l'Univers n'est à cet égard que d'une seule piece ; & ce Principe, étendu si régulièrement sur le Monde entier, annonce une influence & une conduite générales, dérivées d'une cause également active & puissante par tout.

On a fait dans ces derniers tems différentes Observations qui confirment sa Doctrine, & servent particulièrement à faire voir que la Gravitation vers les Corps vient de la Gravitation vers leurs parties. Telles sont les mesures d'un degré du Méridien prises dernièrement avec une grande exactitude par les Mathématiciens François, & la déclinaison de la Ligne que donne un à plomb de la vraie Ligne verticale, en conséquence de l'Attraction d'une grande Montagne, située à peu de distance.



CHAPITRE V.

*De la Quantité de Matière & de la densité du
Soleil & des Planetes.*

C'Est ainsi que notre Auteur s'éleve par voie d'Analyse, recherchant les causes par leurs effets, & découvrant par la parfaite ressemblance d'un grand nombre d'effets, que la cause est plus générale qu'on ne l'avoit pensée. Mais pour descendre par la Synthèse, & déterminer les effets par la cause alors connue, il n'étoit pas suffisant d'établir la Gravitation générale des parties de la Matière; il étoit nécessaire de déterminer, autant qu'il est possible, les quantités des Puissances qui agissent dans le Système du Monde. Nous avons vu qu'il y a une Gravité répandue de chaque Corps de tous côtés, à distances égales de leurs centres, proportionnelle à leurs quantités de Matière. Nous connoissons, par expérience, la Force de cette Puissance à la Surface de la Terre, & nous avons vu comment on doit estimer son efficacité à toute autre distance. Afin d'être en état d'estimer toutes les Puissances du Système du Monde, dirigées à leurs différens Corps, il est nécessaire de déterminer la proportion de leurs quantités de Matière à celle de notre Terre. Si on y parvient une fois, toutes les Puissances qui operent dans l'Univers étant connues, il ne restera plus qu'à déterminer, par une sçavante application de la Géométrie & de la Méchanique, les Mouvements & les Phénomènes des Corps célestes, qui en dépendent tous.

2. Mesurer la Matière contenue dans le Soleil & les

Planetes, c'étoit un Problème de la dernière difficulté, & qui paroissoit d'abord au-dessus de la portée de l'esprit humain. Mais on trouva par les principes de cette Philosophie une solution naturelle & aisée de ce sublime Problème, dans les cas les plus importants, & M. le Chevalier Newton a déterminé les proportions de la Matière qui est dans le Soleil, Jupiter, Saturne, & la Lune, à celle qui est dans notre Terre; c'est-à-dire, il a démontré combien le Soleil, Saturne & Jupiter, pourroient former de Globes semblables au nôtre. Pour comprendre comment il parvint à ces découvertes, nous devons nous rappeler que la Matière contenue dans chacun de ces Corps est en même raison que la Force de la Gravité vers eux, à distances égales de leurs Centres. Nous connoissons la Force de la Gravité vers notre Terre, par la descente des Corps pesans, & en calculant combien la Lune s'écarte de la Tangente de son Orbite, dans un tems donné quelconque. Nous n'avons point d'expérience d'aucune descente en Ligne droite de Corps pesans vers le Soleil, Jupiter & Saturne; mais comme les Planetes du premier ordre font leurs révolutions autour du Soleil, & qu'il y a des Satellites qui tournent autour de Jupiter & de Saturne, en calculant par leurs Mouvements combien une Planete du premier ordre s'écarte de sa Tangente dans un tems donné, & combien quelques Satellites de Jupiter & de Saturne tombent au-dessous de leurs Tangentes dans le même tems, nous sommes en état de déterminer la proportion de la Gravité d'une Planete du premier ordre vers le Soleil, & d'un Satellite vers sa Planete principale, à la Gravité de la Lune vers la Terre, à leurs distances respectives: alors par la Loi générale de la variation de la Gravité, on calcule les Forces qui agiroient sur ces Corps à distances égales du Soleil, de Jupiter, de Saturne, & de la Terre; & ces Forces donnent la proportion de la Ma-

tiere contenue dans ces differens Corps.

3. Que la quantité de Matiere contenue dans Jupiter soit plus grande que la quantité de Matiere que renferme la Terre, c'est ce qu'il est aisé de connoître par le Mouvement de ses Satellites, qui tous font leurs révolutions autour de son Centre, en moins de tems que la Lune ne fait la sienne autour de la Terre, & sont tous à l'exception du premier, à une plus grande distance de son Centre que la Lune de celui de la Terre. Le second Satellite est plus éloigné de Jupiter que la Lune de la Terre, à peu près en raison de 3 à 2, & se meut dans une Orbite plus grande dans la même proportion. Mais ce Satellite finit sa Révolution en 3 jours & 13 heures, ce qui est moins que la septieme partie du tems périodique de la Lune autour de la Terre; par conséquent son Mouvement doit être beaucoup plus vite que celui de la Lune. Un Satellite plus près de Jupiter se mouvroit encore avec plus de vitesse que le précédent: de sorte que si un Satellite faisoit sa Révolution autour de Jupiter à une distance de son Centre égale à la distance de la Lune à la Terre, il se mouvroit beaucoup plus vite que la Lune ne se meut autour d'elle, & par conséquent seroit soumis à l'action d'une Force centripete beaucoup plus grande; car il faut toujours une plus grande Force pour courber dans la même Orbite la direction d'un Corps qui se meut avec plus de vitesse. Mais les quantités de Matiere contenue dans les Corps placés au Centre, sont proportionnelles à leurs Puissances Attractives à égales distances, & par conséquent la Matiere que renferme Jupiter doit excéder de beaucoup celle qui est contenue dans la Terre. Nous pouvons de même observer aisément que Mercure fait sa Révolution autour du Soleil, dans un tems plus que trois fois moindre que celui dans lequel la Lune tourne autour de la Terre, & cependant il se meut dans une Orbite environ 140 fois

plus grande, étant autant de fois plus éloigné du centre de son Mouvement; d'où il suit que si un Satellite faisoit sa Révolution autour de la Terre, à une distance de ce Globe aussi grande que celle de Mercure au Soleil, ce Satellite se mouvroit avec beaucoup moins de vitesse que Mercure; enforte que la Puissance Attractive du Soleil, doit être fort supérieure à celle de la Terre, & par conséquent le Soleil doit contenir beaucoup plus de Matière que la Terre. On trouve aussi que la Matière que renferme Saturne surpasse celle qui est contenue dans la Terre. Il suit des calculs de notre Auteur, fondés sur ces Principes, que les quantités de Matière contenue dans le Soleil, Jupiter, Saturne & la Terre, sont entre-elles comme les nombres

$$1, \frac{1}{1067}, \frac{1}{2021}, \frac{1}{169282}.$$

4. Les quantités de Matière contenue dans ces Corps étant ainsi déterminées, & leur volume connu par les observations Astronomiques, il est aisé de calculer combien de Matière chacun d'eux contient dans le même volume; ce qui donne la proportion de leurs densités. Ainsi notre Auteur trouve que les densités du Soleil, de Jupiter, de Saturne & de la Terre sont comme les nombres 100, $94\frac{1}{2}$, 67 & 400. De-là il paroît que la Terre est plus dense que Jupiter, & Jupiter plus dense que Saturne; c'est-à-dire, que les Planetes les plus proches du Soleil sont les plus denses, ce qui les met en état de recevoir de ce Globe une plus grande chaleur. Il résulte de nos recherches les plus subtiles dans la Nature, que tout est situé dans l'Univers de la maniere la plus avantageuse, & disposé avec une sagesse admirable. Si la Terre étoit transportée en bas dans l'orbe de Mercure, elle deviendroit inhabitable, notre Océan bouilliroit & seroit bien-tôt dissipé en vapeur. Si elle étoit élevée à l'Orbe de Saturne, l'Océan se géleroit à une si grande distance du Soleil, & le froid mettroit bien-tôt fin à la vie des Plantes &

des Animaux. Une variation beaucoup moins considérable dans la distance de la Terre au Soleil dépeupleroit la Zone Torride, si ce Globe venoit à s'approcher du Soleil ; & il en arriveroit de même aux Zones tempérées, s'il s'en éloignoit. Une moindre chaleur à la distance de Jupiter est proportionnée à la plus grande rareté de sa substance : les suites pourroient être aussi fatales en Jupiter, si on le faisoit descendre dans l'Orbe de la Terre, qu'il le seroit pour nous d'être abaissés dans celui de Mercure. La rareté encore plus grande de Saturne est proportionnée à la distance plus considérable de son Orbe au Soleil ; en sorte que quoiqu'il soit la dernière des Planetes, & reçoive 90 fois moins de lumière & de chaleur du Soleil que nous, il peut néanmoins être dans la meilleure situation qu'il soit possible de lui assigner dans le Systême du Monde ; & la situation de Jupiter & de toutes les Planetes inférieures peut paroître aussi terrible dans Saturne, que celle de Mercure respectivement à nous. Saturne termine les Révolutions Planétaires ; & comme si la chaleur du Soleil devoit être trop foible dans les Orbes plus élevés, nous ne trouvons aucuns Corps qui fassent leurs Révolutions plus haut, mais nous en voyons qui descendent dans quelque partie de leur Orbite plus près de ce Centre de lumière & de chaleur. Enfin nous sommes fondés à conclure que tous ces Corps sont disposés dans un tel ordre & dans de telles situations, que s'il venoit à y arriver quelque changement considérable, il en résulteroit de funestes effets. L'Hypothèse de Descartes le conduisit à placer les Planetes les plus denses à une plus grande distance du Soleil ; mais une Philosophie fondée sur l'Observation de la Nature correspond mieux aux causes finales des choses, & prouve en toutes occasions la sagesse de l'Auteur.

5. Comme les Astronomes n'ont point trouvé de Sa-

tellites qui fissent leurs Révolutions autour de Mercure, de Venus ou de Mars, nous n'avons pas l'avantage de pouvoir de même comparer leurs Puissances Attractives, & leurs quantités proportionnelles de Matière. Mais il est très-probable, parce que nous avons dit de la Terre, de Jupiter & de Saturne, que les densités des autres Planetes correspondent à leurs distances du Soleil, & sont plus grandes dans les Planetes les plus proches. Notre Auteur a aussi calculé la proportion des Puissances Attractrices du Soleil, de Jupiter, de Saturne & de la Terre, à leurs Surfaces respectives, & il trouve qu'elles sont en raison de ces nombres 10000, 943, 529, 435, respectivement. D'où il paroît que la Force de la Gravité vers ces Corps très-inégaux entre-eux approche d'une façon surprenante de l'égalité à leurs Surfaces: de sorte que quoique Jupiter soit plusieurs centaines de fois plus grand que la Terre, la Force de la Gravité à sa Surface n'est gueres plus que double de ce qu'elle est à la Surface de la Terre; & la Force de la Gravité à la Surface de Saturne n'est qu'environ $\frac{1}{4}$ plus grande que celle des Corps terrestres.

6. Les Puissances les plus considérables qui agissent dans le Système de l'Univers étant ainsi déterminées; il est nécessaire avant que nous procédions à considérer leurs effets, de rechercher d'abord si elles agissent dans un vuide, ou s'il y a quelque milieu qui résiste aux Mouvements qu'elles produisent. Nous trouvons que l'Air fait une résistance considérable au Mouvement des Projectiles près de la Terre; & s'il s'étendoit jusqu'aux Régions Planétaires, il affecteroit aussi très-considérablement leurs Mouvements. Mais les expériences nous apprennent que la densité de l'Air est proportionnelle à la Force qui le comprime, & que cette Force n'est que le poids de l'Atmosphère, desorte que plus une portion d'Air est élevée, le poids qui la com-

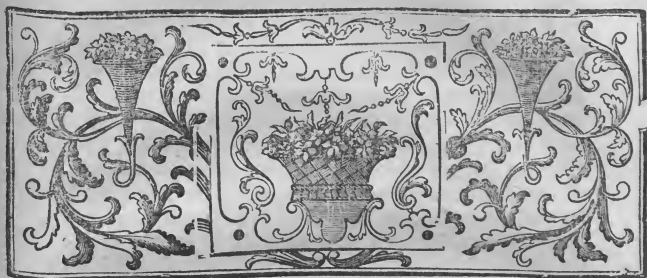
prime étant moindre, elle doit avoir moins de densité dans la même proportion: & de-là il suit que si nous faisons abstraction de la diminution de la Gravité, & que les hauteurs depuis la Surface de la Terre soient prises en Progression Arithmétique, les densités de l'Air à ces hauteurs diminueront en Progression Géométrique *. Puisqu'il suit donc de différentes Observations, faites en France & en Angleterre, que la densité de l'Air diminue de telle manière qu'à la hauteur de sept milles perpendiculaires, elle est d'environ $\frac{1}{4}$ de la densité qu'elle a au niveau de la Mer, à 14 milles elle doit être $\frac{1}{16}$ de cette densité, à 21 milles $\frac{1}{64}$, à 28 milles $\frac{1}{256}$, à 35 milles $\frac{1}{1024}$, à 42 milles $\frac{1}{4096}$, à la hauteur de 49 milles $\frac{1}{16384}$ partie de cette même densité, & à la hauteur d'un demi-diamètre de la Terre, elle sera insensible. Il paroît par les Loix du Mouvement, & par plusieurs expériences exactes, que la résistance des Fluides, causée par l'inertie de leur Matière, est proportionnelle à leur densité; & par conséquent, la résistance de l'Air, quoique sensible à la Surface de la Terre, seroit 16384 fois moindre à la hauteur de 49 milles, & ne pourroit être sensible dans le plus grand nombre de Siècles à la hauteur d'un demi-diamètre de la Terre; elle doit être encore moindre à la distance de la Lune, qui, par conséquent, ne rencontrant point de résistance, continue de faire sa Révolution dans son Orbite, sans aucune diminution de Mouvement.

Quant à un Milieu plus subtil que l'Air, les Expériences & les Observations ne nous apprennent pas qu'il y en ait aucun ni ici ni dans les Espaces célestes, qui puisse produire quelque résistance sensible.

* Voyez le Docteur Halley dans les *Trans. Phil. N.* 181. & *Schal. Prop.* 32. *Lib. II. Princip.*

Fin du troisième Livre.

DÉCOUVERTES



¹
D É C O U V E R T E S
P H I L O S O P H I Q U E S
D E M. N E W T O N.



LIVRE QUATRIEME.
Des effets de la Gravité générale déduits syn-
thétiquement.

CHAPITRE PREMIER.

Du Centre du Système Solaire.

1.



ONSIEUR le Chevalier Newton ayant éta-
bli le Principe général de la Gravitation
des petites parties de la Matière, & dé-
terminé les principales Puissances qui
agissent dans le Système de l'Univers,
sçavoir celles qui tendent au Soleil à Jupiter, à Satur-
R 1

ne & à la Terre; & ayant trouvé que les mouvemens célestes s'exécutoient dans des Espaces libres, où la résistance est insensible, il s'est mis alors en état de procéder par voie de Synthèse dans son explication du Système du Monde, & de rechercher les differens effets produits par une Puissance si évidemment établie. Tout Principe général démontré dans la Nature est une grande acquisition en Philosophie, particulièrement lorsque les variations de cette Puissance, avec sa direction & sa force, sont clairement déterminées; la fertilité de ce Principe se manifeste par les solutions qu'on en déduit de tant de Phénomènes differens, comme nous allons le faire voir. M. le Chevalier Newton commence par rechercher le Centre du Système de l'Univers. Les Pythagoriciens attribuerent cette prérogative au Centre du Soleil, les Sectateurs d'Aristote & de Ptolomée à la Terre. Mais M. Newton ayant trouvé que ces Corps gravitent l'un vers l'autre & vers tous ceux du Système du Monde, ils ne peuvent non plus qu'aucun de ces derniers être supposés sans mouvement.

2. Le Centre de Gravité de tout le Système est le seul Point qu'on puisse y supposer en repos; le même Point autour duquel toute la Matière de l'Univers seroit bientôt accumulée, si les Mouvemens progressifs des Corps étoient détruits, & que leur Gravité pût agir librement. Les actions mutuelles des Corps les uns sur les autres n'affectent jamais l'état de ce Centre leurs Attractions ou leurs répulsions réciproques ne produisent aucun effet sur lui; & il doit être en repos, ou s'avancer uniformément en Ligne droite. Tous les sentimens paroissent réunis à regarder le Centre du Système du Monde comme en repos, & il n'y a point de raison ni d'observation qui nous engagent à lui attribuer aucun Mouvement. Ce Centre général de Gravité est donc le seul Point immobile, tandis que tous les Corps de l'Univers tournent autour de lui avec differens Mouvemens.

3. Comme nous connoissons la Gravité & les Loix de la Nature, parce qu'elle se passe sur la Surface de la Terre, nous ne pouvons donner de meilleurs éclaircissimens sur les Mouvements des Corps du Système Solaire produits par leur Gravité mutuelle, que par quelques images que nous en trouvons sur la Terre, après avoir si pleinement démontré la similitude des Puissances qui agissent sur les parties de la Terre & sur les Corps célestes. Nous savons que lorsqu'un Corps est jeté en l'Air par une Puissance ou une Machine quelconque, cette Puissance réagit sur la Terre avec une Force égale, & que si elle étoit suffisante pour jetter une Montagne ou une partie beaucoup plus considérable de la Terre, elle agiroit sur le reste de ce Globe avec une force égale dans une direction opposée; de sorte que tandis que la partie projetée commenceroit à se mouvoir dans sa Courbe, le reste de la Terre commenceroit en même tems à se mouvoir dans une direction opposée avec une égale quantité de mouvement, mais avec une vitesse d'autant moindre que sa quantité de Matière surpasseroit celle de la partie projetée; & ces deux portions de la Terre seroient leur Révolution dans de certaines Orbites autour du Centre commun de Gravité, qui persisteroit dans le même état qu'avant la projection. Si, par la résistance du milieu, les mouvemens de ces deux parties venoient à être détruits, elles se rejoindroient de nouveau & s'accumuleroient en une seule masse autour du même Centre. S'il y avoit un plus grand nombre de semblables parties de la Terre projetées, le Centre commun de Gravité ne seroit nullement affecté par ces projections, mais elles se mouvroient toutes autour de lui, de sorte que la somme des mouvemens d'un côté de ce centre seroit égale à la somme des mouvemens de l'autre côté: & même ce Principe a lieu dans ces petits mouvemens qui sont chaque jour produits sur la Terre par les Puissances qui y agissent.

4. Les mouvemens des grands Corps dans le Systême Solaire sont analogues à ceux dont nous venons de parler : les différentes parties de ce grand Systême gravitent les unes vers les autres de même que celles de la Terre ; elles se meuvent de la même maniere autour de leur Centre commun de Gravité , que celles qui résulteroient d'une division supposée de la Terre se mouvroient autour de leur Centre commun de Gravité , si elles étoient projetées dans une direction quelconque ; ou comme la Terre & tous les Corps qui sont actuellement projetés chaque jour sur sa Surface tournent autour du Centre commun de Gravité de ce Globe & de ces Projectiles. Il y a seulement cette différence que les Corps du grand Systême ont été projetés à de grandes distances , & de telle maniere que les Planetes font leurs Révolutions dans des Orbites presque circulaires , enforte qu'elles ne s'approchent ou ne s'éloignent gueres du Soleil dans leurs Révolutions. Le Créateur du Monde les auroit faites en vain de densités proportionnées à de certaines distances , s'il ne les eut pas projetées avec les forces nécessaires pour les maintenir à ces distances dans leurs Révolutions , ou ne les en laisser écarter que bien peu ; & comme la grandeur de la force imprimée sur ces vastes Corps , dont quelques-uns sont plusieurs fois plus grands que la Terre, fait voir la Puissance du premier Moteur ; ainsi la juste quantité de cette Force variée régulièrement aux différentes distances des Planetes , & sa direction déterminée de la maniere la plus avantageuse , manifestent la Science de ce Souverain Etre.

5. Nous pouvons supposer que toute la Matiere dont le systême de l'Univers est composé fut d'abord créé en une seule masse , où se trouve maintenant le Centre de Gravité de tout le Systême ; que de cette masse differens Corps furent formés , & séparés les uns des autres à des distances convenables , où ils reçurent leurs

mouvemens Projectiles ; & que les Puissances qui les separerent & les mirent en mouvement, observerent la Loi de la Nature qui exige une égalité entre l'action & la réaction , & qui actuellement a lieu dans les actions de toutes les Puissances : de cette maniere ces mouvemens auroient commencé & continueroient durant toute l'éternité, sans produire aucun mouvement dans le Centre de Gravité du Systême général.

6. Le mouvement des Corps dans leurs Orbites ayant ainsi commencé , on peut encore supposer que quelques-uns d'eux ayant été subdivisés de nouveau en differens autres Corps par des Puissances assujetties aux mêmes Loix , cette subdivision a donné naissance à des Systêmes d'un ordre inférieur tel que celui de la Terre & de la Lune , ceux de Jupiter & de Saturne avec leurs Satellites. Il n'y a aucun de ces Corps qui soit en repos dans son Systême particulier ; la Terre & la Lune se meuvent autour de leur Centre commun de Gravité , tandis qu'il est lui-même emporté d'un mouvement régulier autour du Centre de Gravité du grand Systême. Il en est de même de Jupiter & de Saturne & de leurs Satellites ; il est aussi certain par les Loix de la Nature , que les mouvemens qui dans chacun de ces Systêmes subalternes s'exécutent autour de ce Centre de Gravité , & le mouvement de ce même Point autour du Centre de Gravité du Systême général , ne s'entrecoupent pas les uns les autres. Un de ces Systêmes subalternes étant ainsi formé, l'un des Corps qui le compose pourroit être subdivisé en d'autres plus petits dont il résulteroit un Systême d'un ordre inférieur. Mais nous ne trouvons pas que la Nature porte cette subordination si loin , à moins que nous ne considérons le mouvement des Projectiles près des surfaces des Planetes secondaires , comme un exemple de ce genre.

7. Il reste maintenant à considérer où ce Point de repos du Centre commun de Gravité du Systême doit

se trouver ; & il suit évidemment de ce que nous avons déjà vu qu'il ne peut pas être fort éloigné du Soleil , parce que la Matière que renferme le Soleil excède prodigieusement celle qui est contenue dans toutes les Planètes prises ensemble : de plus il paroît , parce que nous avons dit ci-dessus du Centre de Gravité , qu'il est toujours plus près du plus grand Corps à proportion qu'il est plus grand. Jupiter est la plus considérable des Planètes & cependant il n'est que $\frac{1}{1067}$ du Soleil , enforte que leur Centre de Gravité doit être 1067 fois plus près du Soleil que de Jupiter ; & comme la distance de de Jupiter au Soleil est un peu plus que 1067 demi-diamètres de ce dernier , il suit que le Centre de Gravité du Soleil & de Jupiter ne peut être fort au-dessus de la surface du Soleil. Saturne est moindre que Jupiter en volume aussi-bien qu'en densité , & le Centre de Gravité du Soleil & de Saturne tombe dans le Corps du Soleil ; ainsi on voit évidemment que quand même même toutes les Planètes seroient d'un seul côté du Soleil & dans une même ligne , le Centre de Gravité de ce vaste Corps & des Planètes pourroit à peine être éloigné de sa Surface plus que de la longueur de son demi-diamètre : & c'est la plus grande distance à laquelle le Soleil puisse jamais se trouver du Centre de Gravité. Il paroît donc , que quoique le Soleil soit dans une agitation perpétuelle autour de ce Centre , cependant puisqu'il en est toujours si près , il peut avec justice être considéré par les Astronomes comme le Centre du Système Solaire. Ainsi quoique le Globe terrestre reçoive une impression de chaque Puissance qui met en mouvement, des Projectiles , & qu'il soit, pour parler exactement, un peu agité par ces Puissances , cependant nous le considérons comme en repos, négligeant des actions aussi peu considérables aussi-bien que leurs effets.

CHAPITRE II.

*De la Maniere dont la Gravité produit quelques
petites irregularités dans les Mouvements
des Planetes.*

1. **S**I les Planetes n'étoient assujetties qu'à l'action d'une Puissance dirigée au Centre du Soleil, dont les variations suivissent la Loi générale de la Gravité, & que ce Centre fut en repos, leur mouvement autour de lui seroit parfaitement régulier; mais nous avons trouvé que chacune des Planetes étoit aussi assujettie à l'action d'une Puissance dirigée à tous les Corps en particulier du Systême du Monde. Pour juger des effets de ces actions, M. Newton suppose d'abord deux Corps gravitant également l'un vers l'autre, & faisant leur Révolution autour de leur Centre commun de Gravité : & puisque la direction de leur Gravitation mutuelle passe toujours de l'un à l'autre par leur Centre de Gravité, & que leurs distances à ce Centre varient dans la même proportion que la distance qui est entre-eux ; il suit qu'ils doivent décrire des Aires égales en tems égaux & des Figures semblables autour de ce Centre & l'un autour de l'autre *. Ensorte qu'il ne résulte des Attractiones mutuelles de ces deux Corps aucunes irrégularités dans leurs mouvemens l'un autour de l'autre, quelle que soit supposée la Loi de leur Gravité : seulement ils finiront leurs Révolutions autour du Centre de Gravité en moins de tems que si l'un eut fait sa Révolution autour de l'autre en repos, à la même distance, & avec la mê-

* Princip. Lib. I. Prop. 58.

me Force Centripete ; parce que l'Orbite décrite autour du Centre de Gravité étant moindre que celle qui seroit décrite par l'un d'eux autour de l'autre en repos (leur distance mutuelle restant la même dans les deux cas) & étant aussi semblable à cette dernière , elle doit être décrite dans un tems moindre.

2. Si trois ou un plus grand nombre quelconque de Corps s'attirent mutuellement les uns les autres , la Gravitation de chacun d'eux, produite par les actions de tous les autres, peut être déterminée par la Regle de la composition du Mouvement ; & si la Loi de la Gravité est la même que celle que nous trouvons avoir lieu dans le Système Solaire, sa Gravitation ne sera pas toujours dirigée au Centre de Gravité des autres Corps , ni même à aucun point fixe , mais quelquefois à un côté de ce Centre & quelquefois à l'autre ; & par conséquent des Aires égales ne seront pas décrites en tems égaux autour d'aucun point dans ce Système, enforte qu'il en résultera nécessairement différentes irrégularités dans les mouvemens des Corps. Mais si nous supposons l'un de ces Corps beaucoup plus grand que les autres, enforte que les actions de ces derniers puissent être négligées si on les compare avec la sienne , & que le centre commun de Gravité se trouve toujours près de lui ; alors les irrégularités dans les mouvemens de ce Système seront très-peu considérables. Les Aires décrites en tems égaux autour du Centre de ce grand Corps seront à peu près égales, & les Orbites presque Elliptiques ayant ce Centre à leur Foyer. On voit évidemment que c'est là le cas du Soleil & des Planetes, par ce que nous avons démontré sur leurs quantités de Matière ; & ainsi nous voyons que non-seulement les mouvemens réguliers des Planetes doivent être déduits du Principe de la Gravité, mais aussi que leurs moindres irrégularités sont aussi expliquées par ce Principe. Le cas est le même pour Jupiter & Saturne & leurs Satellites. Quant à la
Terre

Terre & à la Lune, quoiqu'il y ait une moindre disproportion dans leurs grandeurs, & que leur Centre commun de Gravité soit sensiblement éloigné de la Terre, cependant comme il n'y a que deux Corps dans ce Systême, il ne résulte aucunes irrégularités de leurs actions mutuelles dans leurs mouvemens autour de leur Centre commun de Gravité, ou bien elles sont faciles à déterminer lorsque la position de leur Centre de Gravité est connue. Ces Systêmes particuliers de la Terre, de Jupiter & de Saturne, sont emportés autour du Centre de Gravité du Systême Solaire général, sans être absolument dérangés ou troublés par l'action du Soleil & des Planetes, qui est égale sur toutes leurs parties & dans la même direction. Lorsqu'une Flotte est emportée par un Courant qui affecte également tous les Vaisseaux, leurs mouvemens respectifs n'en sont pas altérés, & même ceux qui montent ces Vaisseaux ne s'apperçoivent pas du mouvement produit par le Courant, s'ils n'avoient devant les yeux des Corps qui ne sont pas assujettis à ce mouvement progressif. De même si la Gravité vers le Soleil agissoit également, & dans la même direction, sur les parties de ces Systêmes d'un ordre inférieur, elle n'auroit aucun effet sur leurs mouvemens particuliers, & ne pourroit être découverte qu'en les comparant avec les Etoiles fixes, ou avec quelque Corps étranger à ce Systême subalterne, & sur qui le Soleil agit d'une manière différente; mais comme il y a quelque variation dans les actions du Soleil sur les parties de ces Systêmes, & dans les directions de ces mêmes actions, il en résulte nécessairement quelques irrégularités.

3. Quoique les actions du Soleil & des Planetes inférieures combinées ensemble, ne produisent pas toujours dans une Planete supérieure une Gravitation dirigée exactement vers leur Centre de Gravité; cependant comme elle est dirigée plus près de ce Point

que de tout autre , on trouvera les Mouvements d'une Planete supérieure plus réguliers , en supposant que ce Point soit le Centre de son Attraction plutôt qu'aucun autre , & l'Ellipse qu'elle décrira sera exacte en y plaçant son foyer inférieur. Une Planete plus élevée que celle-là aura par son Attraction quelque effet sur le mouvement qui se fait dans cette Ellipse ; mais comme elle agit aussi sur les Planetes inférieures en même-tems , il ne résultera aucune irrégularité de cette partie de son action qui est égale & dans la même direction sur toutes les Planetes , mais seulement des différences de ses actions ; lesquelles étant extrêmement petites , & ayant des effets contraires dans les situations opposées de cette Planete plus élevée , peuvent à peine produire des effets sensibles en plusieurs Révolutions.

4. L'action de Jupiter sur Saturne , lorsqu'elle est la plus grande (c'est-à-dire dans leur conjonction leur distance étant la moindre) se trouve $\frac{1}{204}$ de l'action du Soleil sur Saturne , en comparant la Matiere de Jupiter avec la Matiere contenue dans le Soleil , & le Quarré de la distance du Soleil à Saturne avec le Quarré de la distance de Jupiter à Saturne. L'effet de cette action n'est pas tout-à-fait insensible ; & on trouvera que l'Orbe Elliptique de Saturne sera plus exact , si on ne suppose pas son foyer au Centre du Soleil , mais au Centre de Gravité du Soleil & de Jupiter , ou plutôt au Centre de Gravité du Soleil & de toutes les Planetes inférieures à Saturne. De la même maniere l'Orbe Elliptique de toute autre Planete se trouvera plus exact , en supposant que son Foyer soit au Centre de Gravité du Soleil & de toutes les Planetes qui sont au-dessous d'elle.

5. Toute l'action de Jupiter trouble le Mouvement de Saturne dans leur conjonction , parce que Jupiter agit dans ce tems-là sur Saturne & sur le Soleil avec des directions opposées. Mais parce que Saturne agit

alors dans la même direction sur Jupiter & sur le Soleil, s'il agissoit aussi avec la même Force sur l'un & sur l'autre, il n'auroit aucun effet sur le mouvement de Jupiter autour du Soleil; car ce n'est qu'autant que son action sur cette Planete excède de celle qu'il exerce sur le Soleil qu'il trouble le mouvement de Jupiter. On trouve que cet excès est $\frac{1}{1523}$ de l'action du Soleil sur Jupiter, & par conséquent il est beaucoup moindre que la Force avec laquelle Jupiter trouble le mouvement de Saturne. Les actions des autres Planetes les unes sur les autres sont incomparablement moindres que celles-là, & les irrégularités produites par ces actions sont toujours moins considérables dans toute Planete, à mesure qu'elle est plus près du Soleil. Seulement l'Orbite de la Terre peut paroître un peu plus irrégulière que celle des Planetes voisines, parce qu'elle fait sa Révolution autour du Centre de Gravité de son Systême particulier, tandis que ce Centre est emporté annuellement autour du Soleil.

6. Si les Planetes étoient attirées par le Soleil & les unes par les autres mais que le Soleil ne fût pas réciproquement attiré par elles, le Centre de Gravité du Systême général seroit nécessairement en mouvement par le défaut de cette réaction; & ce seroit une nouvelle source d'erreurs & d'irrégularités. Si les Planetes du premier ordre n'étoient pas attirées par leurs Satellites, aussi-bien que les Satellites par leurs Planetes principales, il en résulteroit nécessairement d'autres irrégularités. Si les grandes Planetes, Jupiter & Saturne, se fussent mues dans des Spheres plus basses, leurs influences auroient eu beaucoup plus d'effet pour troubler les Mouvements Planétaires. Mais comme elles font leurs Révolutions à de si grandes distances des autres Corps célestes, elles agissent presque également sur le Soleil & sur les Planetes intérieures, & n'ont que très-peu d'effet sur leurs mouvemens autour du

Soleil; & en même-tems les mouvemens de leurs Satellites sont moins troublés par l'action du Soleil. La Terre & la Lune se meuvent dans une Sphere plus basse, mais leurs mouvemens sont les moins irréguliers parce qu'il n'y a que deux Corps dans leur Systême. Nous ferons voir dans la suite que les Cometes restent pendant très-peu de tems parmi les Spheres Planétaires, & que dans la plus grande partie de leurs Révolutions elles sont emportées à des distances si immenses que leurs actions ne peuvent presque pas avoir d'effet sur les mouvemens des Planetes. C'est ainsi que la Loi de la Gravité, la maniere dont elle agit, & la disposition des Corps dans le Systême de l'Univers, concourent à conserver leurs mouvemens avec une grande régularité; mais on le démontrera encore plus particulièrement dans le Chapitre suivant.



CHAPITRE III.

Comment il arrive que les Planetes s'approchent & s'éloignent du Soleil à chaque Révolution.

I. Jusqu'ici nous avons considéré les Puissances qui agissent dans le Systême du Soleil, & nous avons trouvé que celles qui produisent les mouvemens réguliers des Planetes sont bien supérieures à celles qui les troublent. Nous devons maintenant examiner comment leurs mouvemens dans les Orbites qu'elles parcourent résultent de l'action de ces Puissances ; & pourquoi la Planete est obligée de monter & de descendre alternativement, en même-tems qu'elle fait sa Révolution autour du Centre vers lequel elle gravite. Cela demande un éclaircissement avec d'autant plus de raison, que nous n'avons rien de semblable dans le mouvement des Corps pesans à la Surface de la Terre ; car ils sont toujours obligés de retomber sur ce Globe par leur Gravité : en quelque direction qu'ils soient projetés, en haut, perpendiculairement, ou obliquement, bien-tôt leur Gravité les ramene de nouveau vers la Terre. C'est ce qui fait que beaucoup de personnes ont peine à concevoir comment une Planete après s'être approchée du Soleil, peut s'en éloigner de nouveau, sur tout puisque sa Gravité est augmentée à proportion que sa distance diminue. On s'imagine qu'elle doit continuer de s'approcher du Soleil, & à la fin tomber sur ce Globe, comme les Corps pesans tombent sur la Terre.

2. Mais nous devons nous rappeler que la Force

avec laquelle les Corps pesans sont projetés, par les Machines les plus puissantes que nous ayons, n'est presque rien, comparée avec les mouvemens que leur Gravité pourroit leur donner en peu de minutes, & qu'ils parcourent de si petits Espaces, lorsqu'on les compare avec leur distance du Centre de la Terre, que leur Gravité est considérée comme agissant en Lignes parallèles, sans aucune erreur sensible, en sorte que la Force Centrifuge produite par la Rotation autour de ce Centre est entièrement négligée. Mais lorsque nous examinons le Mouvement d'un Projectile dans des Espaces plus considérables, & que nous le suivons dans son Orbite, nous devons considérer l'action de la Gravité comme dirigée au Centre, & avoir égard à la Force Centrifuge résultante de son mouvement de Rotation autour de ce même Centre; & on verra qu'il y a réellement quelques Loix de Gravité qui feroient continuellement approcher les Corps du Centre, jusqu'à ce qu'ils y tombent, mais qu'il y en a d'autres qui les font approcher de ce Centre, & leur permettent de s'en éloigner alternativement. Nous allons maintenant considérer comment on peut distinguer ces Loix.

En premier lieu, on comprendra aisément que si S (Fig. 63.) est le Centre d'Attraction, & qu'un Corps soit projeté avec une certaine Force dans la Ligne AE, perpendiculaire à AS, il décrira le Cercle AL, d'un mouvement égal, & après une Révolution complète il retournera à sa première place A, avec son mouvement primitif. La même Gravité qui agissoit sur lui en A, & l'emportoit au-dessous de la Tangente AE, agit sur lui à un autre Point quelconque L, à une distance égale du Centre S, & l'écarte autant de la Tangente dans le même-tems. La Force Centrifuge, résultante de sa Rotation, étant égale à sa Gravité, l'une ne l'emporte pas sur l'autre, & le Corps par conséquent ne s'approche ni ne s'éloigne du Centre. Si on suppose

que le mouvement de Projection en A soit augmenté, la Gravité nécessaire pour maintenir le Corps dans le même Cercle doit être aussi augmentée; ensorte que si la vitesse de la Projection est double, la Gravité requise pour retenir le Corps dans le même Cercle doit être quadruple; parce que AK étant double de AL, le point K s'écarte quatre fois plus de la Tangente que le Point L, comme nous l'avons démontré ci-dessus. En général la Gravité nécessaire pour retenir le Corps dans le même Cercle est en raison doublée du mouvement de Projection, & la vitesse, par conséquent, en raison soudoublée de la Gravité; ensorte que lorsque les Gravités sont comme 1 à 4, les vitesses sont comme 1 à 2.

3. Si le Corps est projeté à une moindre distance du Centre d'attraction, comme en D, avec la même vitesse, la Gravité nécessaire pour le retenir dans un Cercle, doit être plus grande; parce que la Courbure étant plus grande, l'extrémité P de l'Arc DP, égal à AL, s'écarte davantage de la Tangente en D, que L ne s'écarte de la Tangente en A, à proportion que l'Arc DP est plus Courbe, c'est-à-dire à proportion que la distance SD est moindre que SA. Si la vitesse de Projection est augmentée en D, ensorte que le Corps décrit un plus grand Arc DQ dans le même tems, alors la Force de la Gravité, nécessaire pour retenir le Corps dans un Cercle, doit être augmentée en raison doublée; parce que QT est à PR en raison doublée de DQ à DP. Si la vitesse en D, par exemple, est plus grande que celle en A, à proportion que SA est plus grande que SD, alors QT sera à PR comme le carré de SA est au carré de SD, & QT sera à LM comme le Cube de SA est au Cube de SD; c'est-à-dire, la Force requise pour retenir les Corps dans des Cercles doit être réciproquement comme les Cubes des demi-diamètres, lorsque les vitesses dans ces Cercles sont en raison in-

verse de ces demi-diamètres eux-mêmes; & réciproquement si les Gravités augmentent comme les Cubes des distances au Centre diminuent, les vitesses nécessaires pour emporter les Corps dans des Cercles, à différentes distances du Centre d'Attraction, doivent augmenter à proportion que les distances diminuent.

4. En général, comme les Gravités des Corps qui décrivent des Cercles autour du même Centre augmentent en raison de l'accroissement des Quarrés des vitesses & de la diminution des distances; il suit réciproquement, qu'afin de comparer les vitesses de Projection qui sont nécessaires pour emporter les Corps dans des Cercles à ces différentes distances, nous devons composer ensemble la Proportion de ces Gravités & celle de ces distances; car cette raison composée donnera celle des Quarrés des vitesses requises. Ainsi dans le Systême Solaire, si les distances de deux Planètes sont comme 1 à 4, les Gravités étant comme 16 à 1, ces Proportions composées donnent celle de 16 à 4, ou de 4 à 1, qui est celle des Quarrés des vitesses, & par conséquent les vitesses elles mêmes sont comme 2 à 1. De la même maniere nous pouvons déterminer la Loi suivant laquelle les vitesses nécessaires pour emporter les Corps dans des Cercles autour de S, varient à des distances quelconques, dans toute Loi de Gravité donnée.

5. Si un Corps est projeté en A, (*Fig. 64.*) avec une vitesse moindre que celle qui est nécessaire pour l'y emporter dans un Cercle, il doit tomber au dedans du Cercle; la Force Centrifuge, produite par le Mouvement de Rotation autour de S, est moindre que celle qu'il auroit dans le Cercle AL, à proportion que le Quarré de sa vitesse est moindre, & par conséquent elle est inférieure à sa Gravité dans la même Proportion: le Corps donc par l'excès de sa Gravité sur sa Force Centrifuge

trifuge, est obligé de s'approcher du Centre. Le mouvement de ce Corps, tandis qu'il descend dans l'Orbite AMB, doit être accéléré, enforte qu'il décrive des Aires égales en tems égaux autour de S, & la vitesse de son mouvement en M doit être plus grande que sa vitesse en A, à proportion que SA est plus grande que SP, perpendiculaire tirée de S sur la Tangente à son Orbite en M; parce que si les Arcs AK, MN, sont décrits dans le même tems, les Espaces triangulaires ASK, MSN étant égaux, les Bases AK, MN, doivent être réciproquement comme leurs hauteurs SA, SP, & les vitesses seront comme les Arcs AK, MN, décrits dans le même-tems, & par conséquent réciproquement comme SA, SP. La vitesse, donc, dans l'Orbite de A en M, augmente en plus grande proportion que les distances SA, SM ne diminuent, parce que SA est à SP, en plus grande raison que SA est à SM: seulement si la direction du Corps devient toujours de nouveau perpendiculaire au Rayon tiré de S à un point quelconque, comme B, alors SM & SP se confondront en ce Point, & la proportion des vitesses sera la même, que la raison réciproque des distances SA, SB.

6. Si un Corps est projeté en B dans une direction perpendiculaire à SB, avec une vitesse plus grande que celle qui est nécessaire pour l'emporter dans le Cercle BGH autour du Centre d'Attraction, à la distance SB, il doit être emporté hors de ce Cercle, & s'éloigner du Centre S. La Force Centrifuge, dans ce cas, qui résulte de son mouvement de Rotation, est plus grande que celle qui seroit produite par son mouvement dans le Cercle BGH, & par conséquent elle est supérieure à sa Gravité; donc par cet excès de sa Force Centrifuge, le Corps s'éloignera du Point S, Centre d'Attraction. Le mouvement d'un Corps diminue à mesure qu'il s'élève, étant retardé par l'action de sa

Gravité, enforte que la vitesse est toujours moindre que celle qu'il avoit en B, à proportion que SB est moindre que Sp, perpendiculaire abaissée de S sur la direction de son mouvement.

7. Une Planete descend du Point A, qui est appelé son *Apside* supérieure, en B qui est son *Apside* inférieure, & remonte de nouveau de B en A. Elle descend de A, en s'approchant du Centre d'Attraction, parce que sa vitesse en A est moindre que celle qui seroit capable de l'emporter dans un Cercle autour de S, à la distance SA. Comme en descendant elle se trouve à de moindres distances du Point S, sa vitesse dans son Orbite augmente en plus grande raison que ne croissent les vitesses qui seroient suffisantes pour emporter des Corps dans des Cercles à ces distances: car la vitesse dans l'Orbite en B, est plus grande que celle en A, à proportion que SA est plus grande que SB; au lieu que la vitesse dans un Cercle en B est plus grande que la vitesse dans un Cercle en A à proportion que \sqrt{SA} est plus grande que \sqrt{SB} . Si SA étoit à SB, comme 4 à 1, la premiere proportion seroit celle de 4 à 1, mais la seconde ne seroit que celle de 2 à 1. De-là il paroît combien la vitesse dans l'Orbite en B, excède celle dans un Cercle à la même distance, quoique la vitesse dans l'Orbite en A, fût inférieure à celle qui étoit capable d'emporter la Planete dans un Cercle à la distance SA. Dans la partie supérieure de l'Orbite, la vitesse du Corps est moindre que celle qui l'y emporteroit dans un Cercle autour de S; mais la vitesse dans l'Orbite augmente en plus grande raison, à mesure que le Corps approche du Centre d'Attraction, que les vitesses requises pour emporter les Corps dans des Cercles, & ainsi elle devient la plus considerable des deux dans la partie inférieure de l'Orbite. Elles l'emportent alternativement l'une sur l'autre, dans les deux *Apsides*: la vitesse dans le Cercle à l'*Apside* supérieure, &

la vitesse dans l'Orbite à l'Apside inférieure. Après que le Corps est emporté en B par sa vitesse qui excède celle dans un Cercle, cette dernière prévaut ensuite, parce qu'elle ne diminue pas si rapidement que la vitesse dans l'Orbite, & le Corps est obligé de se mouvoir en montant dans une demi-Ellipse égale & située semblablement à celle qu'il a décrite dans sa descente.

8. La Gravité véritablement est plus grande en B que la Gravité en A, à proportion que le Quarré de la distance est moindre. Mais la Force Centrifuge, produite par le mouvement Circulaire autour de S, augmente en plus grande proportion, sçavoir, comme les Cubes des distances diminuent; car ces Forces Centrifuges sont en raison directe des Quarrés des vitesses, & en raison inverse des distances, composées ensemble: la première de ces Proportions est la raison inverse des Quarrés des distances, & les deux ensemble composent l'inverse des Cubes des distances. Les Forces Centrifuges, donc, augmentent plus promptement que les Gravités; & quoique les Gravités prévalent dans la partie supérieure de l'Orbite, les Forces Centrifuges l'emportent à leur tour dans la partie inférieure. La Gravité prévalant dans l'Apside supérieure fait approcher le Corps du Point S, la Force Centrifuge l'emportant sur elle dans l'Apside inférieure fait éloigner le Corps du même point S; & par leurs actions, il fait continuellement sa Révolution de l'une à l'autre de ses Apsides.

9. Il est aisé de voir, parce que nous avons dit, que le Corps peut descendre de l'Apside supérieure à l'inférieure, & remonter de nouveau de celle-ci à la supérieure, lorsque les vitesses nécessaires pour emporter les Corps dans des Cercles autour du Centre d'Attraction augmentent, en approchant de ce Centre, dans une moindre proportion que n'augmente la vitesse d'un

Corps qui se meut dans une Orbite AMB. Car quoi que la vitesse dans un Cercle aux plus grandes distances excède la vitesse dans l'Orbite, cette dernière, en augmentant plus promptement à mesure que la distance diminue, devient supérieure à l'autre dans la partie inférieure de l'Orbite, & emporte le Corps de nouveau. Mais si les vitesses par lesquelles des Cercles peuvent être décrits autour du Centre d'Attraction, augmentent, en approchant de ce Centre, en plus grande proportion ou dans la même raison que la vitesse dans l'Orbite, alors cette dernière ayant été supposée en A moindre que la première, elle doit toujours rester de même, & ne devenir jamais supérieure, en sorte qu'elle soit en état d'emporter le Corps; & par conséquent dans tous ces cas, il ne peut jamais s'éloigner du Centre après qu'il a une fois commencé de s'en approcher, mais il doit descendre à des distances moindres de plus en plus, jusqu'à ce qu'il tombe tout-à-fait au Centre. Il s'approche en A, parce que sa vitesse est moindre que celle qui est nécessaire pour l'emporter à ce Point dans un Cercle, sa vitesse augmente à la vérité, à mesure qu'il descend à de moindres distances, mais les vitesses qui emporteroient les Corps dans des Cercles à ces distances autour de S, augmentant dans une aussi grande proportion, la vitesse dans l'Orbite doit toujours continuer d'être moindre que dans ces Cercles, & le Corps doit s'approcher continuellement du Centre.

10. Pour fixer les limites de ces deux cas, nous devons considérer que les vitesses dans une Orbite en A & en B, sont en raison inverse des distances de ces Points au Centre de Gravitation; & que si la Gravité augmente comme les Cubes des distances diminuent, les vitesses nécessaires pour décrire les Cercles en A & en B sont dans la même raison inverse des distances de A & de B au Point S. Dans ce cas, donc, les vitesses dans les Cercles, & dans l'Orbite en A & en B, varient dans

la même proportion, & la même qui est supérieure à une distance doit l'être aussi à l'autre; ensorte que, par la même raison que le Corps étant en A s'approchoit du Point S, il s'en approcheroit étant situé en B, & s'il s'en éloignoit à ce Point B, il devroit s'en éloigner au Point A; c'est-à-dire, s'il commence une fois à s'approcher de S, il doit toujours continuer de le faire, & si au contraire il commence une fois à s'en éloigner, il doit sans cesse persister dans ce mouvement. Cela suit aussi de ce que nous avons dit de la Force Centrifuge, qui, dans la même Orbite, augmente comme le Cube de la distance diminue, & par conséquent dans la même proportion dans laquelle la Gravité est supposée augmenter dans ce cas; ensorte que de ces deux Puissances, celle qui est toujours supposée supérieure dans une Apside quelconque, le sera de même dans toute autre Apside, si on en pouvoit assigner; & le Corps s'approchera ou s'éloignera continuellement du Centre.

11. Si la Gravité augmente dans une plus grande proportion que ne diminuent les Cubes des distances au Centre d'Attraction, alors les vitesses nécessaires pour emporter les Corps dans des Cercles autour de ce Centre augmenteront, en approchant de lui, en plus grande raison que les distances ne diminuent; c'est-à-dire, dans une plus grande proportion que n'augmente la vitesse dans une Orbite de A en B; ensorte que comme la vitesse dans un Cercle excédoit la vitesse dans l'Orbite à ce même Point, elle doit l'excéder beaucoup plus en B; & par conséquent le Corps assujetti à l'action d'une Gravité, qui varie de cette manière, doit approcher du Centre jusqu'à ce qu'il y tombe, si une fois il commence à s'en approcher en A; & s'il commence une fois à s'en éloigner, il doit le faire continuellement. Plus grand est l'exposant de la Puissance de la distance à laquelle la Gravité est

réci-proquement proportionnelle, moins le Corps emploiera de Révolutions pour descendre au Centre, dans de pareilles circonstances. Si la Gravité est réci-proquement proportionnelle aux Cubes des distances, le Corps descendra après un nombre infini de Révolutions. Si la Gravité augmente comme la quatrième Puissance de la distance diminuée, & si le Corps est projeté en A avec une vitesse moindre que celle qui l'emporteroit dans un Cercle autour de S à proportion que $\sqrt{2}$ est moindre que $\sqrt{3}$, le Corps décrira une certaine Epicycloïde autour de S, & tombera à ce Centre après la moitié d'une Révolution. Si la Gravité augmente comme la cinquième Puissance de la distance diminuée, & que la vitesse de Projection soit à celle qui l'emporteroit dans un Cercle autour du Centre S, comme 1 à $\sqrt{2}$, il descendra dans un demi-Cercle, décrit sur le Diamètre SA, & tombera au Centre dans le quart d'une Révolution. Si la Gravité augmente comme la septième Puissance de la distance diminuée, & que ces vitesses soient comme 1 à $\sqrt{3}$, il tombera au Centre dans $\frac{1}{8}$ d'une Révolution. En général si la Gravité augmente comme la Puissance $n+3$ de la distance diminuée, & que la vitesse de Projection en A soit à la vitesse qui, à ce Point, emporteroit le Corps dans un Cercle autour de S, comme 1 à $\sqrt{1+\frac{n}{2}}$, il tombera au Centre à la $\frac{1}{2n}$ partie d'une Révolution. Si la Gravité augmente comme la $3\frac{1}{100}$ Puissance de la distance diminuée, & que les vitesses soient comme 1 à $\sqrt{1+\frac{1}{200}}$, le Corps doit tomber au Centre après 50 Révolutions. Nous ne prétendons pas démontrer ici ces propositions, car nous ne les avons rapportées que pour éclaircir cette Théorie (a).

* Voyez Traité des Fluxions, Art. 437.

12. Si la Gravité augmente dans une moindre proportion que ne diminuent les Cubes des distances, les vitesses nécessaires pour emporter les Corps dans des Cercles autour du Centre S, augmenteront, en approchant de ce Point, dans une moindre proportion que la simple raison dans laquelle les distances diminuent, & par conséquent, en une moindre proportion que la vitesse dans l'Orbite de A en B; en sorte que quoique la première soit supérieure dans les plus grandes distances, la dernière peut l'être à son tour aux moindres distances, & par conséquent le Corps peut descendre de l'Apside supérieure à l'inférieure, & remonter de celle-ci à la supérieure alternativement. La Gravité peut l'emporter sur la Force Centrifuge dans les parties les plus élevées de l'Orbite; mais, augmentant plus lentement en descendant aux moindres distances que la Force Centrifuge, elle en est surmontée dans les Parties inférieures de l'Orbite, & le Corps est obligé de s'éloigner de nouveau à sa première distance. Si la Gravité augmente comme les Cubes des distances diminuent, le Corps n'arrivera jamais à l'Apside inférieure B. Si la Gravité augmente comme les Quarrés des distances diminuent, le Corps descendra dans une demi-Ellipse de l'Apside supérieure à l'inférieure, dans la moitié d'une Révolution.

13. Si la Gravité augmente en raison réciproque de quelque Puissance de la distance entre le Quarré & le Cube, le Corps emploiera plus de la moitié d'une Révolution à descendre de l'Apside supérieure à l'inférieure, & cela d'autant plus que l'augmentation de la Gravité approchera de la raison réciproque des Cubes des distances; car la vitesse dans l'Orbite trouvera plus de difficulté à l'emporter sur le mouvement qui seroit mouvoir le Corps dans un Cercle ou la Force Centrifuge trouvera plus de difficulté à se rendre supérieure à la Gravité; mais si la Gravité

augmente à proportion que quelque Puissance de la distance moindre que le Carré diminue, les vitesses dans les Cercles augmentant moins en approchant du Centre, la vitesse dans l'Orbite l'emportera plus aisément, & la Force Centrifuge excédera plutôt la Gravité; & par conséquent, le Corps descendra à l'Apside inférieure en moins d'une demie Révolution, & retournera à l'Apside supérieure en moins d'une Révolution complete. D'où il paroît que comme les Apsides sont fixes dans le cours régulier de la Gravité, c'est-à-dire, tandis qu'elle augmente comme les Carrés des distances diminuent, elles doivent être emportées en avant dans la direction du mouvement du Corps, lorsque la Gravité varie dans une plus grande proportion que celle-là, & doivent être emportées en arriere avec un mouvement contraire, lorsque la Gravité varie moins qu'en cette raison. Comme un changement de la proportion des Carrés à celle des Cubes donne un mouvement infini aux Apsides, ensorte que le Corps n'arrive jamais de nouveau à aucune d'elles; un très-petit changement dans le cours de la Gravité produira un mouvement sensible dans les Apsides, & le moindre changement du cours régulier de la Gravité doit devenir très-sensible dans un grand nombre de Révolutions, par le mouvement des Apsides. D'où nous apprenons que puisque les Apsides des Planetes ont un si petit-mouvement que quelques Astronomes le négligent entièrement, & doutent si en effet elles ont quelque mouvement réel, nous pouvons conclure que leur Gravité doit observer très-exactement, dans ses variations, la Loi des Carrés des distances.

14 M. Newton, pour réduire au calcul le mouvement des Apsides résultant de la variation du cours régulier de la Gravité, suppose avec les Astronomes que le Corps se meut dans une Ellipse emportée en même tems d'un mouvement régulier autour de S, qui
dans

dans une Révolution entière donne le Mouvement des Apfides. Dans une Ellipse en repos (*fig. 65.*) la Courbure en A & en B étant la même, on a trouvé ci-dessus que les Forces Centripètes y suivoient la proportion inverse des Quarrés des distances SA & SB. Supposons que le Corps se meuve dans l'Ellipse *alb*, tandis que cette Ellipse elle-même est emportée autour de S avec un Mouvement régulier, enforte que Sl dans l'Orbite mobile étant égale à SL dans l'Orbite fixe, l'Angle ASl soit à ASL en une proportion constante & invariable: supposons que ce soit celle de G à F; alors les augmentations de ces Angles, tandis que SL & Sl diminuent également, observeront la même proportion constante, & les mouvemens angulaires autour de S de deux Corps l & L, qui font leurs Révolutions en même tems dans ces Orbites, seront dans la même proportion, comme aussi les Aires décrites par des Rayons tirés de ces Corps au Point S: enforte que si les Corps sont projetés ensemble en A avec des vitesses dans la même proportion, & assujettis à l'action des Forces Centripètes nécessaires, ils se mouvront dans ces Orbites, s'approcheront également de S & arriveront en l & L en même tems. Le mouvement par lequel ils s'approchent du Centre étant le même à distances égales de ce Point, & ce mouvement étant causé par l'excès de leurs Gravités sur les Forces Centrifuges résultantes de leurs mouvemens circulaires autour de S, la Gravité excédera la Force Centrifuge dans une Orbite de la même quantité que dans l'autre, & par conséquent la différence des Forces Centrifuges doit être la même que celle de leurs Gravités: enforte que pour trouver la Gravité dans l'Orbite mobile, nous devons ajouter à la Gravité dans l'Orbite fixe, à la même distance, l'excès de la Force Centrifuge dans l'Orbite mobile sur la Force Centrifuge dans l'Orbite fixe à la même distance. Ces Forces Centrifuges sont entre-

elles en raison donnée, sçavoir, celle des Quarrés des mouvemens angulaires, ou en raison de G^2 à F^2 , & leur différence doit être dans une proportion donnée à l'une ou à l'autre. Les mêmes Forces Centrifuges, à différentes distances, sont réciproquement comme les Cubes des distances, ainsi que nous l'avons fait voir ci-dessus, & leurs différences doivent varier dans la même proportion : en sorte que la différence des Gravités dans l'Ellipse mobile & immobile, doit varier en raison réciproque des Cubes des distances.

15. Si l'Ellipse est emportée autour de S d'un mouvement progressif, c'est-à-dire dans la direction du mouvement du Corps, le mouvement angulaire du Corps dans l'Orbite mobile est plus grand que dans l'Orbite fixe, & la Force Centrifuge & par conséquent la Gravité est plus grande; mais si l'Ellipse est emportée autour de S d'un mouvement rétrograde, le mouvement angulaire dans l'Orbite fixe, & par conséquent la Gravité est moindre. Dans le premier cas, la différence des Forces Centrifuges doit être ajoutée à la Gravité dans l'Orbite fixe, pour trouver la Gravité dans l'Orbite mobile à la même distance de S. Dans le dernier, cas la différence des Forces Centrifuges doit être soustraite de la Gravité dans l'Orbite fixe, pour trouver la Gravité dans l'Orbite mobile à la même distance de S.

16. La Force dans l'Ellipse fixe augmente comme le Quarré de la distance diminue; ajoutez-y une Force qui augmente comme le Cube de la distance diminue, & la somme augmentera en plus grande proportion que celles des Quarrés des distances, mais jamais en si grande raison que leurs Cubes. Un Corps donc qui se meut dans une Ellipse qui a elle-même un mouvement progressif autour de S, doit éprouver l'action d'une Force qui varie suivant quelque Puissance de la distance plus élevée que le Quarré mais moindre que le Cube. Plus ce Mouvement de l'Ellipse est grand, plus

grand est l'excès de la Force Centrifuge dans l'Ellipse mobile sur celle dans l'Ellipse fixe à la même distance de S; & plus grande est la quantité qui varie comme le Cube de la distance dans la Force composée respectivement à celle qui y varie seulement comme le Quarré de la distance; enfin plus la proportion de la Force composée varie de la raison des Quarrés vers celle des Cubes des distances. Dans cette Ellipse mobile, la Gravité qui est comme la Force composée ne peut être regardée comme variant dans la proportion de quelque Puissance de la distance exactement; mais si l'Ellipse est fort approchante d'un Cercle, on trouvera que la proportion de la Force composée varie à très-peu de chose près comme une certaine Puissance de la distance; & le mouvement de l'Ellipse peut être tel que le composé de ces Forces varie en une raison très-approchante de quelque Puissance de la distance assignable entre les Quarrés & les Cubes.

17. Si d'une Force qui augmente comme le Quarré de la distance diminue, on soustrait une Force qui augmente en plus grande proportion, sçavoir, comme le Cube de la distance diminue, le reste doit augmenter dans une moindre proportion que celle dans laquelle le Quarré de la distance diminue. Un Corps, donc, qui se meut dans une Ellipse qui fait elle-même sa Révolution en même tems avec un mouvement rétrograde autour de S, doit éprouver l'action d'une Gravité qui varie dans une moindre proportion que le Quarré de la distance; & cette Gravité variera dans une proportion d'autant moindre que le mouvement de l'Ellipse sera plus grand, en sorte que si le Mouvement de l'Ellipse est suffisamment grand, la Gravité pourra décroître au lieu d'augmenter en raison de la diminution de la distance. En supposant l'Orbite approchante d'un Cercle, le mouvement de l'Ellipse peut être tel que la Force restante varie suivant quelque proportion

qui soit moindre que celle des Quarrés des distances.

18. Notre Auteur a déduit de là la maniere de juger du Mouvement des Apsides, quelque Loi que suive l'action de la Gravité : car en supposant que cette Puissance dans l'Ellipse mobile, lorsqu'elle est approchante d'un Cercle, calculée par les Principes exposés ci-dessus, varie suivant une Loi donnée quelconque, il détermine quel doit être le mouvement de l'Ellipse ou des Apsides en conséquence de cette supposition; ou le Mouvement de l'Ellipse étant donné, il détermine quelle est la Puissance de la distance suivant laquelle la Gravité varie à peu de chose près, lorsque l'Ellipse fait sa Révolution avec ce mouvement donné *.

19. Nous avons parlé autant qu'il convenoit à notre dessein des mouvemens produits par la Gravité dans des Révolutions régulières d'un Apside à l'autre, où la distance au Centre de Gravitation varie à la vérité, mais de sorte que cette variation est renfermée dans de certaines limites entre lesquelles le Corps fait constamment sa Révolution : & nous avons fait voir que le mouvement de ce Corps peut être tel, si la Gravité diminue dans une moindre proportion que n'augmentent les Cubes des distances au Centre. Mais le mouvement du Corps n'est pas toujours de cette nature; car, dans quelques cas, si la vitesse de projection en B est suffisamment grande, il s'éloignera continuellement du Centre de Gravitation, & n'arrivera jamais à l'Apside supérieure A. Nous avons déjà démontré que si la Gravité diminue comme les Cubes, ou quelques Puissances plus élevées de la distance augmentent, & que la vitesse en B excède, tant soit peu, celle qui y emporterait le Corps dans un Cercle autour du Centre de Gravitation, il s'éloignera continuellement de S. Sila

* Voyez Princip. Lib. I. Sect. 9.

Gravité diminue dans une moindre proportion que les Cubes des distances n'augmentent, il peut être projeté en B avec un mouvement qui l'éloignera encore continuellement du Centre, pourvu que la Gravité diminue dans une proportion plus grande que celle dans laquelle les distances augmentent : car la limite est alors la raison simple inverse des distances. Si la Gravité varie davantage, le Corps peut être continuellement éloigné du Centre par un mouvement fini de Projection ; mais si la Gravité varie dans cette proportion ou dans quelqu'autre moindre, alors aucune Force finie ne sera capable de faire mouvoir le Corps, desorte qu'il s'éloigne continuellement du Centre S ; mais dans ces cas il fera toujours sa Révolution entre les deux Apides.

20. Pour se convaincre de ce que nous venons de dire, on peut d'abord supposer un Corps projeté perpendiculairement à l'Horison, assujetti à l'action d'une Gravité qui diminue dans une plus grande proportion que n'augmentent les distances ; & si la Force de Projection est suffisamment grande, il s'élèvera pendant toute l'éternité avec un mouvement continuellement retardé par l'action de sa Gravité ; mais cette Force ne fera jamais entièrement détruite par ces actions, parce qu'elles diminuent de telle manière que la somme d'un nombre infini de pareilles actions équivaut à une quantité finie.

21. La même Loi de Gravité est la limite entre les cas d'ascensions infinies dans des mouvemens Curvilignes & Rectilignes ; car notre Auteur a démontré que si un Corps se meut dans une Courbe, & qu'un autre monte ou descende dans une ligne droite, assujetti à l'action de la même Gravité, en sorte que leurs vitesses soient égales à quelques hauteurs égales, elles seront aussi égales à toutes autres hauteurs égales*. Et puisque la Gravité

* Supposons que les vitesses des Corps L & P (Fig. 66.) soient égales en L & P, à distances égales SL, SP ; & qu'ils parcourent des

du Corps projeté en haut dans une ligne verticale, avec une certaine Force assignable, n'est pas capable de le faire retourner en arrière, elle ne pourroit pas plus produire cet effet s'il étoit projeté avec la même Force obliquement en haut, en sorte qu'il décrivit une Courbe; car la Force Centrifuge résultante du mouvement de Rotation autour de S, diminue l'effet de la Gravité, & le rend moins capable de détruire le mouvement d'Ascension, dans ce cas, que dans celui d'une élévation perpendiculaire. Par conséquent si la Gravité varie en raison réciproque de quelque Puissance de la distance plus élevée que l'unité, le Corps peut décrire une Orbite qui s'étende à l'infini, s'il est jetté avec une certaine Force.

22. Si cette Force est la même qu'il auroit acquise en tombant d'une hauteur infinie, il s'échappe dans une Courbe parabolique; mais s'il est jetté avec une plus grande Force que celle qu'il auroit acquise même par une descente infinie, la Courbe sera de nature hyperbolique. S'il est projeté avec la même vitesse qu'il auroit acquise en tombant d'une hauteur infinie (suppo-

lignes très-petites Ll , Pp , en sorte que Sp étant égale à Sl , & pNl un Arc circulaire décrit du Centre S rencontrant Sl en N, LN doit être égale à Pp . La Gravité de L vers S peut être résolue en deux Forces dont l'une, représentée par LR , agit dans la direction de la Tangente LR , l'autre dans une direction RS perpendiculaire à la Tangente ou à la direction du mouvement du Corps. La dernière n'a aucun effet pour accélérer son mouvement, lui étant perpendiculaire, & la première est à la Gravité, comme LR est à SL ou comme LN est à Ll . Le mouvement du Corps P est accéléré par toute la Gravité, en sorte que les Forces qui accélèrent les

Corps L & P sont l'une à l'autre comme LN (ou Pp) à Ll ; mais les vitesses en L & en P ayant été égales, les tems dans lesquels Ll & Pp sont parcourues sont en raison des Espaces Ll & Pp ; en sorte que quoique le Corps L soit accéléré par une Force moindre en descendant en l, le tems de son accélération est plus grand dans la même proportion; d'où il paroît que leurs accélérations sont égales en parcourant ces Espaces, & leurs vitesses par conséquent égales en l & en p. Les vitesses donc de ces Corps doivent être égales à toutes hauteurs égales. Voyez *Princip. Math. Lib. 1. Prop. 40.*

fant différentes Loix de Gravité , mais d'autres circonstances semblables ,) il s'éloignera à l'infini après une partie plus ou moins grande d'une Révolution , ou après un nombre plus grand ou plus petit de Révolutions, suivant que la Puissance de la distance , qui est réciproquement proportionnelle à la Gravité, sera plus ou moins grande. La limite est , en ce cas , le quart d'une Révolution depuis l'Apside , ou le lieu où la direction du mouvement du Corps est perpendiculaire à la ligne tirée au Centre ; car il doit toujours employer plus de tems que cela pour s'éloigner depuis l'Apside à l'infini. Si la Gravité observe la proportion sesquialtere réciproque de la distance , alors le Corps s'en ira dans le $\frac{1}{2}$ d'une Révolution. Si elle observe la raison doublée réciproque , il s'éloignera continuellement dans la moitié d'une Révolution , en décrivant une Parabole : si elle observe la Puissance $\frac{2}{3}$ réciproque de la distance , il s'en ira dans une Révolution complete ; mais si la Gravité observe la proportion triplée réciproque de la distance , & que le Corps soit projeté obliquement au Rayon , il s'en ira dans un nombre infini de Révolutions*.

23. Si la Gravité diminue dans une moindre proportion que la simple raison réciproque des distances , & qu'un Corps soit projeté de l'Apside avec une Force finie quelle qu'elle soit , il ne pourra s'élever continuel-

* En général si la Gravité varie comme la Puissance m de la distance réciproquement , & que le Corps soit projeté obliquement en haut avec une Force qui soit à celle qui l'emporteroit dans un Cercle comme 1 à $\sqrt{\frac{m-1}{2}}$, il s'éloignera continuellement du Centre, & s'en ira dans la $\frac{1}{6-2m}$ partie d'une

Révolution , ou dans la $\frac{1}{2} n$ partie de la Révolution : supposant que $\frac{1}{n}$ soit l'excès de 3 sur le nombre m . Si la Gravité suit la proportion réciproque de la $2\frac{2}{3}$ Puissance de la distance , le Corps s'en ira en 50 Révolutions. Voyez les *Fluxions* Article 416. & suiv.

lement; mais il aura la même vitesse à une distance quelconque qu'il auroit eu à la même distance , supposant qu'il eut été jetté au Point A directement en haut avec la même Force de Projection : & puisque toute Force finie auroit été détruite dans la perpendiculaire , si le Corps se meut dans une Courbe il doit revenir de nouveau , & après avoir passé par l'Apside supérieure descendre à l'inférieure , quoique cette Apside ne soit pas dans le même lieu qu'auparavant. Si la Gravité augmente comme la distance , à plus forte raison le Corps ne pourra jamais s'élever à une distance infinie. Ces Observations font voir les limites des diverses sortes de mouvemens qui peuvent résulter de différentes Loix de Gravité.



CHAPITRE IV.

Du Mouvement de la Lune.

1. **N**ous avons expliqué les mouvemens des Corps dans le Sytème Solaire par la Gravité, & nous y avons remarqué quelques inégalités ou quelques erreurs qui résultent du même Principe ; mais les diverses irrégularités qu'elle produit dans le mouvement de la Lune méritent particulièrement d'être considérées ; parce que c'est la Planete la plus près de nous , & qu'on pourroit retirer de grands avantages de ses mouvemens , s'ils étoient réduits à un calcul exact. Ceux qui ont autrefois bâti des Systèmes ont trouvé de grandes difficultés à concilier leurs Principes avec les Phénomènes : notre Auteur anticipe les Observations , & plus notre connoissance des mouvemens qui s'exécutent dans le Sytème du Monde se perfectionnera , plus cette Philosophie sera estimée. La Posterité en verra l'excellence bien mieux que nous , lorsque les Mouvements célestes seront déterminés plus exactement par une suite d'Observations faites avec soin , pendant un long espace de tems.

2. Pour donner les Principes des Calculs du Chevalier Newton sur une Matière sujette à tant de difficultés, aussi clairement qu'il est possible , nous devons faire attention à ce qui a déjà été observé ; que si le Soleil agissoit également sur la Terre & sur la Lune & toujours en lignes parallèles , cette action serviroit seulement à produire leurs mouvemens annuels autour du Soleil , & n'auroit aucun effet sur leurs actions mutuelles , ou leurs mouvemens autour de leur Centre commun de Gravité. Dans ce cas , s'il leur étoit libre à l'une & à l'autre de tomber directement vers le Soleil , elles tomberoient

également , & leurs situations respectives ne seroient point affectées par leur descente égale vers ce Globe. Nous pourrions alors les concevoir comme dans un plan, sur chaque partie duquel le Soleil agissant également, tout le plan descendroit vers lui, mais les mouvemens respectifs de la Terre & de la Lune seroient les mêmes dans ce plan que s'il étoit en repos. Supposant alors que ce même plan eut le Mouvement annuel imprimé sur lui, il se mouvroit régulièrement autour du Soleil, tandis que la Terre & la Lune se mouvroient dans ce plan, l'une respectivement à l'autre, comme s'il étoit en repos sans aucunes irrégularités. Mais parce que la Lune est plus près du Soleil que la Terre, dans la moitié de son Orbite, & que dans l'autre moitié elle en est à une plus grande distance, tandis que la Puissance de la Gravité est toujours plus grande à une moindre distance; il suit que dans une moitié de son Orbite la Lune est plus attirée que la Terre vers le Soleil, & que dans l'autre moitié elle est moins attirée que ce Globe; d'où il résulte nécessairement des irrégularités dans les Mouvements de la Lune, l'excès d'Attraction dans le premier cas, & le défaut, dans le second, devant une Force qui trouble son mouvement: ajoutez à cela que l'action du Soleil sur la Terre & sur la Lune n'est pas dirigée en lignes parallèles, mais suivant des lignes qui se rencontrent au Centre du Soleil.

3. Pour connoître les effets de ces Puissances, supposons que les mouvemens Projectiles de la Terre & de la Lune soient détruits, & qu'il leur soit permis de descendre librement vers le Soleil. Si la Lune étoit en conjonction avec le Soleil, ou dans cette partie de son Orbite qui est la plus près de lui, la Lune seroit plus attirée que la Terre, & tomberoit avec une plus grande vitesse vers le Soleil; en sorte que la distance de la Lune à la Terre seroit augmentée dans la chute. Si la Lune étoit en opposition, ou dans la partie de son Orbite

qui est la plus éloignée du Soleil , elle seroit moins attirée que la Terre par ce Globe , & tomberoit vers lui avec moins de vitesse que la Terre , qui la laisseroit en arriere : en sorte que la distance de la Lune à la Terre seroit aussi augmentée, dans ce cas. Si la Lune étoit dans ses quadratures , alors la Terre & la Lune étant l'une & l'autre attirées vers le Centre du Soleil , elles descendroient toutes deux directement vers ce Centre , & en approchant de ce point elles s'approcheroient nécessairement en même tems l'une de l'autre , & leur distance entre-elles seroit diminuée. Maintenant toutes les fois que l'action du Soleil augmenteroit leur distance , s'il leur étoit permis de tomber vers lui, nous pouvons être assurés qu'en s'efforçant de les séparer, elle diminue leur Gravité l'une vers l'autre : toutes les fois que cette action du Soleil diminuerait leur distance , alors en s'efforçant de les faire approcher l'une de l'autre , elle augmente leur Gravité respective : c'est-à-dire dans la conjonction & l'opposition , leur Gravité l'une vers l'autre est diminuée par l'action du Soleil ; mais dans les quadratures elle est augmentée par cette même action du Soleil. Afin de prévenir les erreurs à ce sujet , on doit se ressouvenir que ce n'est pas l'action totale du Soleil sur ces Corps qui trouble leurs mouvemens , c'est seulement cette partie de son action par laquelle il tend, dans le premier cas , à les séparer à une plus grande distance l'un de l'autre , & cette partie de son action par laquelle il tend à les approcher l'un de l'autre, dans le second cas , qui ont quelque effet sur leurs mouvemens respectifs. L'autre partie qui est beaucoup plus considérable n'a d'autre effet que de les retenir dans la Révolution annuelle qu'ils font ensemble autour du Soleil.

4. En considérant donc les effets de l'action du Soleil sur les mouvemens relatifs de la Terre & de la Lune , il faut seulement faire attention à l'excès de son action sur la Lune au-dessus de son action sur la

Terre , dans leur conjonction ; & on doit alors considérer cet excès comme tirant la Lune vers le Soleil en la séparant de la Terre. Dans l'opposition , on doit seulement avoir égard à l'excès de l'action du Soleil sur la Terre au-dessus de son action sur la Lune , & considérer cet excès comme séparant la Lune de la Terre , en ce cas, dans une direction opposée à la première , c'est-à-dire vers le lieu opposé à celui où est le Soleil ; parce que nous regardons la Terre comme en repos , & nous rapportons le mouvement , & toutes ses irrégularités , à la Lune. Dans les quadratures , nous considérons l'action du Soleil comme ajoutant quelque chose à la Gravité de la Lune vers la Terre.

5. Supposons que la Lune sorte de la quadrature qui précède la conjonction , avec une vitesse qui lui feroit parcourir un Cerele exact autour de la Terre , si l'action du Soleil n'avoit aucun effet sur elle ; & parce que la Gravité est augmentée par cette action , elle doit descendre vers la Terre , & se mouvoir à l'intérieur de ce Cercle : son Orbite alors sera plus courbe qu'elle n'eut été sans cela ; parce que cette addition à sa Gravité la fera plus écarter , à l'extrémité d'un Arc , de la Tangente tirée à l'autre extrémité. Son mouvement sera par là accéléré , & continuera de l'être jusqu'à ce qu'elle arrive à la conjonction prochaine ; parce que la direction de l'action du Soleil sur elle , durant ce tems , fait un Angle aigu avec celle de son mouvement. A la conjonction , sa Gravité vers la Terre étant diminuée par l'action du Soleil , son Orbite y sera moins courbe pour cette raison ; & la Lune sera emportée plus loin de la Terre , tandis qu'elle s'avancera à la prochaine quadrature ; & parce que l'action du Soleil fait alors un Angle obtus avec la direction de son mouvement , il sera retardé par les mêmes degrés qu'il étoit accéléré auparavant.

6. Ainsi la Lune descendra un peu vers la Terre, en avançant de la première quadrature vers la conjonction, & s'en éloignera depuis la conjonction jusqu'à la quadrature suivante. L'action qui trouble son mouvement aura sur elle un effet semblable & presque égal, lorsqu'elle parcourra l'autre moitié de son Orbite, je veux dire celle qui est la plus éloignée du Soleil : elle s'avancera de la quadrature qui suit la conjonction avec un mouvement accéléré à l'opposition, s'approchant un peu de la Terre, à cause de l'addition faite alors à sa Gravité par l'action du Soleil, & elle s'en éloignera de nouveau, en revenant de l'opposition à la quadrature dont nous l'avons supposée partir. Les Aires décrites en tems égaux, par un Rayon tiré de la Lune à la Terre, ne seront pas égales, mais elles seront accélérées par l'action du Soleil, tandis que la Lune se meut vers la conjonction ou l'opposition des quadratures qui les précèdent ; & elles seront retardées par la même action, lorsqu'elle s'avance de la conjonction ou de l'opposition aux quadratures qui les suivent.

7. Notre Auteur a calculé les quantités de ces irrégularités par leurs causes. Il trouve que la Force ajoutée à la Gravité de la Lune dans ses quadratures est à la Gravité avec laquelle elle feroit sa Révolution dans un Cercle autour de la Terre, à sa distance moyenne actuelle, si le Soleil n'avoit point d'effet sur elle, comme 1 à $178\frac{1}{4}$. Il trouve que la Force soustraite de sa Gravité, dans les conjonctions & oppositions, est double de cette quantité, & que l'Aire, décrite en un tems donné dans les quadratures, est à l'Aire décrite dans le même tems dans les conjonctions & oppositions, comme 10973 à 11073. Il résulte de ses Calculs que dans une telle Orbite, sa distance à la Terre dans ses quadratures seroit à sa distance dans les conjonctions & oppositions, comme 70 à 69.

8. La Lune ne se meut pas dans le même plan au-

tour de la Terre dans lequel la Terre se meut autour du Soleil, mais dans un plan qui est incliné à ce dernier d'un Angle d'environ 5 degrés : ce qui fait que le Centre de la Lune nous paroît décrire un Cercle différent de l'Ecliptique, qui est le Cercle que le Centre du Soleil semble parcourir dans les Cieux. Ces Cercles se coupent l'un l'autre en deux points opposés, qui sont appelés par les Astronomes les Nœuds de la Lune; à la plus grande distance des Nœuds, ces mêmes Cercles sont séparés l'un de l'autre d'environ cinq degrés. Les Eclipses de Soleil & de Lune dépendent des distances de ces Globes à ces nœuds, au tems de la nouvelle & pleine Lune; car si le changement de Lune arrive lorsqu'elle est près de l'un des Nœuds elle éclipse le Soleil; & si la Lune est pleine dans le tems où elle est près de l'un de ces Nœuds, elle se trouvera dans l'ombre de la Terre & y fera éclipsée. Les Astronomes ont été de tous tems très-attentifs à la situation des Nœuds, afin de calculer ces Eclipses; Phénomene qu'ils ont toujours observé avec le plus grand soin. Les Nœuds ne sont pas fixes dans la même partie des Cieux, mais on trouve qu'ils parcourent tous les Signes de l'Ecliptique, d'un mouvement rétrograde, dans l'espace d'environ dix-huit ou dix-neuf ans.

9. Le Chevalier Newton a non seulement fait voir que ce mouvement vient de l'action du Soleil, mais il a calculé, avec une merveilleuse habileté, tous les élémens & toutes les variétés de ce mouvement par sa cause. On appelle les Nœuds de la Lune ces Points où son Orbite coupe le plan dans lequel la Terre fait sa Révolution autour du Soleil, & la ligne qui joint ces Points est appelée la Ligne des Nœuds. On dit que le mouvement des Nœuds est direct lorsqu'ils s'avancent dans la même direction que la Lune se meut dans son Orbite, à sçavoir, d'Occident en Orient suivant l'ordre des Signes, le Belier, le Taureau, &c. dans l'Ecliptique; & on dit que leur Mouvement est rétrograde lorsqu'ils

qu'ils se meuvent d'un mouvement contraire à celui de la Lune, ou d'Orient en Occident contre l'ordre des Signes. On conçoit que le Plan du mouvement de la Lune passe toujours par le Centre de la Terre & celui de la Lune, & que c'est un plan dans lequel se trouvent la Ligne droite qui joint leurs Centres, & celle qui est la direction du mouvement de la Lune, ou la Tangente à son Orbite. Il est certain que si le Soleil agissoit toujours également sur la Terre & sur la Lune, elles descendroient également vers lui; le plan déterminé toujours par ces deux lignes descendroit avec elles, étant continuellement parallele à lui-même, en sorte que la Lune nous paroîtroit faire constamment sa Révolution dans le même plan respectivement à la Terre; mais les inégalités dans l'action du Soleil, exposées ci-dessus, emporteront la Lune hors de ce plan, du côté où est le Soleil, dans la moitié de son Orbite qui est la plus près de ce Globe, & vers l'autre côté dans la moitié de son Orbite la plus éloignée du Soleil.

10. Delà nous avons cette Regle générale pour juger de l'effet du Soleil sur les Nœuds; que tandis que la Lune est dans la moitié de son Orbite qui est la plus près du Soleil, le Nœud duquel elle s'approche se meut vers la conjonction avec le Soleil; & tandis que la Lune est dans l'autre moitié de son Orbite la plus éloignée du Soleil, le Nœud vers lequel elle s'avance a son mouvement du côté de l'opposition: mais lorsque les Nœuds sont en conjonction avec le Soleil, son action n'a point d'effet sur eux. Dans le premier cas, la Lune est emportée dans une direction qui est du même côté, que le Soleil, de celle qu'elle suivroit d'elle-même: & l'intersection d'un plan passant par cette direction, & par le Centre de la Terre, coupera l'Ecliptique du côté vers lequel la Lune se meut, dans un Point plus près de la conjonction que s'il n'y avoit point d'action du Soleil qui troublât son mouvement. Dans l'autre cas, l'action

du Soleil a une direction contraire, & , par la même raison , fait mouvoir le Nœud suivant vers l'opposition. Lorsque la Ligne des Nœuds prolongée passe par le Soleil , alors ce Globe étant dans le plan du mouvement de la Lune , n'a point d'effet pour l'emporter d'aucun côté ; & par conséquent , dans ce cas , les Nœuds n'ont point de mouvement du tout.

11. Par cette regle générale , il paroît que si on suppose les nœuds dans les quadratures A & C (*Fig. 67.*) après que la Lune est sortie du nœud A, c'est-à-dire, dans la quadrature qui précède la conjonction B , le Nœud suivant C se meut vers la conjonction B , & par conséquent est rétrograde ; parce qu'il se meut dans une direction opposée à celle du mouvement de la Lune : & dans toute cette Révolution de la Lune , les Nœuds sont manifestement rétrogrades ; car après que la Lune a passé la quadrature C qui suit la conjonction , alors le Nœud suivant A se meut vers l'opposition D , en sorte que, dans cette moitié de son Orbite , les Nœuds sont aussi rétrogrades.

12. Supposons les Nœuds dans la situation Nn , en sorte que l'un d'eux soit entre la quadrature A & la conjonction suivante B , tandis que l'autre Nœud n tombe sur le point opposé de l'Orbe de la Lune , entre la quadrature suivante C & l'opposition D. Dans ce cas , tandis que la Lune avance de A en N , le Nœud N se meut vers la conjonction B (par le Principe général au §. 10) & par conséquent son mouvement est direct. Lorsque la Lune s'avance de N en C , le Nœud suivant n se meut vers la conjonction B , & par conséquent est rétrograde ; & parce que l'Arc NC excède AN , le mouvement rétrograde excède le mouvement direct. Tandis que la Lune se meut de C en n , le Nœud suivant n se meut vers l'opposition D & son mouvement est alors direct : mais tandis que la Lune se meut de n en A , le Nœud suivant N se meut vers l'opposition D , & alors le
mouvement

le mouvement des Nœuds étant contraire au mouvement de la Lune, il est rétrograde; & parce que l'Arc nA excède nC , il est évident que le mouvement est plus rétrograde que direct.

13. Lorsque (*Fig. 68.*) un Nœud est entre la conjonction B & la quadrature suivante C , tandis que la Lune avance de A en N , le Nœud suivant N se meut vers la conjonction B , & par conséquent est rétrograde; tandis que la Lune se meut de N en C , le Nœud suivant n se meut vers la conjonction, & est direct; mais comme l'Arc AN excède NC , le mouvement rétrograde des Nœuds doit excéder le mouvement direct. Tandis que la Lune se meut de C en n , le mouvement du Nœud suivant est vers l'opposition D & par conséquent est rétrograde. Pendant que la Lune se meut de n en A le Nœud suivant N se meut vers l'opposition D & par conséquent est direct; mais comme l'Arc Cn excède An , il suit que le mouvement rétrograde excède le mouvement direct.

Il paroît donc que dans chaque Révolution de la Lune, le mouvement rétrograde des Nœuds excède le mouvement direct, excepté seulement lorsque la ligne des Nœuds passe par le Soleil, dans lequel cas ils n'ont aucun mouvement. Nous voyons donc comment la Gravité fait rétrograder chaque année les Nœuds de la Lune. Notre Auteur a déterminé la quantité * de ce mouvement rétrograde à chaque Révolution de la Lune, & dans chaque année; & on ne peut voir sans une grande satisfaction avec combien d'exactitude la Théorie de ces mouvemens déduits de leurs causes, répond aux Observations des Astronomes. Il trouve par la Théorie de la Gravité, que les Nœuds doivent se mouvoir en arrière d'environ $19^{\circ} 18' 1''$ dans l'espace d'une année, & les Tables Astronomiques font ce mouvement de $19^{\circ} 21' 21''$, dont la différence n'est pas $\frac{1}{300}$ du

* Princip. Lib. III, Prop. 32.

mouvement total des Nœuds dans une année ; par un calcul plus exact de ce mouvement déduit de sa cause , la Théorie & l'Observation s'accordent à peu de secondes près.

14. L'inclinaison de l'Orbite de la Lune à l'Ecliptique est aussi sujette à plusieurs variations. Lorsque les Nœuds sont dans les quadratures A & C , tandis que la Lune se meut de la quadrature A à la conjonction B , l'action du Soleil diminue l'inclinaison du plan de son Orbite ; l'inclinaison de ce plan est la moindre de toutes, lorsque la Lune est dans la conjonction B : elle augmente de nouveau à mesure que la Lune se meut de la conjonction B à la quadrature suivante en C , & elle s'y rétablit à peu près à sa première quantité. Lorsque les Nœuds de la Lune sont en B & D , en sorte que la Ligne des Nœuds passe par le Soleil , l'inclinaison de l'Orbite de la Lune n'est pas affectée par l'action du Soleil ; parce que dans ce cas le plan de son Orbite prolongé passe par le Soleil , & par conséquent l'action du Soleil ne peut avoir d'effet pour emporter la Lune hors de ce plan d'aucun côté. C'est dans ce dernier cas que l'inclinaison de l'Orbite de la Lune est la plus grande ; elle diminue à mesure que les Nœuds se meuvent vers les quadratures , & elle est la moindre lorsqu'ils se trouvent dans ces quadratures , & que la Lune est en conjonction ou en opposition. Notre Auteur calcule ces irrégularités par leurs causes , & ses conclusions conviennent parfaitement avec les Observations des Astronomes *.

* Pour rendre encore plus claire l'explication précédente du Mouvement de la Lune , nous avons ajouté la Fig. 69 (Pl. VI.) dans laquelle , le Plan de la Figure représentant celui de l'Ecliptique , S est le Soleil , T le Centre de la Terre , L la Lune dans son Orbite DNdnz

Nn est la Ligne des Nœuds passant entre la quadrature Q & le lieu de la Lune L , dans son premier quartier. Maintenant que LP , partie quelconque de LS , représente l'excès de l'action du Soleil en L , sur son action en T , & LP étant résolue en ces deux Forces LN , perpendicula-

15. L'action du Soleil diminue la Gravité de la Lune, vers la Terre, dans les conjonctions & oppositions, plus qu'elle n'y ajoute dans les quadratures; & en diminuant la Force qui retient la Lune dans son Orbite, elle augmente sa distance à la Terre, & son tems périodique: & parce que la Terre & la Lune sont plus près du Soleil dans leur Périhélie que dans leur Aphélie, & que le Soleil y agit avec une plus grande Force, enforte qu'il diminue davantage de la Gravité de la Lune vers la Terre; il suit que la Lune doit faire sa Révolution à une plus grande distance, & employer un tems plus long à la finir dans le Périhélie de la Terre, que dans l'Aphélie; & cela est aussi conforme aux Observations.

16. Il y a une autre irrégularité remarquable dans le mouvement de la Lune, qui résulte aussi de l'action du Soleil: à sçavoir, le mouvement progressif des Apfides. La Lune décrit autour du Centre de la Terre une Ellipse qui a un de ses foyers à ce Centre. Sa plus grande & sa moindre distances de la Terre sont dans les Apfides, ou extrémités du plus long Axe de l'Ellipse. Cet Axe ne se trouve pas toujours répondre au même lieu dans les Cieux; mais on observe qu'il se meut d'un mouvement progressif en avant, enforte qu'il finit une Révolution autour du Centre de la Terre, dans l'Espace d'environ neuf ans.

Pour entendre la raison de ce mouvement des Ap-

re au Plan de l'Orbite de la Lune, & PR parallèle à ce Plan, il n'y a que la première qui ait quelque effet pour changer la position de l'Orbite, & elle y est totalement employée. Elle produit un effet double; 1. Elle diminue son inclination par un mouvement que nous pouvons concevoir comme exécuté autour du Diamètre DD, auquel

LT est perpendiculaire. 2. Etant combinée avec le mouvement de la Lune suivant la Tangente en L, elle lui donne une direction intermédiaire L₁; si par cette direction & le Centre de la Terre on vient à tirer un Plan, il rencontrera l'Ecliptique plus près de la conjonction C qu'auparavant; on explique les autres cas de la même manière.

Y y ij

lides, nous devons nous ressouvenir de ce qui a été démontré ci-dessus, que si la Gravité d'un Corps diminueoit moins, à mesure que la distance augmente, que suivant le cours régulier de la Gravité, le Corps descendroit de l'Apside supérieure à l'inférieure, avant la moitié d'une Révolution; & par conséquent l'Apside rétrograderoit en ce cas, car elle se mouvroit dans une direction contraire à celle du Corps, & le rencontreroit dans son mouvement. Mais si la Gravité du Corps diminueoit plus à mesure que la distance augmente, que suivant le cours régulier de la Gravité, c'est-à-dire, en plus grande proportion, que comme le Quarré de la distance augmente, le Corps emploiroit plus de la moitié d'une Révolution pour se mouvoir de l'Apside supérieure à l'inférieure; & par conséquent, dans ce cas, les Apsides auroient un mouvement progressif dans la même direction que le Corps.

Dans les Quadratures, l'action du Soleil ajoutée à la Gravité de la Lune, & la Force qu'elle ajoute est plus grande, à mesure que la distance de la Lune à la Terre est plus considérable; ensorte que l'action du Soleil empêche sa Gravité vers la Terre, de diminuer autant, à proportion que la distance augmente, qu'elle le devroit suivant le cours régulier de la Gravité; & par conséquent, tandis que la Lune est dans les Quadratures, ses Apsides doivent retrograder. Dans la conjonction & l'opposition, l'action du Soleil diminue de la Gravité de la Lune vers la Terre, & en diminue davantage, à proportion que sa distance à la Terre est plus grande, ensorte qu'elle fait que sa Gravité diminue plus, à mesure que la distance augmente, que suivant le cours régulier de la Gravité; & par conséquent, dans ce cas, les Apsides ont un mouvement progressif. Parce que l'action du Soleil retranche plus de la Gravité de la Lune dans les conjonctions & oppositions,

qu'elle n'y ajoute dans les Quadratures, & en général diminue plus sa Gravité qu'elle ne l'augmente; il suit que le mouvement progressif des Apsides excède le mouvement rétrograde; & par conséquent, les Apsides sont emportées suivant l'ordre des signes.

17. C'est ainsi que les diverses irrégularités du Mouvement de la Lune, s'expliquent par la Gravité: & au moyen de cette Théorie avec le secours d'une longue suite d'Observations faites avec soin, on peut calculer son Mouvement avec tant de précision & prédire le tems où elle arrive aux Etoiles fixes sous lesquelles elle passe dans sa course avec une si grande exactitude, que dans plusieurs occasions, les Navigateurs en pourront tirer de très-grands avantages, pour découvrir leur Longitude en Mer.



CHAPITRE V.

De l'Orbe d'une Planete secondaire décrit sur un Plan immobile ; avec un éclaircissement de l'explication de M. le Chevalier Newton des mouvemens des Satellites , par la Théorie de la Gravité.*

EN exposant les Mouvements du Systême Solaire, on a coutume de considérer les Planetes du premier ordre, comme faisant leurs Révolutions dans des Plans immobiles, mais de rapporter les mouvemens des Satellites aux Plans qui sont emportés avec leurs Planetes principales autour du Soleil. M. le Chevalier Newton suit la même méthode, en expliquant leurs mouvemens par la Théorie de la Gravité: par cette Analyse, l'explication des mouvemens considérés en eux-mêmes, & celle des Puissances qui les produisent, devient plus simple & plus aisée, que si nous rapportions le mouvement du Satellite à un Plan immobile, & que nous recherchassions seulement la Ligne qu'il décrit dans l'Espace absolu en conséquence d'un mouvement si composé. Les propriétés cependant de cette Courbe, sont plus simples qu'on ne s'y attendroit après un examen superficiel; & il peut-être utile, dans quelques occasions, de considérer ainsi le mouvement du Satellite, particulièrement pour résoudre les difficultés que quelques personnes ont trouvées à entendre l'explication que donne M. le Chevalier Newton, des mouvemens

* On a inséré ici le Chapitre suivant comme appartenant proprement à ce lieu ; il est tiré d'une lettre de

l'Auteur à son sçavant Ami le Docteur Benjamin Hoaldy, Médecin de la Famille Royale.

des Satellites , par la Gravité. Cet Orbe est , dans quelques cas , concave vers le Soleil dans toutes ses parties ; dans d'autres cas , la partie la plus près du Soleil est convexe vers lui , & le reste est concave. Nous avons un exemple de la première espèce dans la Lune , & de la dernière dans les Satellites des Planètes supérieures.

La Force qui fait mouvoir le Satellite dans une Courbe , lorsque le mouvement est rapporté à un Plan immobile , est , à la conjonction , la différence de sa Gravité vers le Soleil , & de sa Gravité vers la Planète principale. Lorsque la première l'emporte sur l'autre , la Force qui courbe la direction du Satellite tend vers le Soleil ; par conséquent , la concavité de l'Orbe est vers le Soleil : & c'est là le cas de la Lune , comme il paroîtra dans la suite. Lorsque la Gravité vers la Planète principale excède la Gravité vers le Soleil , à la conjonction , alors la Force qui courbe la direction du mouvement du Satellite tend vers la Planète principale , & par conséquent vers l'opposition du Soleil ; l'Orbe est donc alors convexe vers le Soleil ; & c'est le cas des Satellites de Jupiter. Lorsque ces deux Forces sont égales , l'Orbe a , à la conjonction , ce que les Mathématiciens appellent un Point de *Rectitude* , dans lequel cas , cependant , il est concave vers le Soleil dans toutes ses parties.

Parce que la Gravité de la Lune vers le Soleil se trouve être plus grande , à la conjonction , que sa Gravité vers la Terre , en sorte que le Point d'Attraction égale , où ces deux Puissances se soutiendroient l'une l'autre , tombe alors entre la Lune & la Terre , quelques-uns (a) se sont imaginés que la Parallaxe du Soleil ou étoit très-différente de celle qui est assignée par les Astronomes , ou que la Lune devoit nécessairement abandonner la Terre. Cette idée peut aisément être détruite , en faisant attention à ce qui a été démontré

* Voyez *Cosmotheoria puerilis*.

par M. le Chevalier Newton , & confirmé par des expériences très-connues sur les mouvemens des Corps les uns autour des autres , tandis qu'une troisième Force agit sur eux tous dans la même direction. Leurs mouvemens respectifs , n'étant absolument point troublés par cette troisième Force , si elle agit également sur eux en Lignes paralleles : comme les mouvemens relatifs des Vaisseaux dans une Flotte , emportée par un Courant , n'en sont point affectés , s'il agit également sur eux ; ou comme la Rotation d'un Boulet ou d'une Bombe , autour de son Axe , tandis qu'on le projette en l'Air , ou la figure d'une goutte de Pluie qui tombe , ne sont point du tout affectées par la Gravité des petites parties dont elles sont composées , vers la Terre. Ce n'est qu'à l'inégalité des actions du Soleil sur la Terre & sur la Lune , & au manque de Parallélisme dans les directions de ces actions , que nous devons attribuer les irrégularités qu'on observe dans le mouvement de la Lune.

Mais on trouvera des raisons qui pourront contribuer à résoudre cette difficulté , en observant que si la vitesse absolue de la Lune , à la conjonction , étoit moindre que celle qui est nécessaire pour y emporter un Corps dans un Cercle autour du Soleil , supposant ce Corps assujetti à l'action de la même Force , qui , dans ce tems , agit sur la Lune (c'est-à-dire , l'excès de sa Gravité vers le Soleil , sur sa Gravité vers la Terre) alors la Lune abandonneroit en effet la Terre. Car , dans ce cas , la Lune ayant moins de vitesse qu'il ne seroit nécessaire pour l'empêcher de descendre au dedans de ce Cercle , elle s'approcheroit du Soleil , & s'éloigneroit de la Terre. Mais quoique la vitesse absolue de la Lune en conjonction , soit moindre que la vitesse de la Terre dans son Orbite annuelle , cependant sa Gravité vers le Soleil est tellement diminuée par sa Gravité vers la Terre , que sa vitesse absolue est toujours beaucoup supérieure à celle qui suffiroit pour emporter à cette distance

tance un Corps dans un Cercle autour du Soleil, ce Corps n'éprouvant que l'action de la Force restante. Par conséquent du moment de la conjonction, la Lune est emportée hors d'un semblable Cercle, s'éloignant continuellement du Soleil de plus en plus, jusqu'à ce qu'elle arrive à l'opposition; où éprouvant l'action de la somme de ces deux Gravités, & sa vitesse étant alors moindre que celle qui est requise pour emporter à cette distance, dans un Cercle autour du Soleil, un Corps sur lequel agiroit une Force égale à cette somme, la Lune de-là commence à s'approcher de nouveau du Soleil. Ainsi elle s'éloigne du Soleil & s'en approche alternativement, & à chaque mois son Orbe à deux Apfides, un Périhélie à la conjonction, & un Aphélie à l'opposition; entre lesquelles elle est toujours emportée, de la même manière que les Planetes principales font leurs Révolutions entre leurs Apfides. La Planete s'éloigne du Soleil au Périhélie, parce que sa vitesse alors est plus grande que celle avec laquelle un Cercle pourroit être décrit autour du Soleil, à la même distance, par la même Force centripete; & elle s'approche vers le Soleil depuis l'Aphélie, parce que sa vitesse y est moindre que celle qui seroit nécessaire pour l'emporter dans un Cercle, à cette distance, autour du Soleil. Voyez le Traité des Fluxions, Art. 447.

Quoique l'Orbe de la Lune soit concave vers le Soleil, dans toutes ses parties, sa Courbure est très-inégaie : elle est moindre à chaque Apfide inférieure ou dans la conjonction, & plus grande à chaque Apfide supérieure ou à l'opposition. L'Orbe d'un Satellite de Jupiter a pareillement deux Apfides, dans la partie qui est décrite chaque Révolution Synodique, mais dans l'Apfide inférieure, la convexité est vers le Soleil; & il a de même deux Points de Courbure contraire dans chaque partie décrite durant une Révolution Synodique*.

* Voyez la note au Coroll. I. Prop. 11. ci-après.

En considérant cet Orbe, nous arriverons aux mêmes conclusions que Mr. le Chevalier Newton a tirées, par une Méthode plus courte, des Loix du Mouvement, à sçavoir que si l'action du Soleil étoit la même sur le Satellite, & sur la Planete principale, & avoit la même direction, le mouvement du Satellite, autour de la Planete principale, seroit le même que si le Soleil n'existoit pas. C'est ce qu'on verra évidemment par les propositions suivantes, où nous supposons les Orbites de la Planete principale autour du Soleil & du Satellite autour de sa principale, circulaires l'une & l'autre, & les mouvemens dans ces Orbites, uniformes, & dans le même Plan.

PROPOSITION I.

L'Orbe d'un Satellite, sur un Plan immobile, est une Epicycloïde décrite par un Point donné dans le Plan d'un Cercle qui fait sa Révolution sur une Base circulaire, dont le Centre est celui du Soleil, & dont le Diametre est dans la même proportion au Diametre du Cercle qui fait sa Révolution, que le tems périodique de la Planete principale autour du Soleil, au tems de la Révolution synodique du Satellite autour de sa Planete principale : la Tangente à l'Orbe est perpendiculaire à la ligne droite tirée du Satellite au contact des deux Cercles; & la vitesse absolue du Satellite est toujours proportionnelle à sa distance de ce contact.

Que T dénote le tems périodique de la Planete principale autour du Soleil, & le tems périodique du Satellite au our de sa Planete; que S (Fig. 70.) représente le Soleil, Aa l'Orbite de la Planete principale; sur le Rayon AS prenez AE à AS comme t est à T. Du Centre S décrivez le Cercle EeZ, & du Centre A le Cercle EMF. Que ce Cercle EMF fasse sa Révolution

sur l'autre EeZ , comme sa Base : alors un Point L pris sur le Plan du Cercle EMF , à la distance AL , égale à la distance du Satellite à la Planete principale, décrira l'Orbe du Satellite.

* Car supposons que le Cercle EMF se transporte dans la situation emf , le Point A en a , L en l , & que AL & al prolongées rencontrent, EMF & emf , en M & m . Sur l'Arc em prenez $er = EM$, alors l'Angle $ear = EAM$. Que ar rencontre le Cercle cld , décrit du Centre a avec la distance al , en q ; & parce que $eaq = EAL$, l'Angle eaq représente l'Elongation du Satellite au Soleil à la premiere position L . Parce que $em (= er + rm) = eE + EM$ & $er = EM$, il suit que $rm = eE$; par conséquent l'Angle $ram : eSE :: SE : AE :: T - t : t$; ou comme la vitesse angulaire du Satellite autour du Soleil est à la vitesse angulaire de la Planete principale au tour de ce même Globe. Mais ESe est l'Angle décrit par la Planete principale autour du Soleil, par conséquent ram , ou qal , est l'accroissement simultané de l'Elongation du Satellite au Soleil; l est le lieu qu'il occupe lorsque la Planete principale vient en a , & l'Epicloïde décrite par l est l'Orbe du Satellite.

Parce que le Cercle EMF se meut sur le Point E ; la direction du mouvement d'un Point comme L est perpendiculaire à EL , ou la Tangente de l'Orbe à un Point quelconque L est perpendiculaire à EL . La vitesse d'un Point L est comme sa distance EL ; & le mouvement de la Planete principale A étant supposé uniforme & représenté par EA , la vitesse du Satellite sera représentée par EL .

PROPOSITION II.

Sur AS prenez $AB : AS :: tt : TT$ (ou $AB : AE :: AE : AS$); sur le Diametre EB décrivez le Cercle EKB rencontrant EL en K , prenez LO troisième proportionnelle à LK , & LE , du même côté de L que LK ;

Zz ij

Or O sera le Centre de la Courbure de l'Orbe en L, & LO son Rayon.

Parce que EL & *el* sont perpendiculaires à l'Orbe aux Points L & *l*, qu'on les prolonge & leur dernière intersection O sera le Centre de la Courbure en L. Prolongez *qe* jusqu'à ce qu'elle rencontre LE en V, joignez SV & l'Angle SeV = *qea* = LEA = SEV; par conséquent l'Angle *e*VE = *e*SE, l'Angle EVS = *e*ES & l'Angle EVS = *Ee*S, & SV est en dernière raison perpendiculaire à EO. Maintenant l'Angle EO*e* est en dernière raison à EVE (= ESe) comme EV à EO, c'est-à-dire (à cause que EV : EK :: ES : EB :: AS : AE) comme EK × AS à EO × AE. Mais le mouvement angulaire de EL étant égal au mouvement angulaire de EA, tandis que le Cercle EMF roule sur le Point E, LE/ est par conséquent en dernière raison égal à AE*a*, qui est à ESe comme SA à AE; & EO*e* étant à LE/ comme EL à LO, il suit que EO*e* : ESe :: SA × EL : AE × LO :: EK × SA : EO × AE. Donc EL : LO :: EK : EO & EL : LK :: LO : EL, ou LK, LE & LO sont en proportion continue. Ce Théorème sert à déterminer le Rayon de Courbure des Epicycloïdes & des Cycloïdes de toutes sortes; seulement lorsque la Base E*e* est une ligne droite, AB s'évanouit, & EB devient égale à EA.

Coroll. I. Lorsque AL ou AC est moindre que AB, alors (parce que LO est toujours du même côté du Point L que LK) l'Orbe est concave vers S dans toutes ses parties. Lorsque AC = AB, la Courbure à la conjonction s'évanouit ou la Courbe y a un Point de Rectitude. Lorsque AC est plus grande que AB (ou $AS \times \frac{u}{TT}$) une partie de l'Orbe près la conjonction est convexe vers S, parce qu'une partie du Cercle CLD tombe dans le Cercle BKE; & Lorsque L vient à l'une des intersections de ces deux Cercles, l'Orbe a un Point de Courbure contraire*.

* Si AC = AE, ces Points se rencontrent de nouveau & forment

Coroll. II. Dans le cas de la Lune $tt : TT :: 1 : 178$, & $AB = \frac{1}{178} \times AS$; mais AC est environ $\frac{1}{337} \times AS$; par conséquent AC est moindre que AB , & l'Orbe de la Lune est concave vers le Soleil dans toutes ses parties.

PROPOSITION III.

Que $AB : AS :: tt : TT$, & la Force par laquelle l'Orbe du Satellite peut être décrit sur un Plan immobile sera toujours dirigée au Point B sur le Rayon AS , & mesurée par BL distance du Satellite au Point B , la Gravité de la Planete principale vers le Soleil étant représentée par BA .

Concevons la Force par laquelle cet Orbe pourroit être décrit, sur un Plan immobile, résolue en une Force qui agit dans la direction LO , perpendiculaire à l'Orbe qu'elle courbe, mais qui n'a aucun effet sur la vitesse du Satellite, & une Force perpendiculaire à LO qui accélère ou retarde le mouvement du Satellite. La premiere de ces Forces est mesurée par LK , la dernière par BK , la Gravité de la Planete principale vers le Soleil étant mesurée par AB ; car la premiere est à la Gravité de la Planete principale vers S comme $\frac{EL^2}{LO}$ à $\frac{EA^2}{AS}$ (ces Forces étant directement comme les Quarrés des vitesses, & réciproquement comme les Rayons de la Courbure) c'est-à-dire comme LK à AB par la Prop. II. Par conséquent la Gravité de la Planete principale étant représentée par AB , la premiere Force sera mesurée par LK .

La seconde Force qui agit sur le Satellite dans la direction de la Tangente à son Orbe, & qui accélère ou retarde son mouvement, est comme la Fluxion de la vi-

une pointe : & si AC est plus grande que AE , l'Orbe a un retard : ce dernier cas est celui du plus inc-

rieur des Satellites de Jupiter & de Saturne.

tesse EL directement & la Fluxion du tems réciproquement. La Fluxion du tems est mesurée par $\frac{Aa}{EA}$ (Aa étant l'Arc parcouru par la Planete principale, & EA la vitesse avec laquelle elle le parcourt) $(= \frac{Ee}{EB} = \frac{em}{EB} = \frac{lq \times AE}{EB \times AC})$ $(=$ supposant an & qu perpendiculaires à el en n & u , parce que $lq : lu :: ac : an$, ou $AC : AN. (= \frac{AE \times lu}{EB \times AN} = \frac{lu}{BK})$. Par conséquent la Force qui est mesurée par lu , Fluxion de la vitesse El ou EL , divisée par la Fluxion du tems, ou $\frac{lu}{BK}$, est mesurée par BK . La Force, donc, dans la direction LE étant mesurée par LK , & la Force dans la direction perpendiculaire KB par KB , la Force composée est mesurée par LB , & est dirigée de L en B .

Il paroît par ce qui a été démontré que l'Orbe peut être décrit par une Force dirigée vers le Point B , (qui est donné sur le Rayon AS , mais qui fait sa Révolution avec ce Rayon autour de S) ou par des Forces quelconques qui, combinées ensemble, produisent une Force, tendant vers B , & toujours proportionnelle à LB , distance du Satellite au Point B . Que LH soit égale & parallèle à AB , $ABHL$ sera un Parallelogramme, & la Force LB pourra être composée de LH & LA ; c'est-à-dire la Force LB peut résulter d'une Force LH agissant sur le Satellite, égale & parallèle à AB , Gravité de la Planete principale vers le Soleil, & d'une Force LA tendant à la principale, & égale à la Gravité par laquelle le Satellite décriroit le Cercle CLD autour de la Planete principale, dans le même tems périodique t , si le Soleil n'existoit pas; parce qu'une telle Force est à la Gravité de la Planete principale vers le Soleil représentée par AB , comme $\frac{AL}{\frac{AL}{t^2}}$ à $\frac{AS}{\frac{AS}{t^2}}$, ou comme AL à $AS \times \frac{t^2}{T^2} = AB$.

Ainsi nous arrivons à la même conclusion que M. le Chevalier Newton a déduite, d'une maniere plus

abregée, de l'Analyse des mouvemens d'un Satellite , à sçavoir , que tandis que le Satellite grave vers la Planete principale , si en même tems le Soleil agit sur lui avec la même Force que sur cette Planete principale , & dans une direction parallele , il fera sa Révolution autour de la principale, de la même maniere que si cette derniere étoit en repos , & qu'il n'y eut point d'action Solaire. Ces deux Forces la Gravitation vers la Planete principale, & une Force égale & parallele à cette Gravitation de la principale vers le Soleil , sont exactement suffisantes pour expliquer le mouvement composé du Satellite dans son Orbe , quelque complexe que cette Courbe puisse paroître. Il n'y a aucune altération dans le mouvement du Satellite , que celle qui résulte de l'inégalité de la Gravité du Satellite & de la Planete principale vers le Soleil , ou de ce qu'elles n'agissent pas en lignes paralleles. Si nous supposons ces Corps se mouvoir autour de leur Centre commun de Gravité , tandis qu'il seroit lui-même emporté autour du Soleil , ou si on supposoit que les Orbites fussent elliptiques , on trouveroit toujours les conclusions d'accord avec celles que ce grand homme à déduites par un moyen plus court.



CHAPITRE VI.

De la Figure de la Terre, & de la Précession des Equinoxes.

1. **S**I la Terre étoit fluide & n'avoit point de mouvement sur son Axe, la Gravitation égale de ses parties l'une vers l'autre lui donneroit une figure exactement sphérique, les Colonnes de la Surface au Centre se soutenant mutuellement l'une l'autre à hauteurs égales. Mais à cause de la Rotation diurne de la Terre sur son Axe, la Gravité des parties sous l'Equateur est diminuée par la Force Centrifuge produite par cette Rotation; la Gravité des parties de l'un ou de l'autre côté de l'Equateur est moins diminuée à mesure que la vitesse de Rotation est moindre, & que la Force Centrifuge qui en résulte agit moins directement contre la Gravité de ces parties; enfin la Gravité sous les Poles n'est point du tout affectée par la Rotation. L'Equilibre qui étoit supposé parmi ses parties ne subsistera donc plus dans une Figure Sphérique, mais sera détruit par l'inégalité de leur Gravitation jusqu'à ce que l'Eau s'élève sous l'Equateur & s'abaisse sous les Poles, en sorte qu'une plus grande hauteur sous l'Equateur compense l'excès de Gravité sous les Poles; en sorte qu'en prenant une hauteur moyenne dans les lieux intermédiaires, toute la Terre devienne de la forme d'un Sphéroïde applati, dont le Diamètre sous l'Equateur soit la Ligne la plus grande, & l'Axe la moindre, de toutes celles qui pourront passer par le Centre.

2. Si la Gravité d'un Corps sous l'Equateur étoit détruite, le mouvement de Rotation le feroit échapper
par

par une Tangente à la Terre; & en se mouvant suivant la Tangente, il s'éleveroit, dans une seconde de tems, au-dessus du Corps Sphérique de la Terre, autant qu'une extrémité de l'Arc que les Corps y décrivent, dans une seconde, s'abaisse au-dessous de la Tangente, tirée à l'autre extrémité: on a trouvé que cet Espace étoit d'environ 7, 54 lignes, mesure de France. L'effet de la Force Centrifuge des Corps à l'Equateur, dans une seconde de tems, est proportionnel à cet Espace. L'effet de la Force Centrifuge à un lieu quelconque éloigné de l'Equateur, par exemple à Paris, est moindre pour les raisons ci-dessus mentionnées, & on trouve par le calcul qu'elle n'y pourroit produire qu'un mouvement de 3, 267 lignes, dans une seconde. Ajoutez à cela l'Espace que l'on a découvert, par diverses expériences, que les Corps parcourent en conséquence de leur Gravité à Paris; sçavoir, 15 pieds 1 ponce & 2 lignes, & la somme 2177, 267 lignes exprimera l'Espace que les Corps parcourroient par leur Gravité, dans une seconde de tems, s'il n'y avoit point de Force Centrifuge. En comparant cette quantité avec l'effet de la Force Centrifuge sous l'Equateur, dans le même - tems, nous trouverons que cette Force y est la $\frac{1}{289}$ partie de la Puissance de la Gravité, parce que 7, 54 est à 2177, 267, comme 1 à 289.

3. De-là il suit qu'un Corps sous l'Equateur perd au moins $\frac{1}{289}$ de sa Gravité; & que l'Equateur doit être pour le moins $\frac{1}{289}$ plus élevé que les Poles. Mais comme les parties de l'Equateur perdent toujours de leur Gravité, à mesure qu'elles s'éloignent du Centre de la Terre, & que le cours régulier de la Gravité est altéré par le changement de Figure, ce n'est pas-là la vraie Proportion de la hauteur de la Terre sous l'Equateur, à sa hauteur sous les Poles.

Le Chevalier Newton avoit tant de sagacité qu'il

ne manquoit jamais de trouver quelque expédient qui pût le mettre en état de déterminer ce qu'il cherchoit, exactement, ou du moins sans s'écarter que bien peu de la vérité. Afin donc de procéder avec succès dans ces recherches si fertiles en difficultés, il suppose, comme une hypothèse, que l'Axe de la Terre est au Diamètre de l'Équateur, comme 100 à 101; il détermine de-là qu'elle doit être la Force Centrifuge sous l'Équateur, afin que la Terre puisse prendre une telle forme, & il trouve qu'elle devoit être $\frac{4}{505}$ de la Gravité, & que par conséquent elle excéderoit la Force Centrifuge actuelle, qui n'est que $\frac{1}{150}$ de la Gravité. Par la règle de Proportion, il dit, que si une Force Centrifuge égale à $\frac{4}{505}$ de la Gravité rendoit la Terre plus élevée sous l'Équateur que sous les Poles de $\frac{1}{100}$ de la hauteur entière sous les Poles, une Force Centrifuge, qui est la $\frac{1}{150}$ partie de la Gravité, la rendroit plus élevée d'une quantité proportionnelle, qu'on trouve par le calcul $\frac{1}{229}$ de la hauteur sous les Poles; ainsi notre Auteur découvre que le Diamètre à l'Équateur est au Diamètre aux Poles, ou à l'Axe, comme 230 à 229 (a).

4. Dans ce calcul, on suppose la Terre d'une densité uniforme par tout; mais si elle est plus dense près du Centre, les Corps seront alors plus attirés sous les Poles par ce surcroît de matière, parce qu'ils en seront plus près; & pour cette raison, l'excès du demi-Diamètre de l'Équateur sur la moitié de l'Axe sera différent. Ce que nous avons dit d'une Terre supposée fluide doit aussi s'appliquer à la Terre telle qu'elle

* On sçait combien cette Théorie se trouve d'accord avec les Observations des célèbres Académiciens, qui ont été envoyés par le Roi jusqu'au fonds du Nord, pour terminer cette fameuse Question de la Figure de la Terre; ils ont seulement trouvé que le Diamètre de l'Equa-

teur avoit une plus grande proportion à l'Axe de la Terre que celle qui résulte du Calcul de M. Newton. L'accélération du Pendule vers le Pole est aussi un peu plus grande que ce Grand-Homme ne l'avoit déterminée.

est actuellement; car si elle n'avoit pas cette figure dans ses parties solides, mais qu'elle fut Sphérique, l'Océan se répandroit sur toutes les Régions de l'Equateur, & laisseroit les Régions Polaires élevées plusieurs milles au-dessus du niveau de la Mer; au lieu que nous trouvons que les unes ne sont pas plus élevées au-dessus du niveau de l'Océan, que les autres.

5. La Planete de Jupiter fait sa Révolution sur son Axe avec beaucoup plus de rapidité que notre Terre, & finit sa Rotation diurne en moins de dix heures. La densité de cette Planete est aussi moindre, & par conséquent, sa Figure differe plus d'une Sphere que celle de la Terre, & son Diamètre à l'Equateur excède son Axe en plus grande proportion. Leur différence est si sensible qu'on trouve, par les Observations des Astronomes, qu'ils sont l'un à l'autre comme 13 est à 12.

6. La diminution de la Gravité des Poles vers l'Equateur, est très-manifeste par le mouvement des Pendules. Un Pendule qui oscille en une seconde dans les Régions Septentrionales, lorsqu'il est transporté sous l'Equateur, se meut toujours trop lentement, & doit nécessairement être accourci pour osciller exactement dans une seconde. On conclut de-là que la Gravité y est moindre; & cette Observation confirme le mouvement diurne de la Terre &, en même-tems, sa Figure Sphéroïde aplatie. C'est aussi une conséquence de cette Figure de la Terre, que les degrés dans un Méridien doivent augmenter de l'Equateur aux Poles; mais la différence est si petite, qu'elle ne peut être découverte par l'Observation, que dans des Latitudes qui diffèrent considérablement l'une de l'autre; & la variation des degrés qui sont près les uns des autres paroît, par les calculs de notre Auteur, incomparablement moins propres à faire juger de la Figure de la Terre, que le mouvement des Pendules, dont la moindre variation devient très-sensible, dans un grand nombre de vibrations.

7. Quelques personnes se sont imaginées que la lenteur des Pendules, sous l'Equateur, pouvoit être causée par la chaleur, en ce qu'elle augmente la longueur de la verge du Pendule : mais le Chevalier Newton a démontré que cela ne pouvoit produire qu'une très-petite partie de l'effet. M. Richer, qui faisoit ses Observations avec grand soin, trouva qu'un Pendule qui oscilloit dans une seconde de tems, à l'Isle Cayenne, étoit plus court d'une ligne & un quart que celui qui faisoit ses vibrations à Paris dans le même-tems. M. Newton, fondé sur de bonnes raisons, pense qu'on doit attribuer à l'effet de la chaleur, une différence de la sixième partie d'une ligne ; & la soustrayant de la différence observée par M. Richer, le reste, 1 ligne & $\frac{1}{2}$ de ligne est la différence due à la diminution de la Gravité, ce qui est très-conforme à ce que notre Auteur déduit de sa Théorie. Cette Observation s'accorde avec cette même Théorie, à compter dix-sept milles pour l'excès de la hauteur de la Terre à l'Equateur, sur sa hauteur aux Poles.

8. M. Newton a expliqué la Précession des Equinoxes par la Figure Sphéroïde aplatie de la Terre. On suppose communément que tandis que la Terre se meut dans son Orbite autour du Soleil, son Axe continue d'être parallèle à lui-même, en sorte qu'il forme avec l'Ecliptique un Angle invariable d'environ $66\frac{1}{2}$ degrés : d'où il suit que le Plan de l'Equateur est incliné à l'Ecliptique d'un Angle de $23\frac{1}{2}$ degrés, & que prolongé il passe par le Centre du Soleil, deux fois seulement dans chaque Révolution. Les Points des Cieux, où le Centre du Soleil paroît être dans ces deux cas, sont appellés les Points Equinoxiaux. Dans toutes autres parties de la Terre, le Soleil est de l'un des côtes du Plan de l'Equateur, c'est-à-dire, au Nord de ce Plan durant la moitié de l'année en Eté, & au Midi pendant l'autre moitié en Hyver. Ces Points Equinoxiaux

ne sont pas fixes dans les Cieux, mais ils ont un Mouvement lent d'Orient en Occident, parmi les Etoiles; d'environ 50'' dans une année; & de-là il suit que l'intervalle du tems entre un Equinoxe & le retour de ce même Equinoxe, dans la Révolution suivante de la Terre, que les Astronomes appellent l'année Tropicque, est de quelques minutes plus court que l'Année Périodique, ou le tems dans lequel la Terre fait sa Révolution d'un Point de son Orbite, jusqu'à ce qu'elle retourne de nouveau à ce même Point; & parce que le Mouvement rétrograde des Points Equinoxiaux, avance ainsi le tems de chaque Equinoxe, un peu plutôt qu'il ne seroit arrivé sans cela, on appelle ce Phénomene la Précession des Equinoxes. Les Philosophes qui soutenoient le Systême de Ptolomée attribuerent ce Mouvement aux Etoiles fixes; & suivant leur coûtume, ils ne firent pas scrupule d'imaginer une Sphere pour cet effet, qu'ils supposèrent tourner d'un Mouvement très-lent sur les Poles de l'Ecliptique, & emporter avec elle toutes les Etoiles fixes; au lieu que ce Phénomene s'explique par un mouvement rétrograde des Nœuds de l'Equateur & de l'Ecliptique, semblable au Mouvement des Nœuds de l'Orbite de la Lune.

On a fait voir ci-dessus comment l'action du Soleil produit le Mouvement rétrograde des Nœuds de la Lune; & il suit des mêmes principes, que si une Planete faisoit sa Révolution autour de la Terre près de sa Surface dans le Plan de l'Equateur, ses Nœuds rétrograderont aussi, quoique plus lentement que ceux de la Lune, à proportion que sa distance au Centre de la Terre seroit moindre que celle de la Lune. Supposons que le nombre de ces Planetes soit augmenté jusqu'à ce qu'elles se touchent l'une l'autre, & forment un anneau dans l'Equateur, les Nœuds de cet anneau rétrograderont de la même maniere que les Nœuds de l'Orbite de chacune de ces Planetes en particulier. Sup-

posons alors que cet anneau soit adhérent à la Terre ; ses Nœuds rétrograderont toujours, mais d'un mouvement beaucoup plus lent, parce que l'Anneau devroit mouvoir toute la Terre à laquelle il est supposé adhérent. L'élévation des parties de l'Equateur de la Terre a le même effet qu'auroit cet Anneau ; seulement le mouvement des Nœuds de l'Equateur, ou des Points Equinoxiaux, est plus lent, parce que les parties accumulées de la Terre, qui l'empêchent d'être d'une Figure Sphérique, sont répandues sur sa Surface, & ont un effet moindre que si elles étoient rassemblées dans le Plan de l'Equateur, sous la forme d'un Anneau. La Lune a une plus grande force sur cet Anneau que le Soleil, parce qu'elle est beaucoup moins éloignée de la Terre ; & ils contribuent l'un & l'autre à produire le mouvement rétrograde des Points Equinoxiaux : le mouvement cependant qu'ils produisent est si lent ; que ces Points n'emploieront pas moins de 25 000 ans, à finir une Révolution. Notre Auteur a déterminé la quantité de ce mouvement par ses causes, & le résultat de sa Théorie est parfaitement d'accord avec les Observations des Astronomes.

Il y a un autre effet de l'action du Soleil & de la Lune sur cet Anneau, qui est trop peu considérable pour être sensible dans les Observations Astronomiques : c'est-à-dire que l'inclinaison de l'Anneau à l'Ecliptique diminue & augmente alternativement, deux fois chaque année.



CHAPITRE VII.

Du Flux & Réflux de la Mer.

C'E n'est pas seulement dans les mouvemens des Corps célestes que les effets de leur Gravitation mutuelle se manifestent , car nous allons maintenant faire voir qu'un Phénomene qui se passe sur la Terre , & qui est connu de tout le Monde , provient du même Principe ; je veux dire le Flux & Réflux de la Mer , dont la solution étoit devenue par le peu de succès de ceux qui l'avoient tentée avant M. le Chevalier Newton , le sujet d'un reproche continuel à la Philosophie. Mais il a pleinement & évidemment expliqué ce Phénomene , par les Gravitations inégales des parties de la Terre vers le Soleil & la Lune. Comme cette question est très-fameuse , il sera fort à propos d'insister au long sur la maniere de la résoudre.

Il est évident que si la Terre étoit entièrement fluide & en repos , ses parties par leur Gravitation les unes vers les autres formeroient d'elles-mêmes une Sphere exacte. Supposons maintenant que quelque Puissance agisse sur toutes les parties de cette Terre , avec une Force égale & dans des directions paralleles , toute la masse sera mue par une telle Puissance , mais sa Figure ne souffrira par là aucune altération ; parce que toutes les parties étant également mues par cette Puissance en lignes paralleles , elles conserveront la même situation les unes respectivement aux autres , & formeront toujours une Sphere , dont le Centre aura le même mouvement que chaque partie. Car de même qu'une goutte d'Eau , tandis qu'elle tombe vers la Terre , retient sa Figure sphérique , & que la situation des

Corps dans un Vaisseau , qui avance d'un mouvement uniforme , n'est pas affectée par un mouvement commun au Vaisseau & à tous les Corps qu'il contient ; ainsi la situation des parties de la Terre , les unes respectivement aux autres , ne peut être affectée par aucune Puissance qui agisse avec la même Force , & dans la même direction , sur chaque partie en particulier , & qui leur imprime à toutes le même mouvement.

Nous avons déjà démontré que les parties de la Terre gravitent vers la Lune , & que si la Gravitation étoit par tout la même & agissoit dans la même direction , elle n'auroit point d'effet sur la Figure de la Terre ; ensuite que si le mouvement de ce Globe autour du Centre commun de Gravité de son Système particulier étoit détruit , & que la Terre fut abandonnée à l'influence de sa Gravitation vers la Lune , alors tombant vers cette Planete ; elle retiendrait sa Figure Sphérique , toutes ses parties étant également emportées , & conservant par conséquent la même situation les unes respectivement aux autres.

Mais les actions de la Lune sur différentes parties de la Terre sont inégales ; car suivant la Loi générale , les parties les plus proches de la Lune sont les plus attirées , & celles qui en sont les plus éloignées éprouvent moins l'action de cette Planete : Enfin celles qui sont à une distance moyenne sont attirées avec un degré de force moyen. Cette Puissance n'agit pas non plus sur toutes les parties en lignes parallèles , mais suivant des lignes dirigées vers le Centre de la Lune : & pour toutes ces raisons la Figure Sphérique de la Terre doit souffrir quelque changement par l'action de la Lune.

Supposons que la Terre tombe vers la Lune comme auparavant , & faisons abstraction de la Gravitation mutuelle de ses parties les unes vers les autres , aussi bien que de leur cohésion. On comprendra alors aisément que les parties les plus proches de la Lune tomberoient avec

une

une plus grande vitesse, étant plus fortement attirées, & qu'elles laisseroient en arriere le Centre ou le plus grand volume de la Terre dans leur chute; tandis que les parties les plus éloignées tomberoient d'un mouvement plus lent, étant moins attirées que le reste, & seroient laissées un peu en arriere par le principal volume de la Terre, en sorte qu'elles se trouveroient à une plus grande distance de son Centre qu'au commencement du mouvement. D'où il est manifeste que la Terre perdroit bientôt sa Figure sphérique, & deviendrait un Sphéroïde oblong, dont le plus long Diametre seroit dirigé au Centre de la Lune. Si les parties de la Terre ne gravitoient pas les unes vers les autres, mais seulement vers la Lune, les distances entre les parties de la Terre supposées les plus près de la Lune, & les parties centrales, augmenteroient continuellement à cause de la plus grande vitesse des premières dans leur chute; & la distance entre les parties centrales, & celles qui sont les plus éloignées de la Lune, augmenteroit aussi continuellement en même tems, celles-ci étant laissées en arriere parce qu'elles ne suivroient les autres qu'avec une vitesse moindre. Ainsi la Figure de la Terre deviendrait oblongue de plus en plus, celui de ses Diametres qui tendroit vers la Lune augmentant continuellement.

Mais ce n'est pas là la seule raison pourquoi la Terre prendroit bientôt une forme Sphéroïde oblongue, si rien n'empêchoit ses parties de tomber librement par leur Gravité vers le Centre de la Lune. Les parties latérales de la Terre (c'est-à-dire celles qui sont à la distance d'un quart de Cercle du Point qui est directement au-dessous de la Lune) & les parties centrales descendant avec des vitesses égales, vers le même Point, savoir le Centre de la Lune, s'approcheroient aussi en même tems les unes des autres, & leur distance devenant moindre, les Diametres de la Terre qui les traversent

diminueroient aussi ; en sorte que le Diametre dirigé vers la Lune augmenteroit, & les Diametres perpendiculaires à la ligne qui joint les Centres de la Terre & de la Lune diminueroient en même tems, & rendroient par cette raison la Figure du Globe terrestre encore plus oblongue.

Considérons maintenant que les parties de la Terre gravitent vers son Centre ; & comme cette Gravitation excède considérablement l'action de la Lune, & surpasse encore beaucoup plus les différences de ses actions sur les diverses parties de la Terre, l'effet qui résultera des inégalités de ces actions de la Lune, ne sera qu'une légère diminution de la Gravité de ces parties de la Terre, qu'elle s'efforçoit dans notre première supposition de séparer du Centre de ce Globe, & une petite addition à la Gravité des parties qu'elle tendoit à approcher de ce même Centre ; c'est-à-dire les parties de la Terre qui sont les plus proches de la Lune, & celles qui en sont les plus éloignées, auront leur Gravité vers le Centre de la Terre quelque peu diminuée ; au lieu que celle des parties latérales sera augmentée. D'où il suit que si la Terre étoit supposée fluide les Colonnes du Centre aux parties les plus proches & les plus éloignées s'élèveroient, jusqu'à ce que, par leur plus grande hauteur, elles fussent en état de contrebalancer les autres Colonnes, dont la Gravité ne seroit pas autant diminuée, ou même seroit augmentée par les inégalités de l'action de la Lune ; & ainsi la Figure de la Terre supposée fluide seroit encore un Sphéroïde oblong.

Nous avons supposé jusqu'ici que la Terre tombe vers la Lune par sa Gravité. Considérons maintenant la Terre comme projetée dans quelque direction, en sorte qu'elle se meuve autour du Centre de Gravité de son Système : il est manifeste que chaque partie, par sa Gravité vers la Lune, s'efforcera de s'écarter autant de

la Tangente , à chaque instant , que s'il étoit libre à la Terre de tomber vers la Lune ; de la même manière que tout Projectile , à notre Globe, s'écarte de la ligne de Projection autant qu'il tomberoit par sa Gravité suivant la perpendiculaire en tems égal. Donc les parties de la Terre les plus proches de la Lune s'efforceront de s'écarter le plus de la Tangente, & celles qui sont les plus éloignées de cette Planete tendront à s'écarter de la Tangente, moins que toutes les autres parties de la Terre ; & par conséquent la Figure de ce Globe sera la même que s'il tomboit librement vers la Lune c'est-à-dire, la Terre affectera toujours une Figure sphéroïdale ayant son plus long Diametre dirigé vers la Lune.

On doit remarquer ici avec beaucoup de soin que ce n'est pas l'action de la Lune , mais les inégalités de cette action , qui produisent quelque changement dans la Figure de la Terre ; & que si cette action étoit la même dans toutes les parties que dans celles qui sont au Centre, & si elle produisoit son effet dans la même direction, il ne s'ensuivroit aucun changement. C'est pourquoi M. Newton , pour expliquer ce Phénomene, conçoit d'abord l'Attraction des parties centrales répandue avec une Force égale sur toutes les parties , dans la même direction , & ensuite il regarde les inégalités, comme l'effet d'une Puissance ajoutée de surcroît, & dirigée vers la Lune lorsqu'il y a un excès, & dans une ligne opposée lorsqu'il y a un défaut, dans l'Attraction des parties, comparée avec celle des parties centrales : car de cette manière dans le premier cas où l'attraction excède celle des parties centrales, elle sera exprimée par la somme de ces deux Forces , dont au contraire la différence exprimera cette même Attraction, dans le second cas , où elle est moindre que celles des parties centrales. Et lorsque les effets de ces Puissances sont considérés en tant qu'ils affectent la Figu-

re de la Terre , il est manifeste qu'ils doivent produire un Sphéroïde oblong , tel que nous nous l'avons décrit; la Force de surcroît tirant vers la Lune les parties qui sont les plus près d'elle, & par conséquent les éloignant du Centre de la Terre , tandis qu'elle tire dans une direction opposée les parties qui sont les plus éloignées de la Lune , & par conséquent les écarte aussi du Centre du Globe Terrestre.

L'action de la Lune sur les parties latérales se décompose en deux , l'une égale & parallèle dans sa direction à son action sur les parties centrales , & l'autre dirigée de ces parties latérales vers le Centre de la Terre. La première ne peut avoir d'effet sur la Figure de ce Globe , étant considérée comme commune à toutes les parties , & par conséquent elle doit être négligée dans cette recherche ; c'est l'autre qui ajoute à la Gravité des parties latérales vers le Centre de la Terre , & en ajoutant au poids des Colonnes latérales, elle leur fait soutenir les autres Colonnes quoique plus élevées, mais dont la Gravité est diminuée par l'action de la Lune : & la Puissance qui altère la Figure sphérique doit être estimée comme la somme de deux Puissances , celle qui est ajoutée à la Gravité des parties latérales , & celle qui est retranchée de la Gravité des autres.

Nous avons jusqu'ici fait abstraction du mouvement de la Terre sur son Axe : mais on doit aussi y avoir égard afin de connoître l'effet réel des actions de la Lune sur la Mer. Si ce n'étoit ce mouvement , le plus long Diametre de la Figure sphéroïde , que la Terre prendroit , seroit dirigé au Centre de la Lune ; mais , à cause du mouvement de toute la masse de la Terre sur son Axe d'Occident en Orient , la partie la plus élevée de l'Eau ne répond plus précisément à la Lune , mais elle est emportée au-delà de ce Globe vers l'Orient dans la direction de la Rotation.

L'Eau continue de s'élever après qu'elle a passé directement sous la Lune, quoique l'action immédiate de cette Planete commence alors à diminuer, & elle ne parvient à sa plus grande élévation qu'après s'être avancée plus loin de la moitié d'un quart de Cercle. Elle continue de baisser après qu'elle a passé à 90 degrés de distance du Point qui est directement sous la Lune, quoique la Force que la Lune ajoute à sa Gravité commence alors à décroître. Car l'action de la Lune ajoute encore à sa Gravité & la fait baisser jusqu'à ce qu'elle soit avancée plus loin de la moitié d'un quart de Cercle. La plus grande élévation, donc, n'est pas dans les Points qui sont dans une même ligne avec les Centres de la Terre & de la Lune, mais à environ la moitié d'un quart de Cercle à l'Orient de ces Points dans la direction du mouvement de Rotation.

Ainsi il paroît que la figure Sphéroïde, que la Terre prendroit, si elle étoit fluide, seroit située de sorte que le plus long Diamètre se dirigeroit à l'Orient de la Lune, ou que la Lune seroit toujours à l'Occident du Méridien des parties les plus élevées. Supposons maintenant une Isle dans ce Fluide, elle s'approchera, dans chaque Révolution, des parties élevées de ce Sphéroïde, & l'Eau montera nécessairement deux fois chaque jour Lunaire sur le rivage de cette Isle; & le tems de la plus grande hauteur de l'Eau sera lorsque l'Isle s'approchera de ces parties élevées, c'est-à-dire, lorsqu'elle aura passé à l'Orient de la Lune, ou lorsque la Lune se trouvera à quelque Distance à l'Occident du Méridien.

Nous n'avons examiné jusqu'ici que l'action de la Lune; mais il est évident que, pour les mêmes raisons, l'inégalité de l'action du Soleil sur les différentes parties de la Terre produiroit un effet semblable, & causeroit seule une pareille altération dans la figure Sphérique d'un Globe supposé fluide. A la vérité l'effet du Soleil,

à cause de sa distance immense, doit être considérablement moindre, quoique la Gravité vers le Soleil soit beaucoup plus grande. Car ce ne sont pas leurs actions, mais seulement les inégalités des actions de chacun de ces Corps, qui ont quelque effet, comme nous l'avons souvent remarqué. La distance du Soleil est si grande, que le diamètre de la Terre est comme un Point respectivement à cette distance, & la différence entre les actions du Soleil sur les parties les plus proches & les plus éloignées devient, par-là, beaucoup moindre qu'elle ne seroit si le Soleil étoit aussi près de nous que la Lune, dont la distance est d'environ 30 Diamètres de la Terre. C'est ainsi que l'inégalité de l'action de la Terre sur les parties d'une goutte d'eau est absolument insensible, parce que le Diamètre de de la goutte est une quantité qui s'évanouit, comparée avec sa distance au Centre de la Terre.

Cependant le Volume immense du Soleil rend son effet encore sensible à une distance si considérable; & par conséquent, quoique le Flux & Reflux soit principalement dû à l'action de la Lune, celle du Soleil y ajoute sensiblement, lorsque ces Puissances agissent ensemble de concert, comme dans la nouvelle & pleine Lune, tems auquel ces deux Globes se trouvent à peu près dans la même Ligne avec le Centre de la Terre, & par conséquent unissent leurs Forces; de sorte que les Marées sont alors les plus grandes, & c'est ce qu'on appelle les *Vives-eaux* ou *Reverberdies*. L'action du Soleil diminue l'effet de l'action de la Lune dans les Quadratures, parce que l'une, dans ce cas, élève l'eau, tandis que l'autre l'abaisse; & par conséquent, les Marées sont alors les moindres, & nous les appelons *Mortes-eaux*. Quoiqu'à parler exactement, les Vives-eaux & les Mortes-eaux ne doivent arriver que quelque tems après, parce qu'il en est de ce cas, comme de tous les autres

où nous avons remarqué que l'effet n'est pas le plus grand ou le moindre, lorsque l'influence immédiate de la cause est la plus grande ou la moindre. De même que la plus grande chaleur, par exemple, n'est pas au jour du Solstice, où l'action immédiate du Soleil est la plus forte, mais quelque tems après.

Pour qu'on puisse entendre cela plus clairement, on n'a qu'à faire attention, que quoique les actions du Soleil & de la Lune vinssent à cesser à ce moment, cependant les Marées continueroient d'avoir leur cours pendant quelque-tems: car l'Eau parvenue à sa plus grande hauteur, retomberoit ensuite, & se répandroit sur les parties plus basses, jusqu'à ce que, par ce mouvement de descente, étant accumulée à une trop grande hauteur, elle revint nécessairement de nouveau à son premier état; quoique cependant son élévation diminueroit de plus en plus, par la résistance qui résulteroit du frottement de ses parties. Ainsi on la verroit quelque tems dans une agitation semblable à celle où elle est actuellement. Les Vagues de la Mer qui persistent après que la tempête a cessé, & presque tous les mouvemens qui peuvent se produire dans un fluide, confirment ce que nous venons de remarquer.

L'élévation de l'Eau ne répond pas toujours à la même situation de la Lune, mais elle arrive quelquefois plutôt, quelquefois plus tard que si la Lune agissoit seule sur la Mer. Ce Phénomene vient de l'action du Soleil qui élève plutôt l'Eau, lorsque le Soleil seul produiroit un Flux & Reflux avant la Lune, comme il le feroit manifestement dans la première & troisième Quadratures: & cette même action retarde un peu le tems de l'élévation de l'Eau, lorsque le Soleil produiroit seul un Flux & Reflux plus tard que la Lune, comme dans la seconde & dernière Quadratures. Les différentes distances de la Lune à la Terre produisent pareillement une variation sensible dans les Marées. Lorsque la Lune appro-

che de la Terre, son action sur chaque partie augmente, & les différences de cette action, desquelles dépendent les Marées augmentent aussi. Car son action augmente comme les Quarrés des distances diminuent; & quoique les différences des distances elles-mêmes soient égales, il y a cependant une plus grande disproportion entre les Quarrés des moindres quantités, qu'entre ceux des plus grandes. Car, par exemple, 3 excède 2 autant que 2 surpasse 1; mais le Quarré de 2 est quadruple du Quarré de 1, tandis que le Quarré de 3 (c'est-à-dire 9) est un peu plus que le double du Quarré de 2 (qui est 4). Ainsi il paroît que la Lune s'approchant de la Terre, son action sur les parties les plus proches augmente plus vite que celle sur les parties éloignées, & que les Marées par conséquent augmentent en plus grande proportion que ne diminuent les distances de la Lune. M. Newton fait voir que les Marées augmentent à proportion que les Cubes des distances diminuent, en sorte que la Lune, à la moitié de sa distance actuelle, produiroit un Flux & Reflux huit fois plus grand. La Lune décrit une Ellipse autour de la Terre, & dans sa moindre distance produit un Flux & Reflux sensiblement plus considérable qu'à sa plus grande distance de la Terre: de-là vient que deux grandes Reverdies ne se succèdent jamais l'une l'autre immédiatement; car si la Lune est à sa moindre distance de la Terre, à son renouvellement, elle doit être à sa plus grande distance, à son plein, ayant fini, dans le tems intermédiaire, la moitié d'une Révolution; par conséquent les Vives-eaux seront beaucoup moins considérables qu'elles n'étoient à la nouvelle Lune: & par la même raison, si de grandes Vives-eaux arrivent au tems de la pleine Lune, le Flux & Reflux au changement de Lune suivant sera moindre.

Il est manifeste que si le Soleil ou la Lune étoient au Pole, ils n'auroient point d'effet sur les Marées,

car

car leur action élèveroit toute l'Eau sous l'Equateur à la même hauteur ; & un lieu quelconque de la Terre , en décrivant son Parallele à l'Equateur , ne rencontreroit dans sa course , aucune partie de l'Eau plus élevée qu'une autre ; ensorte qu'il n'y auroit de Flux & Reflux nulle part. L'effet du Soleil ou de la Lune est le plus grand , lorsqu'ils sont à l'Equateur ; car alors l'Axe de la Figure Sphéroïde , résultante de leur action , se meut dans le plus grand Cercle , & l'Eau se trouve dans la plus grande agitation ; c'est pour cela que les Vives-Eaux qui arrivent , lorsque le Soleil & la Lune sont l'un & l'autre dans l'Equateur , sont les plus considérables de toutes , & que les Mortes-Eaux sont les moindres environ ce tems-là. Mais les Marées produites , lorsque le Soleil est à l'un des Tropiques & la Lune dans ses Quadratures , sont plus grandes que celles qui arrivent , lorsque le Soleil est à l'Equateur & la Lune dans ses Quadratures ; parce que dans le premier cas la Lune est à l'Equateur & dans le dernier elle est à l'un des Tropiques ; & le Flux & Reflux dépendant plus de l'action de la Lune que de celle du Soleil , est par conséquent le plus considérable lorsque l'action de la Lune est la plus grande : cependant parce que le Soleil est plus près de la Terre en Hyver qu'en Été , il suit de-là que les plus grandes Reverdies arrivent après l'Equinoxe d'Automne & avant celui du Printems.

Lorsque la Lune décline de l'Equateur vers l'un des deux Poles , l'une des plus grandes élévations de l'Eau suit la Lune , & parcourt à peu près , sur la Surface de la Terre , le Parallele qui répond à celui que la Lune paroît parcourir à cause du mouvement diurne : & la plus grande , élévation opposée , étant aux Antipodes de la première , doit parcourir un Parallele aussi éloigné de l'autre côté de l'Equateur ; ensorte que tandis que l'une se meut au Nord de l'Equateur , l'autre se meut au Midi à la même distance. Maintenant la plus grande

élévation, qui se meut du même côté de l'Equateur qu'un lieu donné, sera plus près de ce lieu que l'élévation opposée, qui se meut dans un Parallele de l'autre côté de l'Equateur; & par conséquent si un lieu est du même côté de l'Equateur que la Lune, le Flux & Reflux du jour ou celui qui est produit pendant que la Lune est au-dessus de l'Horizon de ce lieu, excédera le Flux & Reflux de la Nuit, ou celui qui arrive tandis que la Lune est sous l'Horizon de ce même lieu. C'est le contraire si la Lune est d'un côté, & le lieu proposé de l'autre côté de l'Equateur; car alors l'élévation qui est opposée à la Lune se meut du même côté de l'Equateur que le lieu en question, & par conséquent en fera plus près que l'autre élévation. Cette différence sera la plus grande, lorsque le Soleil & la Lune se trouvent l'un & l'autre dans les Tropiques; parce que les deux élévations parcourent dans ce cas les deux Cercles paralleles les plus éloignés de tous ceux qu'elles puissent parcourir. Ainsi on trouve, par l'Observation, que les Marées du Soir en Eté excèdent celles du Matin, & que celles du Matin en Hyver surpassent celles du Soir. On a remarqué que la différence à *Bristol* alloit à quinze pouces, à *Plimouth* à un pied. Elle seroit encore plus grande si ce n'étoit qu'un Fluide retient toujours quelque tems le mouvement qui lui est imprimé; enforte que les Marées précédentes affectent toujours celles qui les suivent*.

* Voyez, la Fig. 71. (de M. Newton) dans laquelle le Sphéroïde PApE représente la Terre, P p les Poles, AE l'Equateur, F un lieu quelconque qui ne soit pas dans l'Equateur, Ff son Parallele, Dd un Parallele de l'autre côté de l'Equateur, L le lieu de la Lune trois heures auparavant, H le lieu de la Terre auquel L est vertical, & h le lieu opposé, Kk, lieux distans de 90° des

deux précédens. Alors CH & Ch mesureront les plus grandes élévations de l'Eau, & CK, Ck les moindres. CF, Cf, CD, Cd seront les élévations en F, f, D, d. Et si NM est un Cercle du Sphéroïde, rencontrant l'Equateur & les Paralleles en S, R, T, CN sera l'élévation de l'Eau en S, R, T, ou tous autres lieux dans le Cercle NM. Les plus hautes Marées à un lieu quel-

Les Phénomènes des lieux particuliers s'accordent avec ces Observations générales, si on y a égard à la situation & à l'étendue des Mers & des Rivages. On a toujours remarqué que les Marées suivent le mouvement de la Lune, les Eaux de l'Océan s'élevant deux fois, pendant le tems qui s'écoule entre deux passages successifs de cette Planete par le Méridien d'un lieu donné; ce tems excède un jour Solaire d'environ trois quarts d'heure, parce que la Lune, par son mouvement propre, retarde d'autant son retour au Méridien de ce même lieu. Ce que nous avons dit des effets de l'action du Soleil, qui augmentent ou diminuent ceux de l'action de la Lune, de la maniere qui a été expliquée, se trouve parfaitement d'accord avec l'Observation constante, & les Marées produites dans les lieux qui sont sur un Océan vaste & profond, où l'Eau peut aisément suivre les influences du Soleil & de la Lune, confirment cette Théorie.

Pour que les Marées puissent avoir leur Mouvement libre, l'Océan dans lequel elles sont produites doit être étendu d'Orient en Occident de 90° , ou d'un quart de Cercle de la Terre au moins; parce que les lieux où la Lune élève & abaisse les plus le Eaux sont à cette distance l'un de l'autre. Il paroît delà que ce n'est que dans les grands Océans que de telles Marées peuvent être produites, & pourquoi dans la Mer pacifique elles excèdent celles de l'Océan Atlantique. On voit aussi évidemment pourquoi les Marées ne sont pas si considérables dans la Zone Torride, entre l'Afrique & l'Amérique, où l'Océan est plus resserré,

conque F arrivent en F & f trois heures après le passage de la Lune par le Méridien, au-dessus ou au-dessous de l'Horizon; & les plus basses en Q trois heures après son coucher ou son Lever. Et si F & L sont du même côté de l'Equateur, le Flux du jour s'élèvera plus haut

que celui de la nuit, CF étant plus grande que Cf. C'est le contraire, lorsque la déclinaison de la Lune & la Latitude d'un lieu D sont de dénominations opposées, l'une du Nord & l'autre du Midi; parce que alors CD excède Cd.

que dans les Zones tempérées; on peut encore comprendre par là pourquoi le Flux & Reflux est si petit dans les Isles qui sont très-éloignées des Rivages. Il est manifeste que, dans l'Océan Atlantique, l'Eau ne peut s'élever sur un Rivage qu'elle ne descende sur l'autre; en sorte que, dans les Isles à une distance intermédiaire, elle doit persister à peu près à une hauteur moyenne entre son élévation sur l'un & sur l'autre Rivage.

Lorsque les Marées traversent les Bancs de sable & s'écoulent par les détroits dans les Golpes & les Bayes, leur mouvement devient plus variable, & leur hauteur dépend d'un grand nombre de circonstances. Le Flux & Reflux produit sur les Côtes Occidentales d'Europe, dans l'Océan Atlantique, correspond à la situation de la Lune que nous avons exposée ci-dessus. Ainsi l'Eau parvient à sa plus grande élévation sur les Côtes d'Espagne, de Portugal, & sur celles de l'Occident d'Irlande, environ trois heures après le passage de la Lune par le Méridien. De là elle s'écoule par les Détroits adjacens où elle trouve le moins de résistance. Un Courant, par exemple, se répand par le Midi d'Angleterre, un autre par le Nord d'Ecosse : ils employent un tems considérable à parcourir tout cet Espace, & par là l'Eau s'élève plutôt dans les lieux où ils arrivent plus promptement; & elle commence à y baisser, tandis que ces Courans avancent encore à d'autres lieux plus éloignés. Lorsqu'ils reviennent ils ne peuvent pas produire de Marées, parce que l'Eau s'écoule avec trop de rapidité, jusqu'à ce que, par un autre Flux poussé depuis le grand Océan, le retour du Courant soit arrêté, & que l'Eau commence à s'élever de nouveau. La Marée emploie douze heures à venir de l'Océan au Pont de Londres, en sorte que lorsque l'Eau y est à sa plus grande hauteur, une nouvelle Marée est déjà parvenue à son plus haut Point d'élévation dans l'Océan; & l'Eau doit être basse en même tems, dans

quelques lieux intermédiaires. Dans les Détroits & les Mers resserrées, le progrès des Marées peut-être comparé à quelques égards au mouvement des vagues de la Mer. M. Newton observe aussi que, lorsque le Flux & Reflux passe sur des Bancs de sable & se répand sur des Rivages unis, l'Eau s'élève à une plus grande hauteur que dans les Océans vastes & profonds qui ont des Bancs escarpés; parce que la Force de son mouvement ne peut être abbatue sur ces Rivages unis, que l'Eau ne s'élève à une plus grande hauteur.

Si un lieu communique à deux Océans, ou par deux différentes voies au même Océan, l'une desquelles soit un passage plus prompt & plus aisé, il peut arriver deux Marées en ce lieu en differens tems, qui, se confondant ensemble, produiront une grande variété de Phénomènes. M. Newton fait mention d'un exemple extraordinaire en ce genre qui se voit à Batsha, Port du Royaume de Tunquin dans les Indes Orientales, à 20° 50' de Latitude Septentrionale. Le jour auquel la Lune est dans l'Equateur, l'Eau y est tranquille sans aucun mouvement: dès que la Lune s'éloigne de l'Equateur, l'Eau commence à s'élever & à s'abaisser une fois par jour; & elle est haute au coucher de la Lune & basse à son lever. Ce Flux & Reflux diurne augmente pendant environ sept à huit jours, & diminue ensuite durant autant de jours, par les mêmes degrés, jusqu'à ce que ce mouvement cesse lorsque la Lune est retournée à l'Equateur. Dès qu'elle a passé l'Equateur & décline vers le Pole Méridional, l'Eau s'élève & s'abaisse de nouveau comme auparavant; mais alors les Eaux sont hautes au Lever & basses au Coucher de la Lune. M. Newton, pour expliquer ce Flux & Reflux singulier, considère que dans ce Port de Batsha il y a deux entrées, l'une par l'Océan Chinois entre le Continent & Manille, l'autre par la Mer des Indes entre le Continent & Borneo, ce qui le conduit à proposer

comme une solution du Phénomene, qu'une Marée peut arriver à Batsha par l'une de ces entrées à la troisième heure de la Lune, & une seconde par l'autre de ces entrées six heures après, à la neuvième heure de la Lune. Car lorsque ces Marées sont égales, l'une venant à fluer tandis que l'autre reflue, l'Eau doit rester tranquille, or elles sont égales lorsque la Lune est dans l'Equateur; mais aussi-tôt que la Lune commence à décliner du même côté de l'Equateur que Batsha, nous avons fait voir que le Flux & Reflux du jour devoit excéder celui de la Nuit, en sorte qu'il doit arriver à Batsha deux Marées plus grandes & deux moindres alternativement. La différence de ces deux Marées produira une agitation de l'Eau, qui s'élèvera à sa plus grande hauteur, au tems moyen entre les deux Marées les plus considérables, & s'abaissera le plus au tems moyen entre les deux moindres, en sorte que les Eaux seront hautes environ vers la sixième heure après le coucher de la Lune & basses à son lever. Lorsque la Lune se trouvera de l'autre côté de l'Equateur, le Flux & Reflux de la nuit excédera celui du jour; & par conséquent les Eaux seront hautes au lever & basses au coucher de la Lune. Les mêmes Principes serviront à expliquer les autres Marées extraordinaires, qui s'observent, suivant ce qu'on nous rapporte, dans des lieux exposés par leur situation à de pareilles irrégularités.

M. Newton ne se contente pas de ces Observations générales, mais il calcule les effets du Soleil & de la Lune sur les Marées, par leurs Puissances attractrices. L'augmentation de la Gravité des parties latérales de la Terre, produite par l'action du Soleil, est un effet semblable à l'augmentation que produit la même cause sur la Gravité de la Lune vers la Terre, lorsque la première est dans ses Quadratures, augmentation dont notre Auteur a donné la juste estimation; seulement l'addition

faite à la Gravité des parties latérales est * environ $60\frac{1}{2}$ fois moindre, parce que leur distance du Centre de la Terre est autant de fois moindre que celle de la Lune à ce même Point. La Gravité des Parties de la Terre qui sont directement sous le Soleil & de celles qui lui sont opposées, est diminuée d'une quantité double de ce qui est ajouté à la Gravité des parties latérales; & comme la diminution de la Gravité des unes, & l'augmentation de la Gravité des autres, conspirent ensemble à élever les Eaux sous le Soleil & du côté qui lui est opposé au-dessus de leur hauteur dans les parties latérales; toute la Force qui produit cet effet doit être considérée comme triple de ce qui est ajouté à la Gravité des parties latérales: d'où il suit qu'elle est à la Gravité des petites parties, comme 1 à 12868200, & à la Force Centrifuge sous l'Equateur, comme 1 est à 44527. L'élévation des Eaux, par cette Force, est regardée par M. Newton, comme un effet semblable à l'élévation des parties de l'Equateur au-dessus des parties polaires de la Terre, résultante de la Force Centrifuge à l'Equateur; & comme elle est 44527 fois moindre, il s'ensuit qu'elle doit être de 1 pied $11\frac{2}{3}$ pouces mesure de Paris. Telle est l'élévation produite par l'action du Soleil sur l'Océan.

Pour déterminer la Force de la Lune sur les Eaux de la Mer, il compare les Vives-Eaux ou Reverdies à l'embouchure de la Riviere *Avon* au-dessus de *Bristol*, (qui sont l'effet de la somme des Forces du Soleil & de la Lune, lorsque leurs actions conspirent presque ensemble) avec les Mortes-Eaux au même lieu (qui sont l'effet de la différence de ces Forces, lorsque leurs actions sont presque opposées) & il trouve que leur proportion est celle de 9 à 5; d'où, après différentes corrections nécessaires, il conclut que la Force de la Lune est à la Force du Soleil, pour élever les eaux de l'Océan,

* Princip. Lib. III. Prop. 36.

comme 4, 4815 est à 1; en sorte que la Force de la Lune est capable de produire d'elle-même une élévation de 8 pieds & $7\frac{1}{2}$ pouces, & le Soleil & la Lune ensemble peuvent produire une élévation d'environ 10 $\frac{1}{2}$ pieds, à leurs distances moyennes de la Terre, & une élévation d'environ 12 pieds, lorsque la Lune est dans son Périégée. Et en effet, la hauteur à laquelle on trouve que l'Eau s'élève, sur les côtes d'un Océan vaste & profond, est assez conforme au résultat de ce calcul.

C'est par-là qu'il est en état de déterminer la densité de la Lune & la quantité de matiere qu'elle contient. Son influence sur les Marées est le seul effet de la Puissance Attractrice de la Lune, qu'il nous soit possible de mesurer, & cela nous donne le moyen d'estimer sa densité, comparée avec celle du Soleil; nous trouvons qu'elle excède cette dernière en raison de 4891 à 1000; & puisque la densité de la Terre est à celle du Soleil, comme 4000 à 1000, il suit que la Lune doit être plus dense que la Terre, en raison de 4891 à 4000, ou de 11 à 9 à peu près. On sçait, par les Observations Astronomiques, que le Diamètre de la Terre est à celui de la Lune, comme 365 à 100; & de ces deux proportions on infere aisément que la quantité de Matiere contenue dans la Lune est à celle de la Terre, comme 1 est à 39, 788; & le Centre de Gravité de la Terre & de la Lune doit être, par conséquent, presque 40 fois plus près de la Terre que de la Lune; & la situation de leur Centre de Gravité étant connue, les mouvemens qui ont lieu dans leur Système peuvent être déterminés avec une grande précision.

M. Newton recherche ensuite qu'elle est la Figure de la Lune: & parce que la Terre contient près de 40 fois plus de Matiere que la Lune, l'élévation produite par l'action de la Terre dans les parties de la Lune qui sont les plus proches d'elle, & dans les parties opposées à celles-là, seroit près de 40 fois plus grande que celle que
la

la Lune produit dans nos Mers, si cette élévation ne devoit pas être diminuée, à proportion que le demi-Diamètre de la Lune est moindre que le demi-Diamètre de la Terre, c'est-à-dire, en raison de 100 à 365. En composant ces proportions, il trouve que le Diamètre de la Lune qui passe par le Centre de la Terre doit excéder ceux qui lui sont perpendiculaires, d'environ 186 pieds. Il pense que les parties solides de la Lune forment un Sphéroïde, dont le plus long Diamètre est dirigé vers la Terre; & ce peut-être là la raison pourquoi la Lune tourne toujours le même côté vers nous. S'il y avoit de grandes Mers dans la Lune, & si elle faisoit sa Révolution sur son Axe, de sorte qu'elle tournât differens côtés vers la Terre, il y auroit eu de très-grands Flux & Reflux qui auroient surpassé dix fois les notres; mais en conservant toujours le même côté vers la Terre, il n'y a de Flux & Reflux produits dans ses Mers, que ceux qui résultent des différences de leurs distances à la Terre, & des librations de la Lune; car l'action du Soleil ne peut avoir que très-peu d'effet sur ces Mers.



CHAPITRE VIII.

Des Cometes.

Nous n'avons traité jusqu'ici que des Planetes : mais on découvre de plus dans l'étendue des Cieux plusieurs autres Corps appartenant au Systême du Soleil , qui paroissent avoir des mouvemens beaucoup plus irréguliers. Ce sont les Comètes , qui , descendant avec rapidité des parties les plus éloignées de ce Systême , nous surprennent par l'apparence singuliere d'une traînée de lumiere , ou d'une Queue qui , les accompagne , & deviennent visibles pour nous dans les parties inférieures de leurs Orbites ; mais peu de tems après elles sont emportées de nouveau à de vastes distances , & disparaissent. Quoique parmi les Anciens quelques-uns en eussent de plus justes notions , cependant l'opinion ayant prévalu que ce n'étoient que des Météores engendrés dans l'Air , semblables à ceux que nous y voyons chaque nuit , & qui s'évanouissent en quelques momens , on ne prit aucun soin d'observer ou de décrire exactement leurs Phénomènes , jusqu'à ces derniers tems. De-là vient que cette partie de l'Astronomie se trouve très-imparfaite. Le nombre des Cometes est bien éloigné d'être connu : Les Historiens dans l'Antiquité en ont fait mention souvent , & elles n'ont pas été observées en petit nombre par les Astronomes de nos jours , il y en a même quelques-uns qui ont été découvertes par hasard à l'aide des Télescopes , lorsqu'elles passaient près de nous , & qui ne sont jamais devenus visibles à l'œil nud ; en sorte que nous pouvons conclure qu'elles sont en très-grand nombre. Leurs périodes , leurs grandeurs , & les dimensions de

leurs Orbites sont aussi incertaines. C'est une partie de la Science Astronomique, dont la perfection est réservée à quelques Siecles éloignés de nous, lorsque ces Corps nombreux & leurs vastes Orbites, par le secours d'une suite d'Observations exactes, seront ajoutés aux parties connues du Systême Solaire. L'Astronomie paroîtra alors comme une Science nouvelle, après toutes les découvertes dont nous nous glorifions à présent: mais on se ressouviendra, même dans ces jours florissans de l'Astronomie, que ce fut M. Newton qui découvrit & démontra les principes, par lesquels seuls on pouvoit faire de si grands progrès; & qu'il commença, & pénétra si avant, qu'il n'a presque laissé à la postérité, que le soin d'observer les Cieux, & de calculer suivant les modeles qu'il a donnés.

Ayant à traiter cette partie de l'Astronomie presque depuis ses élémens, il commença par démontrer, contre les Philosophes Scholastiques, que les Comètes sont au-dessus de la Lune, parce qu'elles participent du mouvement diurne apparent, se levant & se couchant chaque jour, comme tous les Corps qui ne dépendent pas de la Terre, & cela sans aucune Parallaxe diurne sensible. Mais parce qu'elles sont toutes affectées par le mouvement annuel de la Terre, paroissant, comme les Planetes, tantôt directes, tantôt rétrogrades, il conclut que lorsqu'elles deviennent visibles pour nous, elles doivent être dans les Régions des Planetes. Comme il est impossible de décrire leurs mouvemens, avec quelque régularité, sans avoir égard au mouvement de la Terre, & qu'il suffit seul pour expliquer les irrégularités de chaque Comète, aussi-bien que de toutes les Planetes, nous avons de-là une nouvelle confirmation du mouvement de la Terre, & nous trouvons toutes les parties de cette Philosophie parfaitement d'accord entr'elles.

Notre Auteur ayant démontré, contre l'opinion de

Descartes , que les Comètes descendent dans les Régions Planétaires, lorsqu'elles sont visibles pour nous, il recherche quelle est la Courbe qu'elles décrivent dans leurs courses. Il suit, de la Loi générale de la Pésanteur déjà établie , qu'elles doivent se mouvoir dans des Orbites Paraboliques , ou dans des Ellipses très-excentriques, qui ont un foyer au Centre du Soleil. Alors , avec sa sagacité ordinaire , il se livre à une longue suite de travaux , pour tâcher de découvrir comment un mouvement dans une Parabole peut convenir avec les Observations qui ont été faites sur les Comètes; dans cette vue , il démontre la maniere de déterminer la Trajectoire Parabolique que décrit une Comète , à l'aide de trois Observations ; & il paroît , par differens exemples qu'il a donnés , que sa Théorie est tellement d'accord avec les Observations , qu'elle en reçoit une nouvelle évidence ; ce qui nous apprend combien cette Théorie peut servir à étendre plus loin les connoissances que nous avons du Systême de l'Univers.

Il insiste particulièrement sur la célèbre Comète qui parut vers la fin de l'année 1680 , & au commencement de 1681. Il détermine sa Trajectoire, ou la Courbe qu'elle décrit , par trois Observations faites par M. Flamsteed ; & alors il compare toutes celles qui ont été faites par lui même ou par d'autres , avec le mouvement d'un Corps dans cette Courbe , & trouve de très-petites différences entre les lieux observés de cette Comète , & ceux qu'il a trouvé par le calcul qu'elle devoit occuper dans la Courbe, en même-tems. C'étoit la même Comète qui fut vûe en Novembre 1680 , & en Décembre , Janvier , Février & Mars suivans , quoiqu'on crut généralement que c'étoient deux différentes Comètes. En Novembre elle descendit vers le Soleil ; elle en passa très-près le 12 de Décembre, où ayant été échauffée à un degré prodigieux , quoique la lumière de la Tête ou du Noyau fut plus foible , cependant, lorsqu'elle

remonta dans l'autre moitié de son Orbite, sa Queue fut beaucoup plus grande qu'auparavant, s'étendant quelquefois à 70° degrés en longueur, & continuant d'être visible, même après que la Tête ou le Noyau eût été emporté hors de la portée de notre vûe.

Le Docteur Halley, auquel chaque partie d'Astronomie est si redevable, mais celle-ci en particulier, a joint ses travaux à ceux de notre Auteur à ce sujet, & il n'est pas nécessaire pour nous de les séparer. Trouvant que trois Observations de Comètes, dont l'Histoire fait mention, convenoient avec celle-ci dans des circonstances remarquables, & qu'elles avoient reparu à la distance de 575 ans l'une de l'autre, il soupçonna que ce pouvoit être une seule & même Comète, faisant sa Révolution autour du Soleil dans cette période. Il supposa donc la Parabole changée en une Ellipse excentrique telle que la Comète pourroit la décrire en 575 ans, & qui se confondroit à peu près avec la Parabole dans sa partie inférieure. Ayant ensuite calculé les lieux de la Comète dans cette Orbite Elliptique, il les trouva si conformes avec ceux où la Comète fut observée, que les variations n'excédoient pas les différences qu'on trouve entre les lieux calculés des Planètes, & ceux où on les observe; quoique les mouvemens de ces dernières ayent été le sujet du calcul Astronomique pendant quelques milliers d'années. Cette Comète peut, par conséquent, être attendue de nouveau, après avoir fini la même période, environ l'année 2255. Si elle reparoit alors, elle donnera un nouveau lustre & une nouvelle évidence à la Philosophie de Mr. Newton, dans ces Siècles éloignés. Et si l'inconstance des choses humaines, & les Révolutions perpétuelles auxquelles elles sont sujettes, venoient à occasionner quelque négligence de notre Philosophie dans les Siècles qui précéderont ce tems, cette Comète la feroit revivre, & feroit retentir de nouveau la

gloire de ce grand homme dans la bouche de tous ceux qui en seront témoins. On ne doit pas regarder cette prédiction comme vaine, car nous sommes très-fondés à croire que les Astronomes de ces tems feront la plus grande attention à cette Comète, parce que dans une partie de son Orbe, elle s'approche très-près de l'Orbite de notre Terre; en sorte que dans quelques Révolutions, elle peut en approcher assez près pour y produire des effets très-considérables, s'ils ne sont pas dangereux. On ne doit pas douter que, tandis qu'un si grand nombre de Comètes passent parmi les Orbites des Planetes, & traînent après elles des Queues si immenses, nous n'eussions été contraints, par les effets extraordinaires qui s'en feroient suivis, de faire attention à ces Corps depuis long-tems, si les mouvemens opérés dans l'Univers, n'eussent été d'abord déterminés, & produits par un Etre d'une connoissance assez étendue pour en prévoir toutes les suites les plus indirectes. Notre Terre étoit hors de la route de cette Comète, lorsqu'elle vint à passer près de son Orbite; mais il faut avoir une parfaite connoissance du mouvement de la Comète, pour être en état de juger, si elle passera toujours près de nous avec si peu d'effet. Nous pouvons observer ici que ces grandes Périodes, & ces Observations éloignées dépendantes les unes des autres, promettent ce bon effet, qu'elles contribueront à préserver le goût des Sciences des Révolutions auxquelles il a été sujet autrefois. Elles réunissent, pour ainsi-dire, les Siecles éloignés, & fournissent une matière perpétuelle propre à exciter la curiosité des hommes, de tems en tems.

Mais nous ne devons pas attendre le retour de cette Comète éloignée, pour voir la Théorie de notre Auteur vérifiée, & ses prédictions en ce genre commencer à s'accomplir. En comparant entr'elles les Orbites des Comètes qui parurent en 1607 & 1682, on trouve

qu'elles se confondent tellement ensemble, qu'il est naturel de croire que c'est une seule & même Comète, faisant sa Révolution en 75 ans autour du Soleil. Si cette Comète, suivant cette Période, reparoit en 1758, l'Astronomie aura encore un nouveau sujet de se glorifier. Elle semble être au nombre de celles qui s'élevent le moins au-dessus du Soleil, sa plus grande distance surpassant seulement trente-cinq fois celle de la Terre au Soleil; enforte qu'à sa dernière hauteur, elle ne s'éloigne pas de nous quatre fois plus que Saturne. Ce sera probablement la première qu'on ajoutera au nombre des Planètes, & qui confirmera cette partie de la Théorie de notre Auteur.

M. Newton ne s'est pas borné à ces Comètes, il a encore considéré les mouvemens de plusieurs autres, & il trouve sa Théorie toujours d'accord avec l'Observation. Il calcule particulièrement les lieux d'une Comète remarquable qui parut en 1664 & 1665. Son mouvement étoit de 20° par jour, & elle parcourut presque six signes dans les Cieux avant de disparaître; sa Trajectoire s'écarta d'un grand Cercle, vers le Nord, & son mouvement qui avoit été auparavant rétrograde, devint direct vers la fin; cependant malgré un trajet si extraordinaire, ses lieux calculés par la Théorie de notre Auteur conviennent avec les lieux observés, autant que ceux des Planètes avec leur Théorie.

Les Phénomènes de toutes les Comètes, mais en particulier de celle de 1680, nous apprennent que ce sont des Corps solides, fixes & durables. Cette Comète étoit, dans son Périhélie, 166 fois plus près du Soleil que n'en est notre Terre: & de-là, notre Auteur calcule qu'elle doit avoir reçu une chaleur 2000 fois plus grande que celle du Fer prêt à entrer en fusion, & que si elle étoit égale à notre Terre, & se refroidissoit de la même manière que les Corps terrestres, elle employeroit 50000 ans à se refroidir: pour supporter une si pro-

digieuse chaleur, elle doit sûrement être d'une nature très-solide & très-fixe.

Il y a un Phénomene qui suit chaque Comete, & qui leur est particulier, qu'on appelle leur Queue : quelques-uns l'ont attribuée à la réfraction des Rayons du Soleil, passant au travers de la Tête, ou du *Noyau* qu'ils supposoient transparent ; d'autres à la réfraction des Rayons réfléchis de la Tête, tandis qu'ils nous sont transmis par les Espaces intermédiaires. Notre Auteur réfute l'une & l'autre de ces opinions, & fait voir que la Queue est formée d'une vapeur qui s'élève continuellement du Corps de la Comete, vers les parties opposées au Soleil, par la même raison que les vapeurs ou la fumée s'élèvent dans l'Atmosphère de la Terre. A cause du mouvement du Corps de la Comete, la Queue est un peu courbée vers le lieu où le Noyau a passé ; ces Queues se trouvent les plus grandes, lorsque la Comète sort de son Périhélie, c'est-à-dire, du lieu où elle est à sa moindre distance du Soleil, où elle reçoit le plus de chaleur, & où l'Atmosphère du Soleil est dans sa plus grande densité. La Tête paroît après cela obscurcie par la vapeur épaisse qui s'en élève abondamment. La Queue de la Comète de 1680, étoit d'un volume prodigieux ; elle s'étendoit depuis la Tête à une distance à peine inférieure à celle du Soleil à la Terre. Comme la matiere de la Queue participe du mouvement de la Comète, elle est emportée avec elle, & il s'en sépare quelque partie qui se rejoint de nouveau à la Tête de la Comète : à mesure que la matiere de la Queue s'élève, elle devient raréfiée de plus en plus, comme il paroît par l'accroissement de cette trainée de lumière en largeur vers le haut. Une grande partie de ces Queues doit se répandre, par cette raréfaction dans le Système Solaire ; une portion, par sa Gravité, peut tomber vers les Planetes, se mêler avec leurs Atmospheres, & remplacer les Fluides qui se consomment dans les opérations de la Nature, & pour-

On peut-êrre auffi réparer la perte de cet eſprit ſubtil répandu dans l'Air, qui eſt ſi néceſſaire à la vie des animaux, & à pluſieurs autres opérations de la Nature.

Nous ne devons pas attendre que les mouvemens des Comètes ſoient auffi exacts, & les périodes de leurs Révolutions ſi égales, que ceux des Planètes; conſidérant leur grand nombre, & leur diſtance énorme du Soleil dans leur Aphélie, où leurs actions les unes ſur les autres doivent avoir quelque eſſet pour en troubler les mouvemens. La réſiſtance qu'elles rencontrent dans l'Atmoſphere du Soleil, lorsqu'elles deſcendent aux parties inférieures de leurs Orbites, les affectera auffi. La lenteur de leur mouvement dans ces parties inférieures permettra à leur Gravité de les faire approcher de plus en plus du Soleil, dans chaque Révolution, juſqu'à ce qu'enfin elles ſoient englouties dans cet immense Globe de feu, auquel elles ſerviront d'aliment. La Comete de 1680 paſſa à une diſtance de la Surface du Soleil, qui n'excédoit pas la ſixième partie du Diamètre de ce Globe; elle en approchera encore plus près dans la Révolution ſuivante, & tombera enfin tout-à-fait ſur le Soleil. Les pertes que ſouffrent les Etoiles fixes peuvent être réparées, de la même manière, par des Comètes qu'elles abſorbent; & quelques-unes de ces Etoiles, dont la lumière & la chaleur ſont preſque épuifées, peuvent par ce moyen recevoir un nouvel aliment. C'eſt ce qui paroît avoir lieu dans celles qu'on a obſervées briller tout-à-coup d'un grand éclat, & s'évanouir enſuite peu à peu. Telle fut l'Etoile en *Caffiopé*, qui n'étoit pas viſible le 8 Novembre 1572, mais qui brilla la nuit ſuivante d'un éclat preſque égal à la Planete de Venus, & diminua continuellement enſuite, juſqu'à ce que, dans l'Eſpace de 16 mois, elle s'évanouit entièrement. Les Diſciples de Kepler en remarquerent une autre de la même

forte , dans le pied droit du Serpenteire , le 30 Septembre 1604 , plus brillante que Jupiter , quoiqu'elle ne fut pas visible la nuit précédente ; elle diminua aussi par degrés , & s'évanouit en quinze ou seize mois. On dit que ce fut une Etoile nouvelle de cette espece , qui , paroissant d'un éclat extraordinaire dans les Cieux , induisit Hipparque à faire son Catalogue des Etoiles fixes. Mais ces Etoiles qui paroissent & disparaissent , augmentant par degrés & diminuant alternativement , semblent être d'un genre différent , & avoir un côté lumineux & un autre obscur , que , par la rotation sur leur Axe , elles tournent vers nous successivement.

L'argument contre l'éternité de l'Univers , tiré des pertes que souffre le Soleil , subsiste toujours , & même acquiert une nouvelle force par cette Théorie des Comètes ; puisque l'aliment qu'elles lui fournissent auroit déjà été consumé depuis long-tems , si le Monde eut existé de toute éternité. La Matière contenue dans les Comètes elles-mêmes , qui produit la vapeur qui s'en exhale dans chaque Révolution au Périhélie , & forme leurs Queues , auroit aussi été épuisée long-tems avant notre Siècle. En général , toutes quantités qui doivent être supposées diminuer ou augmenter continuellement , répugnent à l'éternité du Monde ; puisque les premières eussent été épuisées , & les dernières seroient parvenues à une grandeur infinie , au tems où nous vivons , si le Monde étoit éternel : & il est manifeste qu'il y a différentes sortes de quantités de ces deux especes dans l'Univers.

La descente des Comètes dans les Régions Planétaires fait voir que les Orbes solides , dans lesquels les Scholastiques pensoient que les Planètes faisoient leurs Révolutions , sont imaginaires. Et la régularité de leurs mouvemens , tandis qu'elles sont emportées dans des Orbes très-excentriques , en toutes directions , dans tou-

tes les parties du Ciel, conspire avec plusieurs autres Argumens à renverser les Tourbillons de Descartes.

M. Newton observe de plus, que, tandis que les Comètes se meuvent dans toutes les parties des Cieux, avec différentes directions, & dans des Orbes très-excentriques, dont les plans sont inclinés entr'eux, & forment de grands Angles, on ne peut attribuer à une aveugle nécessité, les mouvemens des Planetes autour du Soleil, & ceux des Satellites autour de leurs Planetes respectives, tous avec la même direction, dans des Orbites à peu près circulaires, & presque dans le même plan. Les Comètes, en se mouvant dans des Orbes très-excentriques, descendent avec une grande vitesse, & sont rapidement emportées au travers des Régions Planétaires, où elles approchent le plus près les unes des autres, & des Planetes, en sorte qu'elles ont le moins de tems qu'il est possible pour altérer leurs mouvemens propres, ou ceux des Planetes. En se mouvant dans des plans très-différens, elles sont emportées à une vaste distance les unes des autres, dans les parties les plus élevées de leurs Orbites, où, à cause de la lenteur de leurs mouvemens & de la foiblesse de l'action du Soleil à de si grandes distances, leurs actions mutuelles produiroient, sans cette précaution les plus grands désordres. Ainsi nous voyons toujours, que ce qui, à la première vûe, a quelque apparence d'irrégularité & de confusion dans la Nature, se trouve, après une recherche plus exacte, disposé suivant le meilleur ordre, & conduit avec le plus de prudence que l'on puisse imaginer.

M. le Chevalier Newton fait ensuite quelques réflexions sur la nature de la cause suprême, & il insère, de la structure du Monde visible, qu'il est soumis à un Etre Tout-Puissant, & souverainement sage, qui le

gouverne, noncomme étant son Ame, mais comme son Maître, exerçant un pouvoir absolu sur l'Univers, non comme sur son Corps, mais comme sur son Ouvrage, & y agissant comme il lui plaît, sans en être affecté de quelque maniere que ce soit. Nous allons maintenant exposer plus au long dans le Chapitre suivant ce qu'il a enseigné sur la Divinité.



CHAPITRE IX.

De l'Auteur suprême & Conservateur de l'Univers.

1. **A**ristote conclut son Traité du Monde, en observant « qu'il y auroit de l'impiété à traiter « du Monde, sans parler de son Auteur, » puisqu'il n'y a rien en effet, que nous rencontrions plus souvent & plus constamment dans la Nature, que les traces d'un Dieu qui gouverne tout. Et le Philosophe qui n'y fait aucune attention, & qui se contente des apparences de l'Univers matériel, & des Loix Méchaniques du Mouvement, néglige ce qu'il y a de plus excellent, & préfère ce qui est imparfait à ce qui est souverainement parfait, le fini à l'infini, ce qui est foible & resserré dans d'étroites limites, à ce qui est Tout-Puissant & sans bornes, & ce qui est périssable à ce qui dure éternellement. Ceux qui ne font pas réflexion à des indications si manifestes d'une Sagesse & d'une Bonté suprêmes, qui se présentent continuellement à eux de quelque côté qu'ils portent leurs regards, ou qu'ils commencent leurs recherches, ressemblent trop à ces anciens Philosophes qui firent de la Nuit, de la Matière, & du Chaos l'origine de toutes choses.

2. Comme nous manquons d'idées & de termes suffisans pour parler du premier Être, Aristote, dans la conclusion du Traité dont nous avons fait mention ci-dessus, est obligé de se contenter de le comparer avec ce qu'il y a de plus relevé & de plus excellent en

tout genre. * Ainsi nous disons qu'il est le Roi où le Maître de toutes choses, le pere de toutes ses créatures, l'Âme du Monde, ou le grand esprit qui anime l'Univers. Ces expressions furent d'abord prises dans le sens qu'elles devoient avoir, mais dans la suite on en abusa quelque fois; particulièrement de celle d'Âme du Monde, qui pouvoit le représenter non-seulement comme un principe actif, & se mouvant de lui-même, mais aussi comme passif, & capable d'être affecté par les actions & les mouvemens des Corps. La nature abstraite du sujet donna occasion aux derniers Platoniciens; particulièrement à Plotin, d'introduire les notions les plus mystiques & les plus inintelligibles sur la Divinité & le culte que nous lui devons. Comme lorsqu'il nous dit que l'entendement ne doit pas être attribué à Dieu, & que le culte le plus parfait que nous puissions lui rendre consiste, non en des actes de vénération, de respect, de gratitude & d'amour, mais dans un certain anéantissement mystérieux de soi-même, & une abolition totale de toutes nos facultés. Ces Dogmes, tout absurdes qu'ils sont, ont eu des Sectateurs, qui, dans ce cas, comme dans plusieurs autres, en voulant s'élever beaucoup au-dessus de leur portée, forcent leurs facultés & tombent dans une sorte de folie; contribuant, autant qu'il est en eux, à faire mépriser la vraie dévotion & la piété solide.

3. Ceux qui, sous prétexte d'exalter la Puissance essentielle de la cause suprême, font dépendre entièrement de sa volonté la vérité & la fausseté, ne méritent

* Καθόλου δὲ, ὅτε ἐν νῦν κυβερνήτης, ἐν ἀρχῇ δὲ πρὸς ὅ, ἐν χορῇ δὲ κερυφαίης, ἐν πλεῖ δὲ νόμος, ἐν στρατοπέδῳ δὲ ἡγεμὼν· τῷ τοῦ θεοῦ ἐν κόσμῳ πλὴν καθ' ἑσὺν τοῖς μὲν καμαλῶν τὸ ἀρχεῖν, πολυμελῶν τὴν τε καὶ πολυμέριμον· τῷ δὲ, ἀ-

λυπον, ἀπονὸν τε καὶ πάσης κερχωρισμένον σωματικῆς ἀσθενείας· ἐν ἀκινήτῳ γὰρ ἰδρυμένος πάντα κινεῖ, καὶ περιπατεῖ ὅπου βούλεται, καὶ ὅπως, ἐν διαφοροῖς ἰδέαις τε καὶ φύσεσιν.

De Mundo. Cap. 6.

pas d'être loués à cet égard, comme nous l'avons observé de Descartes, *liv. 1. ch. 4.* Ces Dogmes tendent directement à introduire l'opinion absurde, que les facultés intellectuelles peuvent être formées de façon qu'elles perçoivent clairement & distinctement comme vrai, ce qui est réellement faux. Ceux-là jugent beaucoup mieux, qui, sans scrupule, mesurent la Toute-Puissance Divine elle-même, & la possibilité des choses, par les idées claires qu'ils en ont, affirmant que Dieu lui-même ne peut faire que des choses contradictoires soient vraies en même-tems; & qui représentent la partie certaine de nos connoissances, en quelque degré, comme une émanation de la science & de la sagesse de Dieu qui nous a été communiquée, dans le spectacle de la Nature qu'il a exposé à nos yeux.

4. La sublimité du sujet est propre à élever & à transporter les esprits des hommes au-delà du terme où leurs facultés sont en état d'atteindre: ce qui fait que, pour les aider, on a inventé des représentations allégoriques & énigmatiques, qui, dans la suite du tems, ont donné lieu aux plus grands abus. Lorsqu'on vint à considérer des figures Métaphoriques & des noms comme des réalités, à la place du vrai Dieu on substitua un nombre infini de fausses Divinités; & sous, prétexte de dévotion, on rendit aux objets les plus détestables un culte qui tendoit à éteindre les notions du vrai mérite & de la vertu parmi les hommes.

5. Comme il n'y a point de recherches plus épineuses & d'une nature plus relevée, que celles qui ont rapport à la Divinité, ou d'une si grande importance à des Etres intellectuels, que de discerner la vérité de la fausseté, le juste de l'injuste; ainsi il est manifeste qu'il n'y a rien où il soit nécessaire de pousser plus loin la précaution & la prudence. De-là vient qu'on ne voit qu'à regret avec quelle liberté, ou plutôt quelle licence, les Philosophes ont avancé leurs notions témé-

raires sur la nature & l'essence de Dieu, sur sa liberté & ses autres attributs. Nous avons fait voir dans le premier Livre, presque par les propres paroles de Descartes, combien ce Philosophe a pris de liberté en exposant la formation de l'Univers sans l'interposition de la Divinité, & en prétendant déduire de ses attributs des conséquences qui sont maintenant reconnues pour fausses. On a lieu de croire qu'une manière de procéder si peu conforme à la raison, dans un sujet si sérieux & si important, peut avoir rebuté la partie la plus sage & la plus modérée du Genre humain. Tandis que Spinoza élevoit d'une façon monstrueuse sa Doctrine de la Nécessité absolue, & surpassoit tous les autres Philosophes, par la foiblesse de ses preuves aussi-bien que par l'impiété de ses Dogmes, il affecta cependant, en différentes occasions, de parler de la Divinité dans les termes les plus respectueux. M. Leibnitz & plusieurs de ses Disciples ont pareillement soutenu la même Doctrine de la Nécessité absolue, l'étendant jusqu'à Dieu lui-même, dont nos idées sont si imparfaites, & cependant dont il nous importe tant de ne pas prendre de fausses notions. Mais M. le Chevalier Newton s'est éminemment distingué par sa prudence & par sa circonspection, en parlant ou en traitant de ce sujet, dans ses discours aussi-bien que dans ses Ecrits; quoiqu'il n'ait pas échappé aux reproches de ses adversaires, même à cet égard. Comme Dieu est la cause première & suprême dont les autres causes tirent toute leur force & leur énergie, il pensa qu'il étoit absolument contraire à la raison de l'exclure *lui seul* de l'Univers. Il lui parut beaucoup plus juste & plus raisonnable, de croire que tout l'enchaînement, ou les différentes suites de causes, se rapportoient à lui, comme à leur source & leur origine, & que tout le Système de l'Univers dépendoit de lui qui est la seule cause indépendante.

Le grand Argument pour l'existence de Dieu, qui se manifeste

manifeste à tous les hommes, & qui porte avec lui une conviction à laquelle on ne peut résister, se tire de la structure admirable du Monde, & du rapport qu'on observe évidemment entre toutes les parties qui le composent. Il n'est pas nécessaire de recourir ici à des raisonnemens subtils & recherchés : ce rapport manifeste des choses les unes avec les autres annonce incontestablement un Auteur. Nous en sommes frappés comme d'une sensation ; & si on peut opposer quelques raisonnemens qui nous embarrassent, c'est sans ébranler notre créance. Il n'y a personne, par exemple, qui, connoissant les principes d'Optique & la structure de l'Œil, puisse croire qu'il ait été formé sans une parfaite connoissance de cette science ; ou que l'Oreille ait été construite, sans connoître la nature des sons, ou que le mâle & la femelle dans les animaux, ne soient pas formés l'un pour l'autre, & pour perpétuer leur espèce. Nous trouvons dans la Nature une infinité de pareils exemples. La merveilleuse structure des choses pour les causes finales, nous donne une idée sublime de l'Auteur ; l'unité de dessein fait connoître qu'il est un. Les grands mouvemens exécutés dans l'Univers avec la même facilité que les plus petits, nous annoncent sa *Toute-Puissance*, qui met en mouvement la Terre & les Corps célestes, aussi facilement que les plus petites parties. La subtilité des mouvemens & des actions dans les parties internes des Corps, fait voir que son influence pénètre jusqu'aux derniers élémens qui les composent, & qu'il est également *actif & présent* partout. La simplicité des Loix qui ont lieu dans le Monde, l'excellente disposition des choses pour les meilleures fins, & la beauté qui embellit les Ouvrages de la Nature, bien supérieures à tout ce que l'Art peut produire de plus parfait, démontrent sa *Sagesse* consommée. L'utilité de toutes les choses qui existent & qui

se trouvent, si bien disposées en faveur des Etres intelligens qui en jouissent, la forme intérieure & la structure morale de ces Etres eux-mêmes, sont des preuves convaincantes de sa *Bonté* sans bornes. Ce sont là des arguments qui se manifestent suffisamment aux yeux du vulgaire, & qui ne sont pas au-dessus de sa capacité, mais qui reçoivent en même-tems une nouvelle force & un nouveau lustre des découvertes des Sçavans. L'action de Dieu sur l'Univers fait voir qu'il le gouverne aussi-bien qu'il l'a formé, & la profondeur de ses conseils, (même en conduisant le Monde matériel) dont la plus grande partie est au-dessus de notre entendement, nous inspire de la crainte & de la vénération pour ce grand Etre, & nous dispose à recevoir ce qui peut nous être revelé sur lui par d'autres voies. On a observé avec justice, que quelques-unes des Loix de la Nature, actuellement connues, nous eussent échappé si nous avions été privés du sens de la vue. Il peut être en son pouvoir de nous donner d'autres sens, dont nous n'avons à présent aucune idée; sans lesquels il nous est impossible de connoître tous ses Ouvrages, ou d'avoir des idées de lui plus complètes. Dans notre état présent, nous avons assez de connoissances pour être persuadés de la dépendance où nous sommes de cet Etre souverain, & des devoirs que nous lui devons, comme le Maître & le dispensateur de toutes choses. Il n'est pas l'objet des sens, son essence, & même celle de toutes les autres substances, sont au-dessus de la portée de nos découvertes, mais ses attributs se font voir clairement dans ses admirables Ouvrages. Nous sçavons que les plus hautes idées que nous sommes capables d'en former, sont toujours au-dessous de ses perfections réelles; mais sa Puissance & son Empire sur nous, & nos devoirs envers lui sont manifestes.

7. M. Newton a particulièrement soin de représenter

toujours cet Etre Suprême , comme un Agent libre ;
 craignant avec justice les dangereuses conséquences
 de cette Doctrine qui introduit une Nécessité fatale ou
 absolue qui préside sur toutes choses. Il a fait le Mon-
 de , non qu'il y fut déterminé par aucune nécessité ,
 mais lorsqu'il le jugea à propos : la Matière n'est pas
 infinie ou nécessaire , mais il en créa autant qu'il
 convenoit à ses desseins : il a placé les Systèmes des
 Etoiles fixes à différentes distances les uns des autres ,
 à sa volonté : il a formé les Planetes , dans le Système
 Solaire , en un certain nombre , & les a disposées à di-
 verses distances du Soleil , comme il lui a plu : il les a
 fait toutes mouvoir d'Occident en Orient , quoiqu'il soit
 évident , par les mouvemens des Comètes , qu'il auroit
 pu les faire mouvoir d'Orient en Occident. Dans ces
 exemples & dans un grand nombre d'autres sembla-
 bles , nous voyons évidemment les vestiges d'un Agent
 sage , mais parfaitement libre. Comme la circonspec-
 tion étoit une partie éminente du caractère de M. le
 Chevalier Newton , mais qui ne dérogeoit en rien à sa pé-
 nétration , à la subtilité & à l'élévation de son génie , nous
 avons , en cette occasion , une raison particulière de lui
 applaudir , & d'avouer que sa Philosophie a toujours
 servi aux desseins les plus importants , sans jamais avoir
 la moindre tendance à leur nuire.

8. Comme en traitant de ce sujet ineffable , nous man-
 quons d'idées & de termes qui lui soient en quelque
 maniere proportionnés , & que pour donner quelque force
 à nos notions , nous sommes obligés d'avoir recours à des
 expressions figurées , ainsi qu'il a déjà été observé ; à pei-
 ne est-il possible même aux plus circonspects d'en emplo-
 yer qui ne soient susceptibles de quelques contestations ,
 de la part de ceux qui , par des raisonnemens subtils ne se
 plaisent qu'à causer des disputes M. Newton pour exprimer
 son idée de l'*Omni-présence* de Dieu , avoit dit que
 cet Etre Suprême percevoit tout ce qui se passoit dans

l'Espace pleinement & intimément, comme dans son *Sensorium*. Il s'éleva aussi-tôt une clameur parmi ses adversaires, comme s'il vouloit dire que l'Espace fut à Dieu, ce que le *Sensorium* est à nos Ames. Mais qui-conque considère cette expression, sans préjugés, conviendra qu'elle donne une très-forte idée de la présence intime de Dieu par tout, & de la faculté qu'il a de percevoir tout ce qui arrive de la maniere la plus complete, sans se servir d'aucuns agens ou instrumens intermédiaires, & que M. Newton n'en a fait usage que dans cette vûe ; car il étoit principalement en garde contre l'opinion de ceux qui s'imaginent que les objets externes agissent sur Dieu, & qu'il en éprouve quelque passion ou quelque réaction. On suppose communément que l'Amé ressent intimément les impressions faites sur le *Sensorium*, & que ce n'est que là qu'elle est immédiatement présente ; & comme nous devons déduire nos idées des attributs de Dieu, de ce que nous connoissons de nos Ames, ou de celle des autres hommes, de la meilleure maniere qui soit en notre Puissance, en rejetant toute imperfection & toute limite ; ainsi il étoit à peine possible de nous représenter l'Omni-présence de Dieu, & sa Science universelle dans un plus grand jour que par cette comparaison. Mais l'attachement des Philosophes à leurs Systèmes favoris, les irrite souvent contre ceux, qui, dans la recherche de la vérité, renversent innocemment leurs Dogmes, & les porte à saisir toute occasion où ils peuvent découvrir la moindre apparence d'erreur.

9. Mais la plus grande clameur qui se soit élevée contre le Chevalier Newton, ce fut de la part de ceux qui s'imaginèrent qu'il représentoit l'Espace infini comme un attribut de Dieu, & qu'il le croyoit présent par la diffusion de sa substance dans toutes les parties de l'Espace. Mais on ne trouve point de semblables expressions dans ses Ecrits ; il a toujours pensé & parlé de

Dieu avec trop de respect pour prendre de pareilles libertés. Au contraire, il nous dit * que Dieu dure de l'Eternité jusqu'à l'Eternité, & qu'il est présent de l'Infini à l'Infini; mais qu'il n'est pas l'Eternité ou l'Infini, l'Espace ou la Durée. Il ajoute, à la vérité, que comme Dieu existe nécessairement, & que par la même nécessité, il existe par tout & toujours, il constitue l'Espace & la Durée: mais il ne paroît pas que cette expression puisse avec justice donner lieu à aucun reproche; car cela ne signifie autre chose, sinon que puisqu'il est essentiellement & nécessairement présent dans toutes les parties de l'Espace & de la Durée, celles-ci, par conséquent, doivent aussi nécessairement exister.

10. Bien loin que cette idée puisse donner aucun juste fondement à former des plaintes contre lui, elle explique l'existence nécessaire de l'Espace, d'une façon digne de Dieu, & nous apprend le grand avantage qu'on peut retirer de cette Doctrine, qui est si évidente & si manifeste. Le Chevalier Newton est si éloigné de représenter Dieu comme présent dans l'Espace par diffusion (comme quelques-uns l'ont injustement avancé) qu'il dit expressément * qu'il y a des parties successives dans la durée, & des parties co-existentes dans l'Espace; mais que ni les unes ni les autres ne se trouvent dans l'Âme de l'homme, ou dans le Principe pensant qui est en lui; & encore moins dans

* *Aternus est & infinitus, omnipotens & omniscient, id est, durat ab eterno in eternum, & adest ab infinito in infinitum; omnia regit, & omnia cognoscit, quæ sunt aut fieri possunt. Non est æternitas & infinitas, sed æternus & infinitus; non est duratio & spatium, sed durat & adest. Durat semper, & adest ubique, & existendo semper & ubique, durationem & spatium constituit.*
Newton. Princip. Scholium gene-

rale. Pag. 528.

* *Partes dantur successivæ in duratione, coexistentes in spatio, neutra in persona hominis seu principio ejus cogitante; & multò minus in substantia cogitante. Dei. Omnis homo quantum res sentiens, est unus & idem homo durante vitâ suâ in omnibus & singulis sensuum organis. Deus est unus & idem Deus semper & ubique.*
Ibid.

la Substance Divine. Comme l'homme est toujours le même dans toutes les périodes de sa vie, & malgré toutes les sensations & les passions différentes qu'il éprouve; à plus forte raison, Dieu est-il toujours le même en tout tems, & en tout Espace, sans être sujet à aucun changement. Il ajoute que Dieu est présent par tout, *non per virtutem solam, sed etiam per substantiam, sed modo prorsus incorporea, modo nobis penitus ignota.* Il est clair, donc, qu'il étoit bien éloigné de penser que Dieu fut présent par tout, par la diffusion de sa substance, comme un Corps est présent dans l'Espace, en ce que ses parties y sont étendues; & il n'est pas étonnant que nous ne puissions donner une explication satisfaisante de la maniere dont Dieu est présent par tout. Notre connoissance des choses ne pénètre pas jusques dans leur substance; nous n'appercevons que la figure, la couleur, la surface externe des objets, & les effets qu'ils ont sur nous, mais nous ne pouvons découvrir leur substance, ni par les sens, ni par aucun acte de réflexion, & beaucoup moins connoissons-nous celle de Dieu. Comme un aveugle ne connoît pas les couleurs, & n'a aucune idée de la sensation de ceux qui voyent, de même nous n'avons pas de notion de la maniere dont Dieu connoît & agit.

11. Son existence & ses attributs se manifestent à nous dans ses Ouvrages, d'une maniere sensible & satisfaisante; mais son essence est impénétrable. Nous concluons de notre existence & de celle des autres Etres qui nous environnent, qu'il y a une premiere cause, dont l'existence doit être nécessaire & indépendante de tout autre Etre; mais ce n'est qu'à *posteriori*, que nous inferons ainsi la nécessité de son existence, & non de la même maniere que nous déduisons la vérité nécessaire d'une proposition en Géométrie, ou la propriété d'une figure, de son essence: ce qui est bien différent de cette évidence immédiate & directe que nous

avons pour la nécessité de l'existence de l'Espace. Nous ne parlons ici de toutes ces choses, que pour rendre justice à l'idée du Chevalier Newton, lorsqu'il avance que l'existence nécessaire de l'Espace, est relative à l'existence nécessaire de Dieu. Les Philosophes ont toujours été en dispute sur l'infinité de l'Espace & de la Durée; & probablement leurs contestations à ce sujet, n'auront jamais de fin: tout ce que nous avons à représenter ici, c'est seulement que ce que ce grand homme a avancé sur ces Matieres, en si peu de mots & avec tant de modestie, est au moins aussi raisonnable, aussi digne de Dieu, & aussi-bien fondé sur la vraie Philosophie qu'aucun de leurs Systèmes; quoiqu'on ait lieu de s'attendre que les meilleurs raisonnemens qu'on puisse faire sur des Matieres d'une nature si épineuse, seront toujours sujets à des difficultés & à des objections. Quant à ceux qui ne conviendront pas que l'Espace soit quelque chose de réel, nous avons observé ci-dessus, que la réalité du mouvement, qui est connue par l'expérience, prouve la réalité de l'Espace absolu; & si on refusoit de l'admettre cet Espace, il n'y auroit que confusion & contradictions dans la Philosophie Naturelle. Les Physiciens ont traité fort au long de plusieurs autres argumens, sur tout de ceux qui sont tirés de cet Axiome, *non entis nulla sunt attributa*, en faveur de la réalité de l'Espace, dont les parties sont sujettes à la mesure & à differens rapports.

12. Nous avons observé ci-dessus, que comme Dieu est la cause premiere & suprême de toutes choses, ainsi il est absolument contraire à la raison de l'exclure de la Nature, & de le représenter comme une intelligence hors du Monde. Au contraire, il est très-naturel de penser qu'il est le premier Moteur dans tout l'Univers, & que toutes les autres causes dépendent de lui: ce Principe est conforme à ce qui résulte de toutes nos recherches dans la Nature, où nous trouvons con-

tinuellement des Puissances qui surpassent le pur Méchanisme , ou les effets de la Matière & du Mouvement. Les Loix de la Nature sont constantes & régulières , & , autant que nous le connoissons , peuvent toutes se résoudre en une Puissance générale & universelle ; mais cette Puissance elle-même dérive ses propriétés & son efficacité, non du Méchanisme , mais en grande partie des influences immédiates du premier Moteur. Il paroît cependant que ce n'a pas été son intention , que l'état présent des choses subsistât éternellement sans altération ; non-seulement par ce qui se passe dans le Monde moral , mais aussi par les Phénomènes du Monde matériel ; comme il est évident qu'il ne pourroit avoir persisté dans son état présent , de toute éternité.

13. La Puissance de la Gravité , par laquelle les Corps célestes persévèrent dans leurs Révolutions , pénètre jusqu'aux centres du Soleil & des Planètes , sans aucune diminution de sa vertu , & s'étend à des distances immenses , décroissant suivant un cours régulier. Son action est proportionnelle à la quantité de Matière solide contenue dans les Corps , & non pas à leurs Surfaces , comme on l'observe des causes Mécaniques : cette Puissance semble donc supérieure au pur Méchanisme. Néanmoins il n'est pas probable qu'elle puisse avoir produit , au commencement , la situation régulière des Orbes , & la disposition présente des choses. La Gravité ne pourroit avoir déterminé les Planètes à se mouvoir d'Occident en Orient , dans des Orbites à peu près circulaires , presque dans le même Plan ; & cette Puissance ne pourroit pas non plus avoir projeté les Comètes dans toutes sortes de Directions. Si nous supposons que la Matière du Système de l'Univers fût accumulée au Centre par sa Gravité , aucuns principes Mécaniques , aidés de cette Puissance , ne pourroient séparer de cette Masse énorme des parties , telles que le Soleil

leil & les Planetes, & après les avoir emportées à leurs différentes distances, les projeter dans toutes leurs Directions, conservant toujours l'égalité de l'action & de la réaction, ou le Centre de Gravité de tout le Systême du Monde dans la même situation. Une structure des choses si merveilleuse, ne peut venir que de la production d'un Agent intelligent, libre & d'un pouvoir souverain. Les mêmes Puissances donc qui gouvernent à présent l'Univers matériel, & qui conduisent ses mouvemens divers, sont très-differentes de celles qui étoient nécessaires pour le produire de rien, ou pour le disposer dans la forme admirable où nous le voyons actuellement.

14. Comme il est impossible de ne pas regarder l'Univers comme dépendant de la première cause & du premier Moteur, dont il seroit absurde, pour ne pas dire impie, d'exclure l'action sur lui, ainsi nous avons quelques idées de la manière dont il opère dans la Nature, par les Loix que nous y trouvons établies. Quoiqu'il soit la source de toute efficacité, il laisse cependant agir les secondes causes qui lui sont subordonnées; & le Mécanisme contribue à la production des mouvemens du grand Systême de la Nature. * L'égalité de l'action & de la réaction qui a lieu même dans les Puissances, qui paroissent surpasser le Mécanisme & dériver du premier Etre plus immédiatement, nous fait voir que quoiqu'elles tirent de lui leur efficacité, elles sont cependant, en un certain degré, limitées & réglées dans leurs opérations par des principes Mécaniques; & qu'elles ne doivent pas être considérées comme de pures volitions immédiates de Dieu (ainsi

* Ἀλλὰ τούτο ἦν τὸ θεϊκόν, τὸ μετὰ ραγῶν καὶ ἀπλῆς κινήσεως παντοδαπὰς ἀποτελεῖν ἰδέας, ὡς πρὸς ἀμείναι δρῶσιν οἱ μηχανισμοί

διὰ μιᾶς ὁργάνου σχαστικῆς, πολλὰς καὶ ποικίλας ἐνεργίας ἀποτελεῖν τε.

S. Arit. Ubi suprà.

qu'on les a souvent représentées) mais plutôt comme des instrumens qu'il a formés pour exécuter les desseins auxquels il les destinoit. Si par exemple les Phenomenes les plus nobles de la Nature sont produits par un Milieu éthéré, rare, élastique, comme M. le Chevalier Newton l'a conjecturé, toute l'efficacité de ce milieu doit être résolue en sa Puissance & en sa volonté, qui est la cause suprême. Cela n'empêche pas cependant que ce Milieu ne puisse être sujet aux mêmes Loix que les autres fluides élastiques, dans ses actions & ses vibrations; & que si sa nature nous étoit mieux connue, ces Loix ne nous servissent à faire des découvertes curieuses & utiles sur ses effets. Il est aisé de voir que cette conjecture ne déroge en rien à l'action continuelle & aux influences de Dieu; tandis qu'elle nous laisse en liberté de suivre nos recherches sur la nature & les opérations de ce Milieu. Au lieu que ceux qui rapportent précipitamment ces Puissances aux volitions immédiates de la cause suprême, sans admettre aucuns instrumens intermédiaires, mettent fin tout-à-coup à nos recherches, & nous privent de ce qui est probablement la partie la plus sublime de la Philosophie, en le représentant comme vain & imaginaire: par-là, comme nous l'avons observé ci-dessus, * ils nuisent à la même cause qu'ils paroissent si ardens à défendre; car plus nous nous élevons en suivant l'échelle de la Nature, vers la cause suprême, plus nos connoissances en Philosophie s'embellissent & s'étendent. Il n'y a rien d'extraordinaire dans ce qu'on avance ici, sur la maniere dont le premier Etre agit dans l'Univers, en employant des instrumens subordonnés & des Agens qui ont leur force & leur efficacité particulieres; car nous sçavons qu'il en est ainsi dans le cours commun de la Nature, où nous trouvons la Gravité, l'Attraction & la Répulsion, &c. constamment combinées avec les principes de

* Liv. I. Chap. V. §. 5.

Méchanisme : & nous ne voyons aucune raison pour-quoi cela n'auroit pas également lieu dans les Phénomènes & les mouvemens les plus subtils, & les plus difficiles à découvrir, du Système du Monde.

15. On a démontré qu'il étoit arrivé de grandes 'révolutions, dans les tems qui nous ont précédés, sur la Surface de la Terre, particulièrement par les Phénomènes des différentes couches de ce Globe, qu'on voit quelquefois situées d'une manière très-régulière, & quelquefois rompues & séparées l'une de l'autre à des distances très-considérables, où elles se retrouvent de nouveau dans le même ordre; par des impressions de Plantes laissées sur des Corps très-durs tirés des entrailles de la Terre, & dans des lieux où l'on n'a jamais vu croître de semblables Plantes; & par les os des animaux Terrestres ou Marins, découverts plusieurs centaines de coudées au-dessous de la Surface du Globe terrestre, & à de très-grandes distances de la Mer. Quelques Philosophes expliquent ces changemens par les Révolutions des Comètes, ou par d'autres moyens naturels : Mais Dieu ayant formé l'Univers, dépendant de lui-même, en sorte qu'il exige d'être comme renouvelé par ce Souverain Etre, quoiqu'à des périodes de tems très-éloignées; il ne paroît pas que ce soit une question fort importante, de rechercher si ces grands changemens sont produits par l'intervention de quelques instrumens, ou par les mêmes influences immédiates, qui dès le commencement donnerent la forme aux choses.

16. Nous ne pouvons nous empêcher de remarquer un dessein que l'Auteur de la Nature paroît avoir eu : il nous a mis dans l'impossibilité d'avoir aucune communication de cette Terre avec les autres grands Corps de l'Univers dans notre état présent; & il est très-probable qu'il a pareillement privé de toute correspondance les autres Planètes & les différens Systèmes;

Nous sommes en état par les Téléscopes de découvrir très-clairement des Montagnes , des Précipices & des Cavités dans la Lune : mais nous ne sçavons pas quels sont les Etres qui marchent dans ces Précipices , ou à quoi servent ces grandes Cavités , dont plusieurs ont une élévation au milieu ; & nous ne pouvons concevoir comment cette Planete, sans aucune Atmosphere , sans vapeurs & sans Mers , suivant l'opinion communément reçue parmi les Astronomes, peut servir aux mêmes usages que notre Terre. On observe des révolutions subites & surprenantes sur la Surface de la grande Planete de Jupiter , qui auroient été fatales aux Habitans de la Terre. Nous connoissons assez tous ces Corps pour exciter notre curiosité , mais non pas pour la satisfaire. Nous sommes portés par là, aussi-bien que par l'état du Monde moral & par plusieurs autres considérations , à croire que notre état présent seroit très-imparfait , s'il n'étoit suivi d'un autre, où nos connoissances de la Nature & de son grand Auteur , seront plus claires & plus satisfaisantes. Il ne paroît pas conforme à la sagesse qui se manifeste par toute la Nature de penser que nous ne porterions nos vûes si loin , & que notre curiosité ne seroit tant excitée sur les Ouvrages de Dieu , que pour ne jamais atteindre au but. Comme l'homme est indubitablement le Chef sur la Terre , & que ce Globe peut n'être pas moins considérable aux égards les plus importants qu'aucun autre du Systême Solaire , qui lui-même n'est pas inférieur , que nous sçachions , à aucun Systême de l'Univers ; ainsi si nous supposions que l'homme périt sans acquérir une connoissance plus complète de la Nature que celle qu'il a dans son état actuel , toute imparfaite qu'elle est ; nous pourrions conclure par analogie que les Habitans de toutes les autres Planetes & de tous les Systêmes seroient aussi privés de la satisfaction de voir accomplir ces mêmes desirs ; & que les merveilles de la Nature ne seroient ja-

mais développées à aucun d'eux que d'une manière très-obscur. Cela nous conduit, donc, naturellement à ne considérer notre état présent que comme l'Aurore ou le commencement de notre existence, & comme une préparation ou une épreuve pour passer à un état plus parfait : ce qui paroît avoir été l'opinion des Philosophes de l'Antiquité les plus judicieux. Et qui-conque considère attentivement la constitution de la nature humaine, particulièrement les desirs & les passions des hommes, qui paroissent bien supérieurs à leurs objets présens, se persuadera aisément que l'homme a été destiné à de plus hautes connoissances que celles qu'il a dans cette vie. L'Auteur de la Nature les tient peut-être en reserve, pour nous les découvrir dans un tems convenable, & après une préparation suffisante. Il est sûrement en son pouvoir de perfectionner considérablement les facultés que nous possédons déjà, ou de nous en accorder de nouvelles, dont nous n'avons actuellement aucune idée, afin que nous puissions pénétrer plus avant dans le Systême de la Nature, & nous approcher plus près de lui, la cause première & suprême. Nous ne sçavons pas combien il étoit à propos que nos connoissances ne fussent pas acquises tout-à-coup, mais que nous avançassions par degrés, afin qu'en comparant les nouveaux objets ou les nouvelles Découvertes avec ce qui nous étoit connu auparavant, nos progrès pussent être plus complets & plus réguliers; ni combien il peut être nécessaire ou avantageux que des Etres intelligens passent comme par une espece d'enfance. Car une nouvelle connoissance ne consiste pas tant à approcher d'un nouvel objet qu'à le comparer avec les autres déjà connus, à observer les rapports qu'il a avec eux, ou à distinguer ce qu'il a de commun avec ces objets & en quoi il en diffère. Par où il est aisé de voir que l'étendue de nos connoissances est beaucoup plus considérable que celle

qui résulteroit de la somme de tous leurs objets pris séparément, & que lorsque nous venons à découvrir un nouvel objet, l'augmentation qu'elles reçoivent est d'autant plus grande que le nombre de ceux qui faisoient déjà leur matiere étoit plus étendu : de maniere que cette augmentation doit être évaluée suivant un rapport bien supérieur à celui de l'augmentation de ces mêmes objets. ****

F I N.

APPROBATION.

J'Ai lû, par l'ordre de Monseigneur le Chancelier, un Manuscrit qui a pour titre *Exposition des Découvertes Philosophiques de M. Newton*, traduite par *M. Lavoiron*, & je crois que l'impression en sera utile au Public. A Paris ce 15 Février 1749.

CLAIRAUT.

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS, par la Grace de Dieu, Roy de France & de Navarre: A nos amés & féaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils & autres nos Justiciers qu'il appartiendra, SALUT. Notre bien amé le sieur ***, Nous a fait exposer qu'il désireroit faire imprimer & donner au Public un ouvrage qui a pour titre : *Exposition des Découvertes Philosophiques de M. Newton, traduites de Maclaurin par M. Lavoiron, Médecin*. S'il nous plaçoit lui accorder nos Lettres de Privilège pour ce nécessaires. A ces CAUSES, voulant favorablement traiter, l'Exposant, Nous lui avons permis & permettons par ces Présentes, de faire imprimer ledit Ouvrage en un ou plusieurs volumes, & autant de fois que bon lui semblera, & de le vendre, faire vendre & débiter par tout notre Royaume pendant le tems de six années consécutives, à compter du jour de la date desdites Présentes: faisons défenses à toutes personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangère dans aucun lieu de notre obéissance, comme aussi à tous Libraires & Imprimeurs d'imprimer, ou faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire ledit Ouvrage, ni d'en faire aucuns Extraits sous quelque prétexte que ce soit, d'augmentation, correction, changement ou autres, sans la permission expresse & par écrit dudit Exposant ou de ceux qui auront droit de lui, à peine de confiscation des Exemplaires contrefaits, de trois mille livres d'amende contre chacun des Contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel Dieu de Paris, l'autre tiers audit Exposant, ou à celui qui aura droit de lui, & de tous dépens, dommages & intérêts; à la charge que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, dans trois mois de la date d'icelles; que l'impression dudit Ouvrage sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, en bon papier & beaux caractères, conformément à la feuille imprimée & attachée pour modèle, sous le contre-Scel desdites Présentes; que l'Impétrant se conformera en tout aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du 10 Avril 1725, qu'avant de l'exposer en vente, le Manuscrit qui aura servi de copie à l'impression dudit Ouvrage, sera remis dans le même état où l'Approbation y aura été donnée, es mains de notre très-cher & féal Chevalier le Sieur Daguelleau, Chancelier de France, Commandeur de nos Ordres; & qu'il en fera ensuite

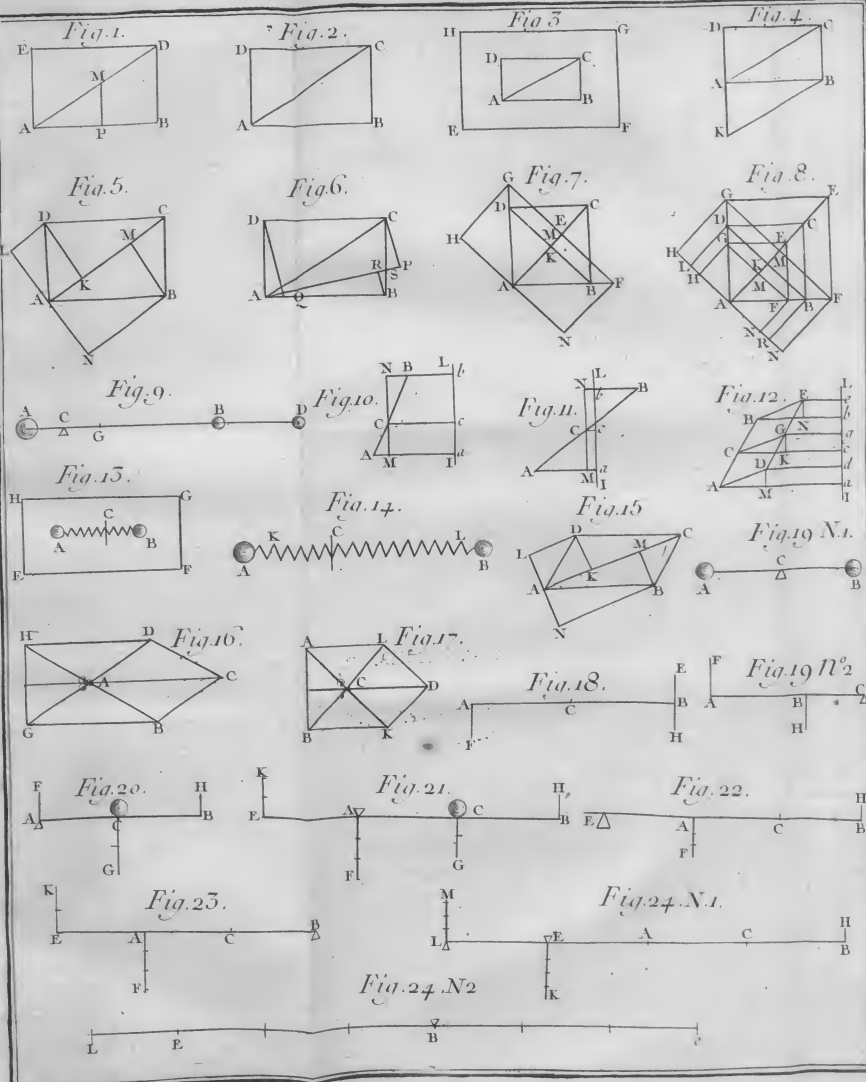
remis deux Exemplaires de chacun dans notre Bibliothèque publique, un d'ns celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notredit très-cher & féal Chevalier le Sieur Daguesseau, Chancelier de France, Commandeur de nos Ordres; le tout à peine de nullité des Présentes. Du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir l'Exposant ou ses ayans cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie des dites Présentes qui sera imprimée tout au long au commencement ou à la fin dudit Ouvrage, soit tenue pour dûement signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conseillers & Secrétaires, soy soit ajoutée comme à l'original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent, de faire pour l'exécution d'icelles, tous Actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Charte Normande, & Lettres à ce contraire: CAR tel est notre plaisir. DONNE' à Versailles le premier jour du mois de Mars l'An de Grace mil sept cens quarante-neuf, & de notre Regne le trente-quatrième. Par le Roy en son Conseil.

SAINSON.

Registré sur le Registre XII. de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, N°. 169. fol. 160. conformément au Règlement de 1713. qui fait défense Art. 4. à toutes personnes de quelque qualité qu'elles soient autres que les Libraires & Imprimeurs de vendre, débiter & faire afficher aucuns Livres pour les vendre en leurs noms, soit qu'ils s'en disent les Auteurs ou autrement, & à la charge de fournir à la susdite Chambre huit Exemplaires prescrits par l'Art. 108. du même Règlement. Régistré nonobstant les trois mois passés à cause d'une opposition, dont la main-levée n'a été donnée que ce jourd'hui. A Paris ce trois Juin 1749.

Signé, G. CAVELIER, Syndic,







Handwritten text in a vertical column on the left side of the page, enclosed in a rectangular border. The text is written in a cursive script and appears to be a list or a series of notes.

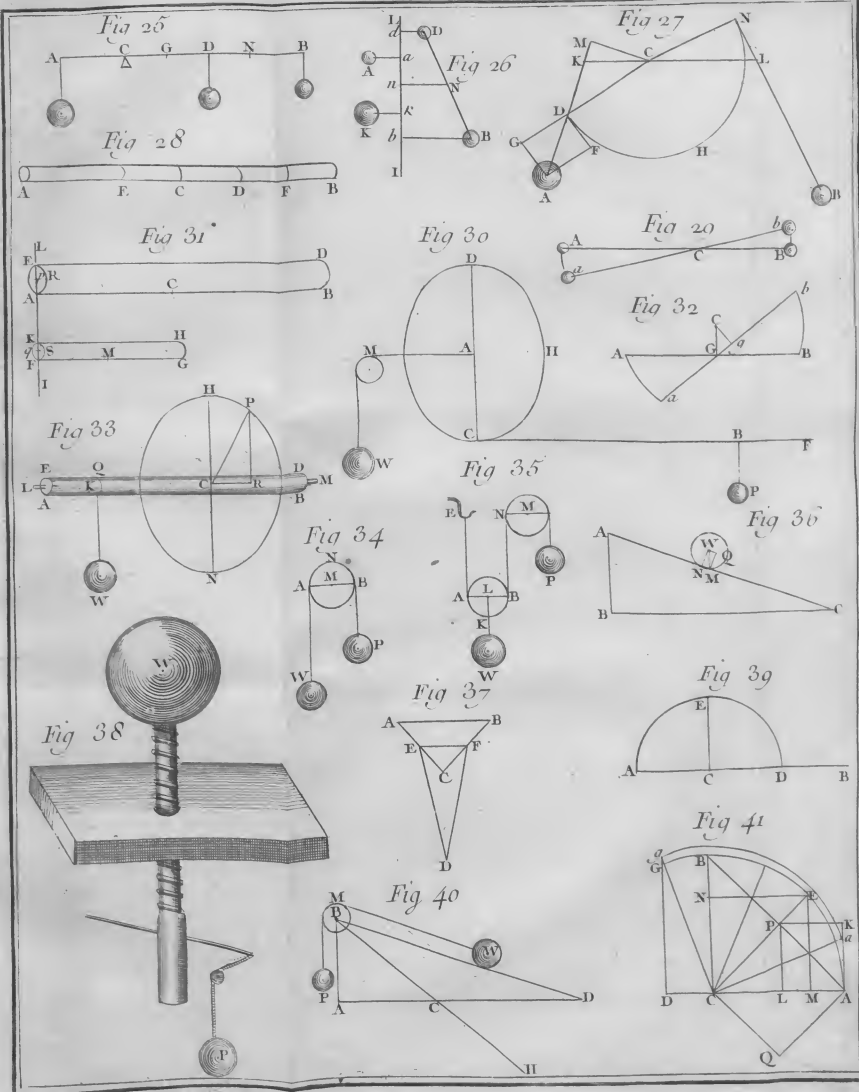




Fig. 42.

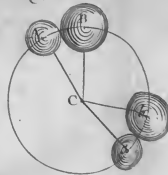


Fig. 45.



Fig. 47.

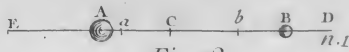
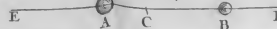


Fig. 48.

Fig. 46.

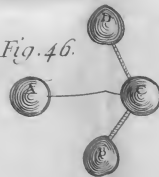


Fig. 50.

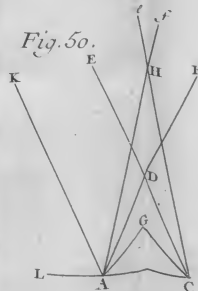


Fig. 52.

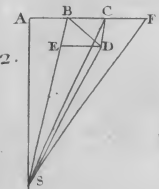


Fig. 55.

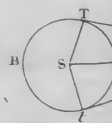


Fig. 43.

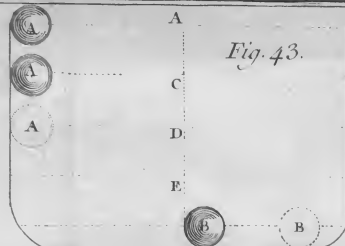


Fig. 44.

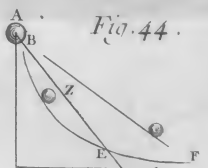


Fig. 49.

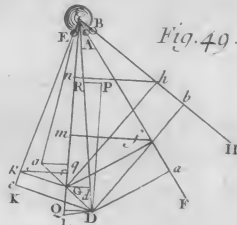


Fig. 53.

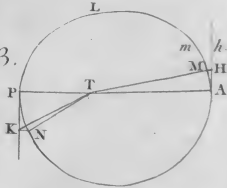
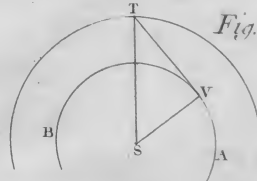
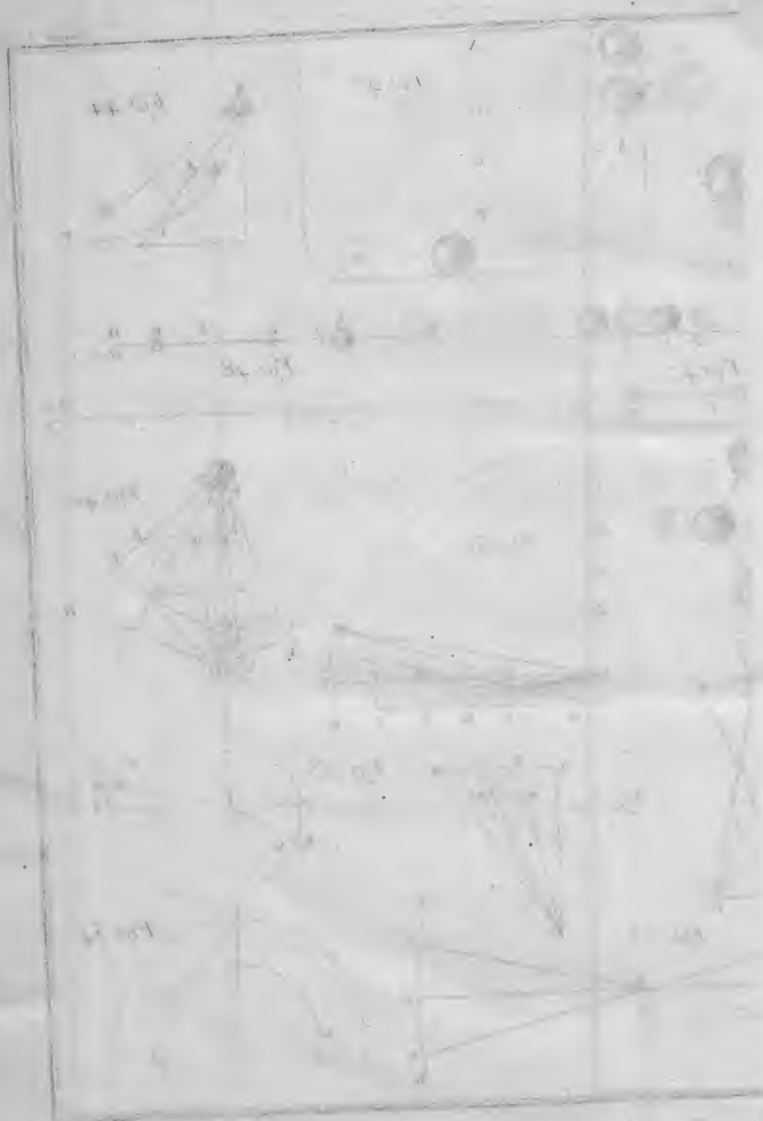
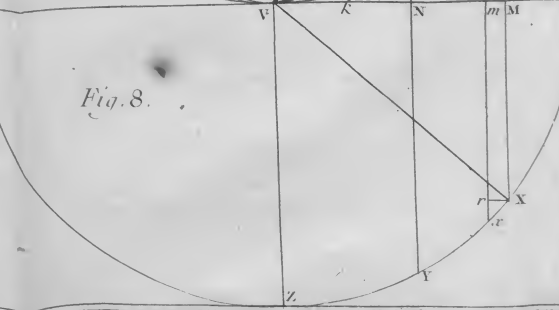
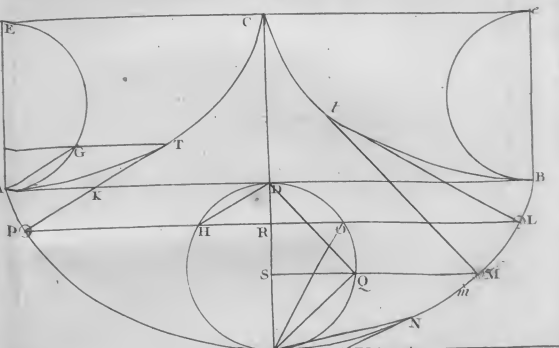
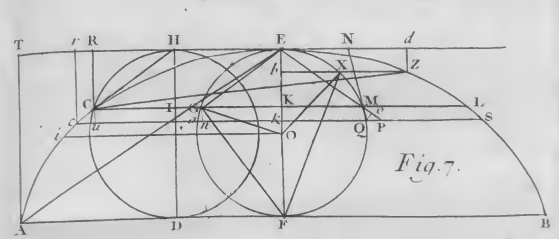
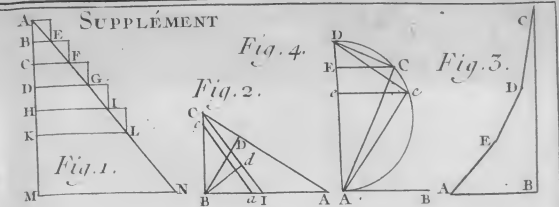
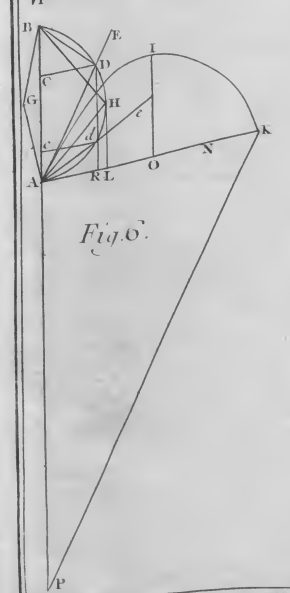
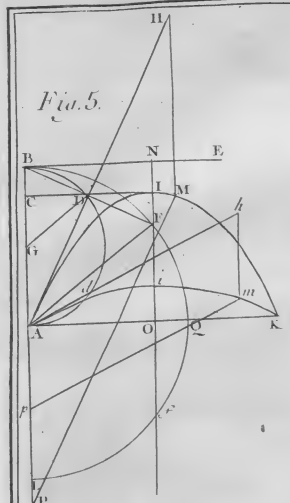


Fig. 54.







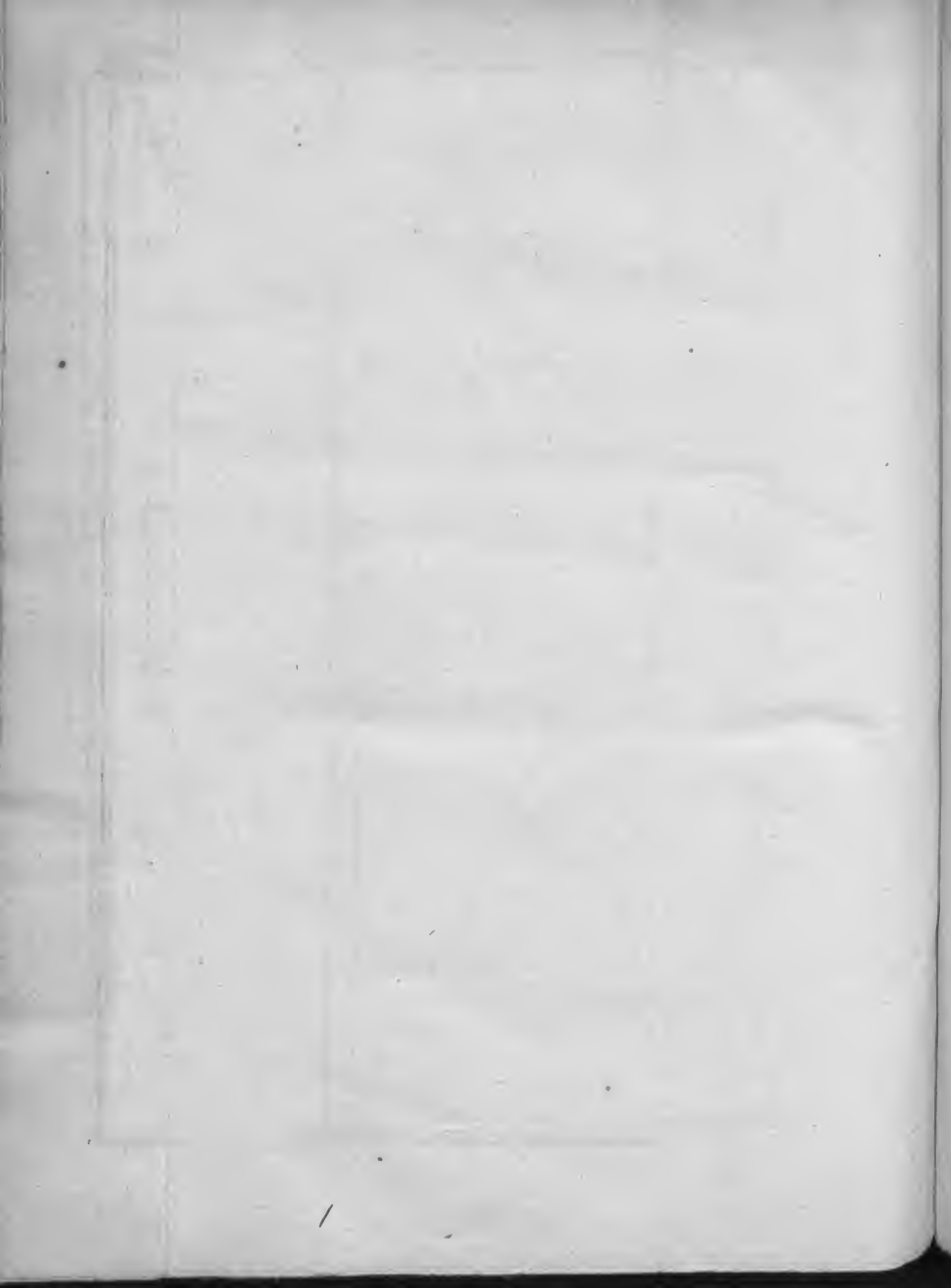


Fig. 36.

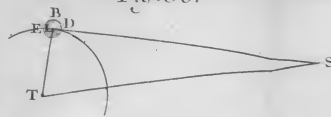


Fig. 57.

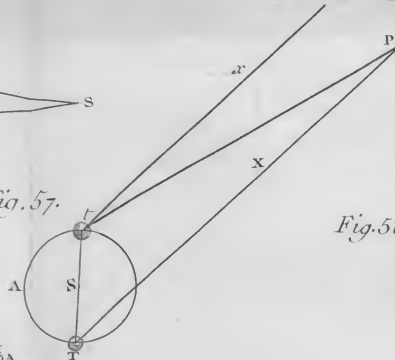


Fig. 58.

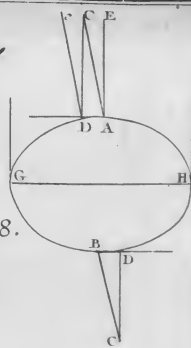


Fig. 59.

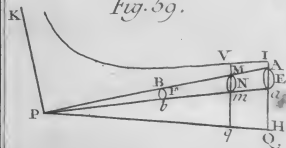


Fig. 60.

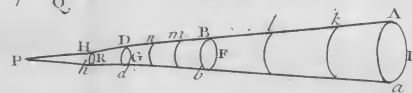


Fig. 61.

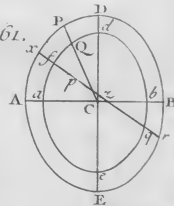


Fig. 62.

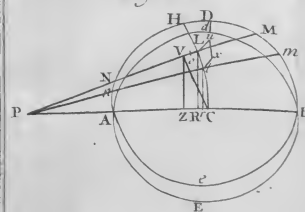


Fig. 63.

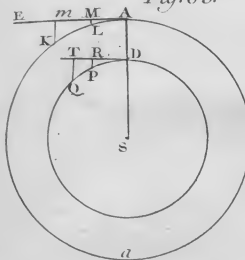


Fig. 64.

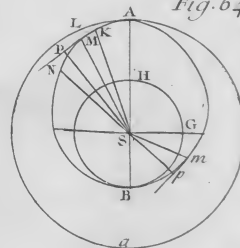


Fig. 65.

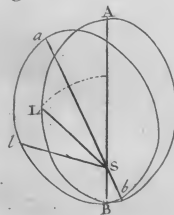


Fig. 66.

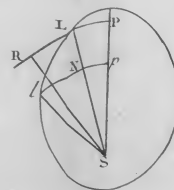


Fig. 67.

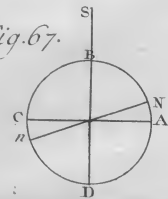


Fig. 68.

